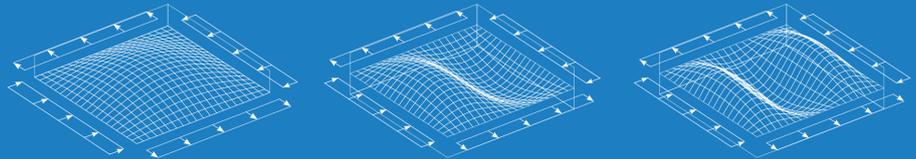


4/2017

Forschungsbericht

Beulen mehrachsig
beanspruchter Platten

18212 N



Urheberbezeichnung (Copyright); Haftungsausschluss

Dieses Werk und dessen Inhalte sind urheberrechtlich geschützt. Die Nutzungs- und Verwertungsrechte liegen beim Deutschen Ausschuss für Stahlbau e.V. DASt (Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf). Verstöße gegen das Urheberrecht (z.B. das unberechtigte Kopieren von Texten) sind gemäß §§ 106 ff. UrhG strafbar und wird mit Freiheitsstrafe oder Geldstrafe bestraft. Der Versuch ist ebenfalls strafbar. Daneben könne zivilrechtliche Schadensersatz und Vergütungsansprüche bestehen.

Bei der Erstellung dieses Werkes wurde mit größter Sorgfalt vorgegangen. Trotzdem können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden. Für fehlerhafte Angaben und deren Folgen kann daher keine Haftung übernommen werden; dies gilt nicht für Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit. Rechtsansprüche aus der Benutzung der Daten sind insoweit ausgeschlossen.

Angaben über Normen beziehen sich auf den Veröffentlichungszeitpunkt.

Für alle Hinweise und Verbesserungsvorschläge sind wir stets dankbar.

Herausgeber:
Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt,
Düsseldorf

Vertrieb:
Stahlbau Verlags- und Service GmbH,
Düsseldorf

Oktober 2021

Gefördert durch:



Bundesministerium
für Wirtschaft
und Energie

aufgrund eines Beschlusses
des Deutschen Bundestages

Forschungsvereinigung **Deutscher Ausschuss für Stahlbau e.V.
DAST**

Forschungsstelle **Universität Stuttgart
Institut für Konstruktion und Entwurf**

Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann

Dr.-Ing. Antonio Zizza

Vahid Pourostad, M.Sc.

IGF-Nummer **18212 N**

DAST-Homepage **www.stahlbauforschung.de**

Förderhinweis

Das IGF-Vorhaben „Beulen mehrachsig beanspruchter Platten“, IGF-Projekt Nr. 18212 N, der Forschungsvereinigung Deutscher Ausschuß für Stahlbau, Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.



Bundesministerium
für Wirtschaft
und Energie

Vorwort

Das IGF-Vorhaben 18212 N/1 „Beulen mehrachsrig beanspruchter Platten“ der Forschungsvereinigung Deutscher Ausschuss für Stahlbau (DAST) wurde im Programm zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung und Entwicklung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages über die AiF finanziert. Die Autoren dieses Forschungsberichts möchten sich herzlich für die erfahrene, finanzielle Unterstützung bedanken.

Weiterhin gilt der Dank dem projektbegleitenden Arbeitskreis, der durch Mitglieder der Fachgemeinschaft Brückenbau des DSTV gebildet und unter dem Vorsitz von Herrn Dr. D. Reitz geführt wurde, sowie allen Unternehmen der freien Wirtschaft, die das Forschungsvorhaben durch Spenden unterstützt haben:

- Bilfinger MCE GmbH

Ebenso gilt unser Dank unserem Techniker Herrn Oliver Schneider und den Mitarbeitern der MPA der Universität Stuttgart - insbesondere Herrn Dr.-Ing. Dieter Lotze - für die reibungslose Durchführung der Versuche.

In diesem Schlussbericht sind Ergebnisse der Dissertation von Dr.-Ing. A. ZIZZA [100] eingegangen.



Zusammenfassung

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurde das Beulverhalten mehrachsiger beanspruchter Beulfelder untersucht, um die derzeit geltenden Bemessungsregeln nach der Methode der reduzierten Spannungen gemäß Abschnitt 10, DIN EN 1993-1-5 [22] für unausgesteifte und ausgesteifte Beulfelder unter verschiedenen Lastkombinationen zu verbessern und dabei insbesondere den Einfluss gleichzeitig wirkender Zugspannungen zu analysieren. Die derzeit gültigen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] werden detailliert dargestellt mit besonderem Blick auf mehrachsiger beanspruchte Beulfelder bei denen der Spannungszustand einen direkten Einfluss auf die Schlankheit und somit auch auf die Interaktionskurven hat. Die Interaktionskurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] ermöglichen eine systematische Ausnutzung der günstigen Wirkung von Zugspannungen auf das Beulverhalten, vor allem im Vergleich zu den Regeln nach der zuvor gültigen DIN 18800-3 [18]. Allerdings fehlen bislang Studien, die diese positive Wirkung rechtfertigen. Daher werden im Rahmen des vorliegenden Berichtes experimentelle und numerische Untersuchungen vorgestellt, um einen Einblick in das Beulverhalten mehrachsiger beanspruchter Beulfelder zu geben.

In einem ersten Schritt wird das elastische Verzweigungsproblem schlanker Beulfelder und der Einfluss mehrachsiger Spannungszustände beschrieben. Der Beulwert unversteifter Beulfelder wird als Funktion der Seitenverhältnisse und der Spannungszustände angegeben und resultiert in deutlich erhöhten Werten, wenn gleichzeitig Zugspannungen wirken. Allerdings zeigt die Auswertung der Beulwerte für bestimmte Fälle ausgeprägte Spitzen. Es wurde festgestellt, dass sie für die Berechnung des Beulwertes nicht berücksichtigt werden sollten. Daher wird eine Gleichung hergeleitet, um diese Spitzen zu vernachlässigen.

Für die experimentelle Untersuchung wurden sechs Versuche an mehrachsiger beanspruchten, schlanken Beulfeldern durchgeführt, um einen Einblick in das Beulverhalten zu erhalten. Während für die einachsiger belasteten Referenzversuche stets einwellige Versagensformen beobachtet werden konnten, traten mehrwellige Versagensformen ein, wenn zusätzlich Zugspannungen in Querrichtung aufgebracht wurden. Das entspricht dem Verhalten des Verzweigungsproblems nach der linear elastischen Beultheorie (LBA), wo Zugspannungen auch zu mehrwelligen Eigenformen führen. Die günstige Wirkung von Zugspannungen auf das Beulverhalten schlanker Beulfelder konnte dabei deutlich beobachtet werden.

Wie auch bei den experimentellen Untersuchungen bereits festgestellt wurde, hat das Spannungsverhältnis bei Beulfeldern unter mehrachsigen Spannungszuständen einen entscheidenden Einfluss auf den Versagensmodus, sodass für die numerischen Untersuchungen mehrere Anfangsimperfektionen angesetzt werden, um ein Unterdrücken von Übergängen der Versagensmodi zu vermeiden. Die Parameterstudie selbst wird mit Hilfe des ABAQUS-internen Python-Interpreters und parametrisierten Modellen durchgeführt. Es werden dabei die Interaktionsfälle Zug- Druck, Zug- Schub, Druck- Schub und Biegung- Schub für unausgesteifte Beulfelder sowie biaxialer Druck für ausgesteifte Beulfelder betrachtet. Im Fall von auf Zug-Druck beanspruchten Beulfeldern haben die Randbedingungen in erster Linie einen Einfluss auf das Tragverhalten bei vorherrschendem einachsiger Druck. Mit zunehmenden Zugspannungen verschwinden diese Unterschiede, sodass ein vereinfachter Ausdruck hergeleitet wird, um zu beurteilen, ob für unausgesteifte Fälle unabhängig von den Randbedingungen Plattenbeulen maßgebend wird. Für den Fall Zug-Schub wird eine ausgesprochen positive Wirkung der Zugspannungen beobachtet, vor allem für $\psi \geq 1$. Weitere numerische Untersuchungen konzentrieren sich auf das Beulverhalten ausgesteifter Beulfelder unter biaxialem Druck. Verschiedene Kombinationen von Anfangsimperfektionen nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22]



werden dabei auf das numerische Modell angesetzt. Die Ergebnisse zeigen die Empfindlichkeit ausgesteifter Beulfelder unter biaxialem Druck auf, bei denen ausgeprägte Abminderungen bei Verwendung schwacher Steifen auftreten. Ähnliche Ergebnisse wurden auch für lange ausgesteifte Beulfelder beobachtet, bei denen globales Versagen unter Querbelastung maßgebend wurde, während für kleinere Seitenverhältnisse in der Regel ein lokales Versagen auch unter Verwendung schwacher Steifen beobachtet werden konnte. Für bestimmte Fälle wurde ein lokales Beulen der Teilfelder für einachsigen Druck in beiden Richtungen beobachtet, während unter kombinierter Beanspruchung globales Versagen maßgebend wurde, sodass eine allgemeine Trennung der Lastfälle für ausgesteifte Beulfelder nicht sinnvoll zu sein scheint, da abtreibende Kräfte zu globalem Versagen führen können.

Auf der Grundlage der durchgeführten Parameterstudien wird ein neuer Bemessungsvorschlag entwickelt. Der Vergleich mit den numerischen Ergebnissen zeigt dabei gute Übereinstimmungen für die untersuchten Lastfälle und rechtfertigt den Ansatz der positiven Effekte aus Zugspannungen sowie eine Verbesserung der Interaktion Biegung-Schub. Zudem wurde für Beulfelder mit frei verschieblichen Rändern der Widerstand teilweise überschätzt, wenn knickstabähnliches Verhalten vorliegt. Dies wurde bereits von SEITZ [80] beobachtet, der eine modifizierte Formulierung für die Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten bei Querspannungen vorgeschlagen hat. Der Ansatz wird im Rahmen dieses Berichtes für Querspannungen aufgegriffen und führt zu guten Übereinstimmungen mit den numerischen Simulationen. Um den bemessenden Ingenieurinnen und Ingenieuren ein nützliches Werkzeug zur Durchführung von Beulnachweisen nach dem vorgestellten Bemessungsvorschlag bereitzustellen, werden im Absch. 7.3 Interaktionsdiagramme für ein vereinfachtes Verfahren angegeben.

Die Ergebnisse dieses Berichtes erlauben eine Berücksichtigung von Zugspannungen für den Beulnachweis in Übereinstimmung mit den Prinzipien der Methode der reduzierten Spannungen nach DIN EN 1993-1-5 [22]. Des Weiteren wird das Thema der Modellierung und Durchführung von numerisch gestützten Berechnungen behandelt, insbesondere der Ansatz von Anfangsimperfektionen.

Das Ziel des Forschungsvorhabens wurde erfolgreich erreicht.



Wissenschaftlich-technischer und wirtschaftlicher Nutzen

Der Einsatz schlanker Bleche mit komplexen Spannungsproblemen ist insbesondere im Stahl- und Stahlverbundbrückenbau, aber auch im Bereich des Hoch- und Leichtbaus z. B. für weit gespannte Dachtragwerke ein fester Bestandteil. Um die Wettbewerbsfähigkeit in diesen Bereichen weiterzuentwickeln, soll der auf das Tragverhalten positiv wirkende Einfluss der Zugspannungen bestimmt und im Nachweiskonzept abgesichert integriert werden. Dies betrifft sowohl die Zusammenwirkung von Zug- und Druckspannungen, wie auch Zug- und Schubspannungen. Mit DIN EN 1993-1-5 [22] ist es im Prinzip möglich, unter Anwendung der Methode der reduzierten Spannungen, den gesamten Spannungszustand zur Berechnung eines einzigen Plattenschlankheitsgrades heranzuziehen, was es theoretisch auch erlauben würde den Einfluss gleichzeitig wirkender Zugspannungen zu berücksichtigen. Jedoch existieren hierzu kaum Untersuchungen, sodass die vorliegende Fragestellung im Rahmen dieses Berichtes geklärt werden soll.

Die Untersuchungen in diesem Bericht enthalten die Interaktionsfälle Zug–Druck, Zug–Schub, Druck–Schub und Biegung–Schub an nicht ausgesteiften Beulfeldern sowie Druck–Druck an ausgesteiften Beulfeldern. Basierend auf den numerischen Untersuchungen wird ein Vorschlag erarbeitet, um gleichzeitig wirkende Zugspannungen korrekt zu erfassen, sowie eine Verbesserung im Bereich der Interaktion von Biegung und Schub empfohlen. Die Ergebnisse in diesem Bericht erlauben eine Berücksichtigung von Zugspannungen für den Beulnachweis in Übereinstimmung mit den Prinzipien der Methode der reduzierten Spannungen nach DIN EN 1993-1-5 [22].

Eine solche sichere und wirtschaftliche Bemessungsgrundlage kommt vor allem kleinen und mittleren Unternehmen, d.h. Stahlbauunternehmen, sowie Planungs- und Ingenieurbüros, zugute. Da der Fokus auf der in Deutschland häufig angewandten Methode der reduzierten Spannungen liegt, die für komplexe Spannungssituationen die einzige anwendbare Nachweismöglichkeit darstellt.

Die Ergebnisse des Forschungsvorhabens können auch in weiteren Wirtschaftszweigen wie z.B. dem Schiffsbau, der Offshoretechnik und verwandten Feldern zur Weiterentwicklung der jeweiligen Normensituation verwendet werden.



Verwendung der Zuwendung

In dem Finanzierungsplan der Forschungsstelle sind folgende Positionen vorgesehen:

- Wiss.-techn. Personal
24 Mannmonate
- Techniker
6 Mannmonate
- Hilfskräfte
33 Mannmonate
- Pauschale für Sonstige Ausgaben
- Versuchskosten als Leistungen Dritter

Die wissenschaftliche Betreuung des Vorhabens erfolgt durch einen wissenschaftlichen Mitarbeiter, unterstützt von studentischen Hilfskräften. Die Planung und Durchführung der Versuche wurde durch Techniker begleitet.

Die Bearbeitung des Forschungsprojekts ist abgeschlossen und die Mittel für das wissenschaftlich-technische Personal, die Hilfskräfte und die Techniker sind ebenfalls aufgebraucht. Die Mittelverwendung entspricht daher dem Bearbeitungsstand.

Die geleistete Arbeit entspricht in vollem Umfang dem begutachteten und bewilligten Antrag und war daher für die Durchführung des Vorhabens notwendig und angemessen.



Plan zum Ergebnistransfer in die Wirtschaft

Der projektbegleitende Ausschuss wurde im Rahmen des Ausschusses „Fachgemeinschaft Brückenbau“ gebildet. Die Sitzungen des projektbegleitenden Ausschusses fanden am 18.11.2014, 28.04.2015, 16.11.2015 und am 31.05.2016 in Düsseldorf statt.

Um die Praxis über die effizienten Anwendungsmöglichkeiten der geplanten Ergebnisse zu informieren, soll der Transfer des Fachwissens zusätzlich zu diesem Forschungsbericht in Form von Fachpublikationen erfolgen. Folgende Publikationen wurden schon veröffentlicht bzw. sollen in nächster Zeit erscheinen.

- Kuhlmann, U.; Zizza, A. *Influence of Tensile Stresses on the Buckling Behaviour of Slender Plates*, Proceedings of the ICTWS 2014 7th International Conference on Thin-Walled Structures
- Kuhlmann, U.; Zizza, A. *Influence of Tensile Stresses on the Buckling Behaviour of Slender Plates*, International Association for Bridge and Structural Engineering - IABSE 2014 – Young Engineers Colloquium 2014
- Kuhlmann, U.; Pourostad V.; Zizza, A. *Einfluss der Zugspannung auf das Beulverhalten schlanker plattenförmiger Bauteile*, Stahlbau November 2017 noch nicht veröffentlicht

Durch die Tätigkeit der Forschungsstellenleiter in verschiedenen Arbeitsausschüssen und Normungsgremien wird gewährleistet, dass die Ergebnisse in die Regelungen eingebracht werden. In diesem Zusammenhang ist vor allem die Mitarbeit von Frau Prof. Dr.-Ing. U. Kuhlmann in verschiedenen nationalen und internationalen Normungsgremien und Arbeitskreisen zu erwähnen. Zum Beispiel dem Vorsitz von TC250/SC3 und ECCS Technical Working Group 8.3 zuständig für EN 1993-1-5, Mitgliedschaft in TC250/SC3/WG8 zuständig für EN 1993-1-8, Mitgliedschaft in TC250/SC 4 zuständig für EN 1994 und der Liaison-Mitgliedschaft im TC250/SC2/WG Fastener von Frau Prof. Dr.-Ing. U. Kuhlmann.



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Ziel und Überblick des Berichtes	2
2	Stand der Technik	5
2.1	Elastisches Beulen ebener Platten	5
2.2	Effekte der mehrachsigen Spannungszustände auf das elastische Beulverhalten	6
2.2.1	Allgemein	6
2.2.2	Normalspannungen	6
2.2.3	Schubspannungen	11
2.2.4	Ausgesteifte Beulfelder unter Normalspannung	13
2.3	Vergleich verschiedener Bemessungsregeln	17
2.3.1	Entwicklungsgeschichte der Bemessungsregeln in Deutschland	17
2.3.2	DIN EN1993-1-5	18
2.3.2.1	Allgemeiner Bemessungsvorgang	18
2.3.2.2	Beulkurven für Normalspannungen	21
2.3.2.3	Knickstabähnliches Verhalten	22
2.3.2.4	Beulkurven für Schubspannungen	27
2.3.2.5	Ausgesteifte Beulfelder	29
2.3.3	DIN 18800-3	32
2.4	Vorhandene Studien	33
2.4.1	Allgemein	33
2.4.2	Dier und Dowling (1984)	35
2.4.3	Dinkler und Kröplin (1984)	36
2.4.4	Lindner und Habermann (1988)	36
2.4.5	Scheer und Nölke (2001)	37
2.4.6	Winterstetter (2002)	37
2.4.7	Seitz (2005)	38
2.4.8	Braun (2010)	40
2.4.9	Sinur (2011)	41
2.5	Zusammenfassung	41



3	Experimentelle Untersuchungen	43
3.0.1	Überblick	43
3.1	Versuchskörper	43
3.1.1	Abmessungen und Versuchsparameter	43
3.1.2	Materialeigenschaften	43
3.1.3	Geometrische Imperfektionen	44
3.2	Versuchsaufbau	45
3.3	Versuchsdurchführung	48
3.4	Versuchsergebnisse	48
3.5	Zusammenfassung	49
4	Numerische Untersuchungen	53
4.1	Analyse und Annahmen	53
4.2	Numerische Modellierung (GMNIA)	54
4.2.1	Geometrie und Imperfektionen	54
4.2.2	Material	55
4.2.3	Vernetzung	55
4.3	Nachrechnungen der experimentellen Untersuchung mehrachsig beanspruchter Beulfelder	55
4.3.1	Allgemein	55
4.3.2	Numerisches Modell	56
4.3.3	Vergleich der Lastverschiebungskurven und Verformungen aus der Ebene	56
4.4	Numerisches Modell für unausgesteifte Beulfelder	58
4.4.1	Allgemeines	58
4.4.2	Randbedingungen	59
4.4.3	Sensibilitätsanalyse	59
4.4.4	Verifizierung	59
4.4.4.1	Allgemeines	59
4.4.4.2	Beulfelder unter einachsigem Druck	61
4.4.4.3	Beulfelder unter Schub	66
4.5	Numerisches Modell für ausgesteifte Beulfelder	71
4.5.1	Allgemeines	71
4.5.2	Parameter	71
4.5.3	Imperfektionen	73
4.5.4	Verifizierung	76
4.6	Zusammenfassung	79
5	Parameterstudie mehraxial beanspruchter Beulfelder	80



5.1	Allgemein	80
5.2	Imperfektionen	80
5.3	Belastung	82
5.4	Zug-Druck	83
	5.4.1 Überblick	83
	5.4.2 Untersuchungen an quadratischen Beulfeldern	83
	5.4.3 Untersuchungen an langen Beulfeldern	96
5.5	Zug-Schub	102
5.6	Druck-Schub	103
5.7	Numerische Untersuchungen von ausgesteiften Beulfeldern unter biaxialem Druck	105
	5.7.1 Allgemein	105
	5.7.2 Imperfektionen	106
	5.7.3 Parameter	108
	5.7.4 Numerische Ergebnisse	109
5.8	Zusammenfassung	110
6	Entwicklung des Nachweiskonzeptes	116
6.1	Allgemein	116
6.2	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln	116
	6.2.1 Überblick	116
	6.2.2 Beulfelder unter Normalspannungen	116
	6.2.3 Beulfelder unter Normal- und Schubspannung	117
	6.2.4 Ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung	120
6.3	Verbesserung des Nachweiskonzeptes	128
	6.3.1 Vorschlag	128
	6.3.2 Beulfelder unter Normalspannung	130
6.4	Beulfelder unter Normal- und Schubspannungen	131
6.5	Statistische Auswertung des entwickelten Nachweiskonzeptes	131
	6.5.1 Allgemein	131
	6.5.2 Statistische Auswertung eines Widerstandsmodells	137
6.6	Zusammenfassungen	144
7	Aufbereitung für die Praxis	146
7.1	Vorschlag für Normung	146
	7.1.1 Vorschlag für Zug-druck Interaktion	147
	7.1.2 Vorschlag für Schub-Biegung Interaktion	148
7.2	Anwendungsbeispiel	149
7.3	Interaktionskurven nach [100]	151



8 Zusammenfassung und Ausblick	159
8.1 Zusammenfassung	159
8.2 Ausblick	160
9 Literaturverzeichnis	161
A Numerische Interaktionskurve	168
A.1 Zug-Schub	168
A.2 Druck-Schub	172
A.3 Biaxialer Druck (Ausgesteifte Beulfelder)	177
B Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln	183
B.1 Beulfelder unter Normalspannungen	183
B.2 Beulfelder unter Normal- und Schubspannung	189
B.3 Ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck	194
C Vergleich der numerische Ergebnisse zum neuen Vorschlag	202
C.1 Beulfelder unter Normalspannungen	202
C.2 Beulfelder unter Normal- und Schubspannung	208



1 Einleitung

1.1 Motivation

Aus Blechen zusammengesetzte Bauteile sind ein fester Bestandteil des Brücken- und Hochbaus, wenn es darum geht, für große Stützweiten und/oder hohe Lasten einen Querschnitt bereitzustellen, der durch ein Minimum an Materialeinsatz und ein Maximum an Materialausnutzung gekennzeichnet ist. In der Regel handelt es sich bei diesen Querschnitten um Blech- oder Kastenträger. Die einzelnen Blechfelder dieser hochtragfähigen, leichten Querschnitte erreichen oftmals so hohe Schlankheiten, dass man in den Bereich von Stabilitätsproblemen gerät. Wenn mehrere innere Kräfte gleichzeitig auf den Querschnitt einwirken, wie zum Beispiel während des Einschubs einer Brücke, entstehen sehr komplexe mehrachsiale Spannungszustände, wie in Abb. 1.1 zu sehen ist.

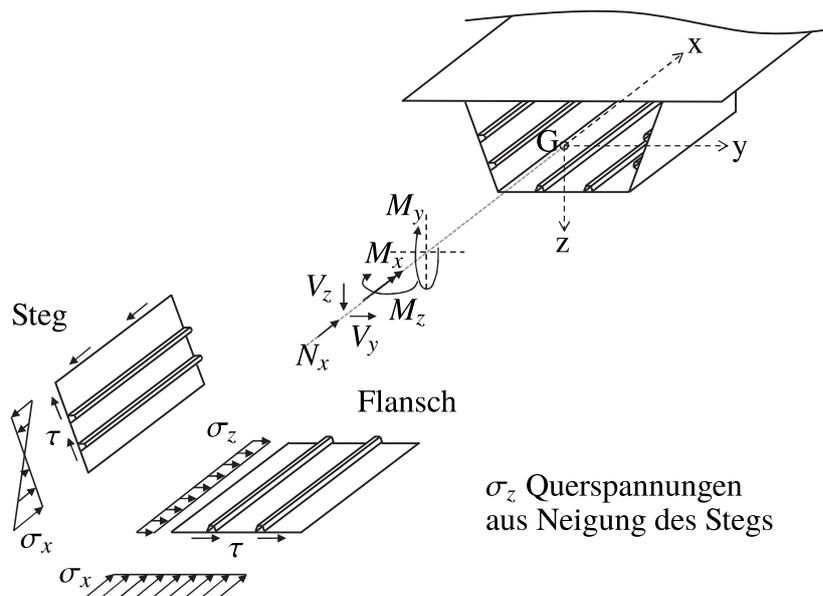


Abbildung 1.1: Spannungszustand eines Kastenquerschnitts [39].

Die Bemessung schlanker plattenförmiger Bauteile erfolgt nach DIN EN 1993-1-5 [22]. DIN EN 1993-1-5 [22] bietet abgesehen von der Finite Elemente Methode zwei Verfahren für die Bemessung von schlanken Beulfeldern an. Ein Nachweisformat weist die Einzelbeanspruchungen nach, wobei es für die Einzelbeanspruchungen die Ausnutzung überkritischer Tragreserven zulässt, und unterwirft dann die Ausnutzungsgrade in einem zweiten Schritt einem Interaktionskriterium zur Berücksichtigung verschiedener Einwirkungen (Methode der wirksamen Breiten). Das zweite Nachweisformat ist ein klassisches Konzept, das die Spannungen im Blech begrenzt und diese nach neueren Regelwerken wieder einer Art von von-Mises

Vergleichsspannung gegenüberstellt (Methode der reduzierten Spannungen). Dieses Kriterium wurde erstmals in [76] und [75] als Weiterentwicklung von [18] vorgeschlagen. Neuere Untersuchungen [64] zielen auf die harmonisierte Formulierung sogenannter „allgemeiner Beulkurven“ ab, um die Anzahl der anzuwendenden Beulkurven zu reduzieren. Diese sind im Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] aufgeführt.

Abb. 1.2 zeigt beispielhaft einen Querschnitt einer Hohlkastenbrücke und wie die Neigung des Steges Querzugspannungen im unteren Flansch verursacht. Ein weiteres Beispiel für das Auftreten von mehrachsig beanspruchten Beulfeldern sind Hängebrücken, siehe Abb. 1.3. (a) zeigt die Anordnung von zwei äußeren Hängern, die Druck in Querrichtung im oberen Flansch und Zug in Querrichtung im unteren Flansch verursachen. Im Gegensatz dazu stellt (b) die Kräfte für einen Hänger in der Mitte des Querschnitts dar. Für die Betrachtung von mehrachsigen Spannungszuständen, wie zweiachsiger Druck oder Zug-Druck, sowie für Zug-Schub ist für die Methode der wirksamen Breiten keine Möglichkeit für einen Nachweis angegeben, sodass die Bemessung nur mit der Methode der reduzierten Spannungen durchgeführt werden kann. Die Gleichung gemäß der Methode der reduzierten Spannungen wird, wie schon zuvor erwähnt, von dem von-Mises Kriterium, mit reduzierten zulässigen Spannungen aufgrund von Beulen, abgeleitet, siehe Gl. (1.1). Da hierbei die Abminderungsfaktoren mit einer einzigen Plattenschlankeit und unter Berücksichtigung des gesamten Spannungsfeldes bestimmt werden können, führt die Berücksichtigung der Zugspannungen zu einem positiven Einfluss. Dadurch können theoretisch Zugspannungen für eine mehrachsig belastete Beulfelder, die durch Beulen beansprucht wird, berücksichtigt werden, da sie einen direkten Einfluss auf die Bestimmung der Plattenschlankeit hat. Ob dieser Effekt korrekt durch die Bemessungsregeln in der Norm wiedergegeben wird, wurde bisher noch nicht untersucht, sodass dieser Bericht auf dieses Problem eingeht.

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - V \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right) + 3 \left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 \leq 1 \quad (1.1)$$

Des Weiteren haben neue Forschungen von BRAUN [10] an unausgesteiften Beulfeldern mit zweiachsiger Druckbeanspruchung ergeben, dass die aktuelle Nachweisgleichung in DIN EN 1993-1-5 [22] zu unsicheren Ergebnissen führen kann, sodass eine Modifikation durch Hinzufügen des „V-Faktors“ in die Nachweisgleichung ähnlich wie in DIN 18800-3 [18] vorgeschlagen wird. Jedoch entstanden mittlerweile Fragen zum Verhalten ausgesteifter Beulfelder, ob der vorgeschlagene Faktor auch für diesen Fall in den Formeln angewendet werden sollte.

1.2 Ziel und Überblick des Berichtes

Ziel dieses Forschungsvorhaben ist es das Beulverhalten von mehrachsig belasteten Beulfeldern zu untersuchen, um das Verständnis zu verbessern und um die Erweiterung der aktuellen Nachweisgleichung der Methode der reduzierten Spannungen nach Abschnitt 10, DIN EN 1993-1-5 [22] zu ermöglichen. Deshalb wird die Gliederung dieses Berichtes im Folgenden dargestellt:

In Abschn. 2 werden die Grundlagen für die Bemessung erklärt, beginnend mit dem elastischen Beulen ebener Platten und dem Effekt von Zugspannungen auf den Beulfaktor, der



die Plattenschlankheit direkt beeinflusst, wenn die Methode der reduzierten Spannungen nach DIN EN 1993-1-5 [22] angewendet wird. Außerdem wird das Bemessungsverfahren im Detail dargestellt und es werden Anmerkungen zu verschiedenen Interpretationsmöglichkeiten gemacht, da der Wortlaut in der Norm manchmal unklar ist. Einige wichtige, bereits existierende Forschungen werden im Zusammenhang mit den durchgeführten Untersuchungen zusammengefasst.

Absch. 3 zeigt die Ergebnisse von Versuchen an unausgesteiften Beulfeldern, die mit einer Interaktion aus zweiachsigem Zug-Druck und Schubmomenten belastet wurden. Die Ergebnisse heben den Effekt von mehrachsigen Spannungen auf das Beulverhalten unter Berücksichtigung der beobachteten Versagensmodi und Tragfähigkeit hervor.

Die numerischen Modelle, die für weitere Untersuchungen an unversteiften und versteiften Beulfeldern verwendet werden, werden in Absch. 4 dargestellt und erklärt, während auf die Parameterstudien in Absch. 5 eingegangen wird. Die Forschungen an unversteiften Beulfeldern werden für Belastungen Zug-Druck, Zug-Schub und Biegung-Schub durchgeführt, während für versteifte Beulfelder der Fokus bei zweiachsigem Druck liegt.

In Absch. 6 werden die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen mit den aktuellen Bemessungsregeln verglichen und es wird eine Verbesserung vorgeschlagen, um die günstige Wirkung der Zugspannungen zu berücksichtigen. Zusätzlich wird eine statistische Auswertung gemäß Anhang D, DIN EN 1990 [21] durchgeführt.

In Absch. 7 werden die Ergebnisse dieses Berichtes für den Anwender in der Praxis anhand eines Anwendungsbeispiel und durch Interaktionsdiagramme aufbereitet.

Eine Zusammenfassung der durchgeführten Untersuchungen, sowie ein Ausblick für zukünftigen Aufgaben werden in Absch. 8 präsentiert.

Dieser Bericht folgt im Wesentlichen der Dissertation von Dr.-Ing. A. ZIZZA [100], die zum Teil weit über die ursprüngliche Intention des Antrags hinausgeht.

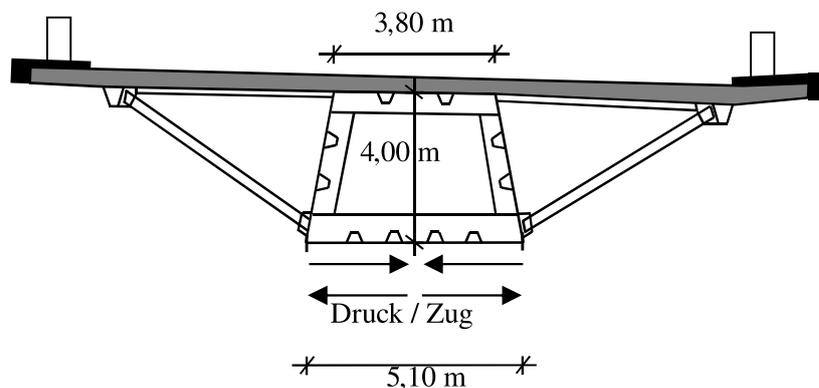


Abbildung 1.2: Mehrachsiger Spannungszustand (Lennetalbrücke, Hagen).

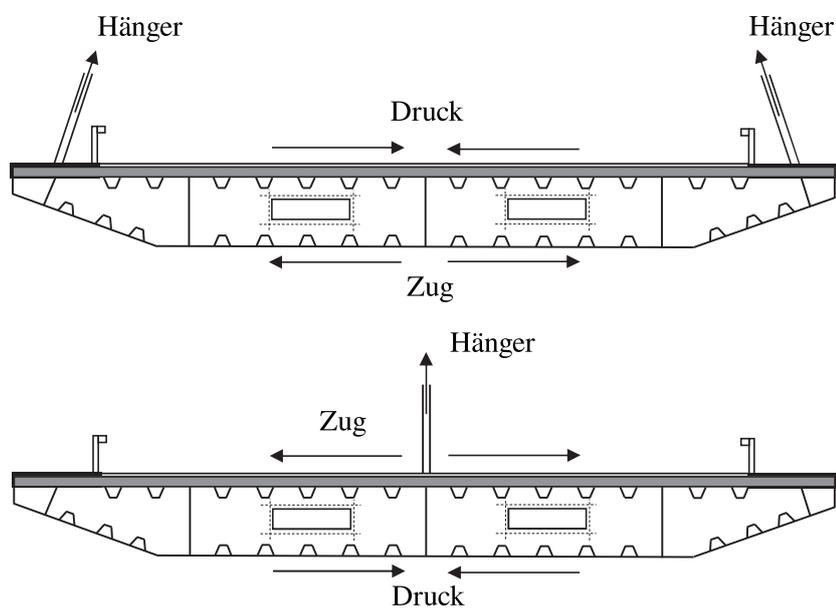


Abbildung 1.3: Querdruck und -Zugspannung in Hängebrücken basierend auf [8].

2 Stand der Technik

2.1 Elastisches Beulen ebener Platten

In den ersten Jahren des letzten Jahrhunderts kamen zum ersten Mal dünne Plattentragwerke zum Einsatz. Die Bemessung aus Blechen zusammengesetzter Bauteile wurde mit der elastischen kritischen Last durchgeführt, die die unvermeidlichen Imperfektionen, nicht lineares Materialverhalten und die positiven Effekte der überkritischen Tragreserve nicht berücksichtigt.

DUBAS & GEHRI [27] fassen Entwicklungen der linearen Beultheorie in einem Bericht zusammen, der mit DE SAINT-VENANT [72] beginnt, der die Differentialgleichung für das Beulen einer in ihrer Ebene, belasteten Platte eingeführt hat. Die vereinfachte Darstellung der Differentialgleichung wird in der folgenden Gl. (2.1) dargestellt.

$$D \cdot \Delta\Delta(w) = N_x \cdot w'' + 2N_{xy}w'^{\star} + N_y w^{\star\star} \quad (2.1)$$

Hierbei ist w die Durchbiegung, w' und w^{\star} jeweils die Ableitung in x und y -Richtung, $N_x = \sigma_x \cdot t$, $N_y = \sigma_y \cdot t$ und $N_{xy} = \sigma_{xy} \cdot t$ sind die Kräfte in der Ebene pro Einheitslänge, t die Plattendicke und D die Steifigkeit der Platte, welche durch Gl. (2.2) definiert wird.

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2.2)$$

mit: $E = 210000N/mm^2$: Elastizitätsmodul
 $\nu = 0,3$: Querdehnzahl

Die Lösung der Differentialgleichung folgt aus einem geeigneten Ansatz unter Berücksichtigung der Randbedingungen und führt zu kritischen Beulspannungen, was üblicherweise als Produkt des Beulwerts und der sogenannten „Eulerschen Bezugsspannung“ nach Gl. (2.3a) und Gl. (2.3b) formuliert wird.

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} \cdot \sigma_E \quad (2.3a)$$

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \cdot \sigma_E \quad (2.3b)$$

mit: k_{σ} : Beulwert für Normalspannungen
 k_{τ} : Beulwert für Schubspannungen
 σ_E : Euler'sche Bezugsspannung

Die Eulersche Bezugsspannung kann nach Gl. (2.4) mit einer geläufigen Vereinfachung be-



stimmt werden.

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot t} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \cong 0.9 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.4)$$

Des Weiteren wird hier angemerkt, dass im Gegensatz zur Knickformel von Euler, in der sich die kritische Last auf die Stablänge bezieht, sich die Eulersche Bezugsspannung beim Plattenbeulen auf die Plattenbreite b bezieht.

2.2 Effekte der mehrachsigen Spannungszustände auf das elastische Beulverhalten

2.2.1 Allgemein

Zug- sowie Druckspannungen in Querrichtung beeinflussen nicht nur das überkritische Beulverhalten und die Traglasten, sondern haben auch einen großen Einfluss auf die Berechnung der kritischen Beullasten. Des Weiteren wird in diesem Abschnitt auf die Wirkung der mehrachsigen Spannungszustände für Beulfelder mit Schubbeanspruchung sowie versteiften Beulfeldern in Bezug zum elastischen Beulverhalten eingegangen.

2.2.2 Normalspannungen

Um den gesamten Parameterbereich der Interaktion zwischen den Normalspannungen σ_x und σ_z untersuchen zu können, wird der Interaktionswinkel Θ nach Abb. 2.1 definiert. Der Interaktionswinkel kann ebenso durch den Parameter β ausgedrückt werden, um das Spannungsverhältnis am Beulfeld zu beschreiben, siehe Gl. (2.5).

$$\beta = \sigma_z / \sigma_x = -\tan(\Theta) \quad (2.5)$$

BETTEN & SHIN [7] präsentieren eine Lösung der Differentialgleichung Gl. (2.1) für rechteckige Beul mit biachsialer Beanspruchung, siehe Gl. (2.6). Die detaillierte Ableitung wird hier mit Bezug zu [7] gezeigt.

$$k_\sigma = \left(\frac{m^2}{\alpha^2} + n^2\right)^2 \cdot \left(\frac{m^2}{\alpha^2} + n^2 \cdot \beta\right)^{-1} \quad (2.6)$$

In der vorliegenden Gleichung geben die Parameter m und n die Anzahl der Halbwellen in x und z -Richtung der Beulform an. Abb. 2.2 zeigt eine Reihe von Kurven mit verschiedenen β -Werten in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis $\alpha = a/b$. Positive Werte für β bedeuten, dass das Beulfeld mit biachsialem Druck beansprucht wird, während negative Werte für biachsialen Zug-Druck stehen.

Der Beulwert k_σ für die Berechnung der kritischen Beulspannung hängt stark von dem Seiten-



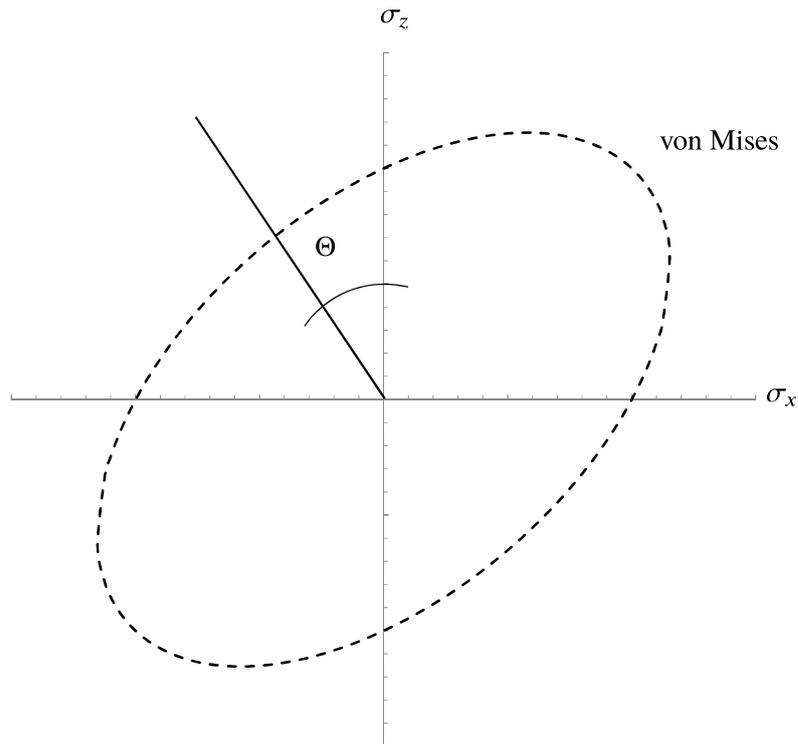


Abbildung 2.1: Definition des Interaktionwinkels Θ .

verhältnis sowie dem Spannungszustand des Beulfelds ab. Man kann sehen, wie Druckspannungen in Querrichtung den Beulwert und somit auch die kritische Beulspannung reduzieren. Im Gegensatz dazu führen Zugspannungen in Querrichtung zu einem erhöhten Beulwert und zeigen eine deutlich positive Wirkung auf die kritische Beulspannung. Da die kritische Beulspannung als Parameter für die Bemessung nach DIN EN 1993-1-5 [22] mit einer einzigartigen Plattenschlankheit verwendet wird, kann der gezeigte positive Effekt der Zugspannungen in die Bemessung der Plattenschlankheit integriert werden, siehe Absch. 2.3.2. Dennoch sind bisher keine Studien bekannt, die dieses Problem systematisch untersuchen.

Da der Beulwert k_σ auch von der Anzahl der Halbwellen in beiden Richtungen abhängt, siehe Gl. (2.6), zeigt Abb. 2.2 die untere Hüllkurve für $n = 1$ in x-Richtung und eine variierende Anzahl an Halbwellen m in z-Richtung. Es sind Spitzen zu sehen, wo sich die Kurven mit unterschiedlicher Eigenformen schneiden. Die Spitzenwerte werden mit einem erhöhten Seitenverhältnis des Beulfelds kleiner und vernachlässigbar. Während für biaxial gedrückte Beulfelder der Beulwert im Vergleich zu Beulfeldern unter einachsigen Druck reduziert wird und keine Spitzen im betrachteten Bereich sichtbar sind, zeigen die durch Zug-Druck belasteten Beulfelder ausgeprägte Spitzen, wenn sich Kurven mit einer unterschiedlichen Anzahl an Halbwellen schneiden. Dieser Effekt nimmt mit höher werdendem Zugspannungsverhältnis zu.

Eine weitere Beobachtung ist, dass die erwähnten Spitzen an den Übergangspunkten der Beulformen für kleinere Seitenverhältnisse und erhöhtem Zug erreicht werden. Mit anderen Worten: Die Beulform wird zu einer mehrfachen Halbwellenform mit erhöhtem Zug. Um diese Spitzen in den Kurven für den Beulwert zu zeigen, stellt Abb. 2.3 die Beulwerte für verschiedene Seitenverhältnisse von $\alpha = 1$ bis 3 in Bezug zu Beulwerten für ein unendlich

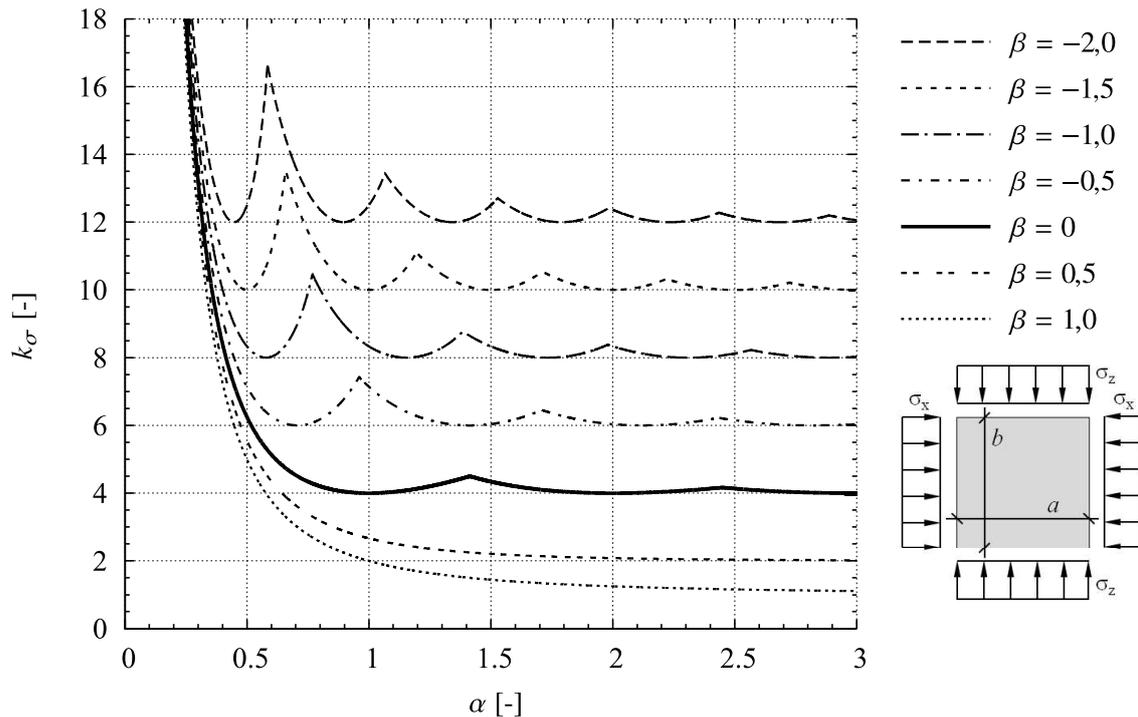


Abbildung 2.2: Beulwert k_σ in Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis $\beta = \sigma_z/\sigma_x$ und Seitenverhältnis $\alpha = a/b$.

langes Beulfeld dar. Der Interaktionswinkel wird durch Gl. (2.5) definiert.

Die Spitzen zwischen den Eigenformen wirken sich unmittelbar auf die Schlankheit aus und deshalb auch auf die Traglast des untersuchten Beulfeldes, sodass LINDER & RUSCH [61] empfehlen diese nicht zu berücksichtigen, da der Effekt bei hochgradig nicht linearen Traglastberechnungen an Bedeutung verliert. In DIN EN 1993-1-5 [22] sind für die Berechnung des Beulwerts k_σ mehrere Formulierungen für verschiedene Fälle aufgeführt, während DIN 18800-3 [18] nur einen Bezug zur Literatur herstellt.

Die Formulierungen für Beulfelder mit einachsiger Druckbelastung aus DIN EN 1993-1-5 [22] hängen nicht vom Seitenverhältnis des Beulfeldes ab, sodass hier die Spitzen nicht berücksichtigt werden. Die Spitzen gewinnen insbesondere für erhöhte Zugspannungen immer mehr an Bedeutung. Daher wird im Folgenden eine einfache Gleichung für eine sichere Bestimmung der Schlankheit von mehrachsig belasteten Beulfeldern formuliert. Die Grundlage ist die Lösung der Differentialgleichung nach [7], siehe Gleichung Gl. (2.6).

Um die ersten Minima des Beulwerts zu erhalten, werden die Parameter m und n gleich 1 gewählt, vergleiche Gl. (2.7).

$$k_\sigma^{m,n=1} = \left(\frac{1}{\alpha^2} + 1 \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\alpha^2} + \beta \right)^{-1} = \frac{\alpha^4 + 2\alpha^2 + 1}{\alpha^4\beta + \alpha^2} \quad (2.7)$$



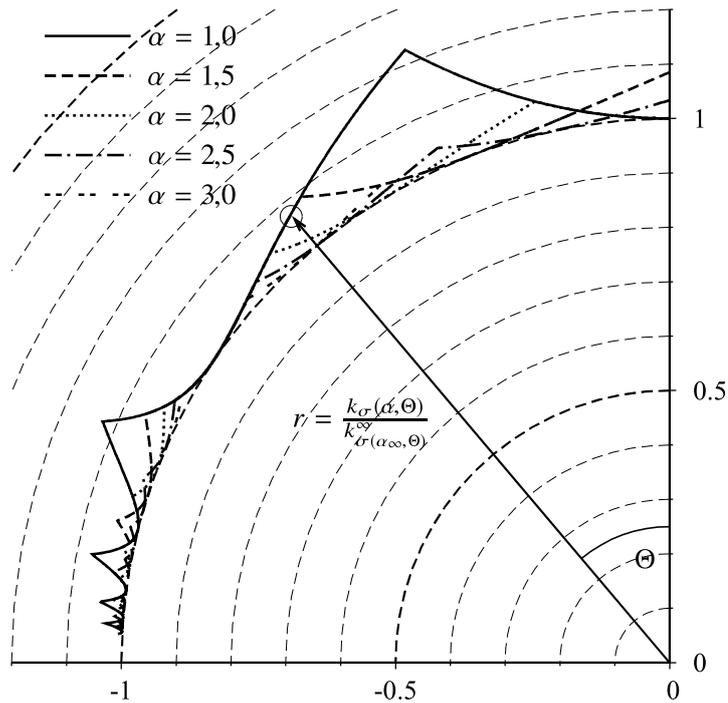


Abbildung 2.3: Beulwerte für verschiedene Seitenverhältnisse in Bezug zu Beulwerten für ein unendlich langes Beulfeld k_{σ}^{∞} .

Die erste Ableitung nach dem Seitenverhältnis des Beulfeldes berechnet sich nach Gl. (2.8).

$$\left(\frac{\partial}{\partial \alpha}\right) k_{\sigma}^{m,n=1} = -\frac{(4\alpha^4 + 4\alpha^2)\beta - 2\alpha^4 + 2}{\alpha^7\beta^2 + 2\alpha^5\beta + \alpha^3} \quad (2.8)$$

Für die Bestimmung des Minimums des Beulwerts wird der Zähler zu Null:

$$0 = (4\alpha^4 + 4\alpha^2)\beta - 2\alpha^4 + 2 \quad (2.9)$$

Vereinfacht wird α^2 durch ω ersetzt, sodass:

$$0 = (4\omega^2 + 4\omega)\beta - 2\omega^2 + 2 = (4\beta - 2)\omega^2 + 4\beta\omega + 2 \quad (2.10)$$

Die positive Lösung der quadratischen Gl. (2.10) führt zur Gl. (2.11).

$$\omega = -\frac{1}{2\beta - 1} \quad (2.11)$$

Durch die Resubstitutionierung von ω durch α^2 zeigt Gl. (2.12), dass das Seitenverhältnis des

Beulfeldes zu einem Minimum des Beulwerts abhängig vom Spannungsverhältnis $\beta < 0,5$ führt.

$$\alpha^{k_{\sigma}^{min}} = \sqrt{\frac{-1}{2\beta - 1}} \quad (2.12)$$

Durch Einsetzen der Gl. (2.12) in Gl. (2.7) wird das Minimum des Beulwerts durch Gl. (2.13) definiert.

$$k_{\sigma}^{min} = 4 \cdot (1 - \beta) \quad (2.13)$$

Abb. 2.4 zeigt den Einfluss des Spannungsverhältnisses β auf den minimalen Beulwert k_{σ}^{min} und das jeweilige Seitenverhältnis α^{min} , das mit Gl. (2.12) und Gl. (2.13) berechnet wird. Der lineare Einfluss auf den minimalen Beulwert ist hervorzuheben, wie auch das abnehmende Seitenverhältnis, wenn der zugehörige Beulwert mit zunehmenden Zugspannungen auftritt (negatives β). Aus den oben genannten Gründen wird empfohlen die gezeigten Werte für k_{σ}^{min} zu wählen, die es erlauben die Spitzen zwischen den Beulformen zu ignorieren, da diese weder für nicht lineare Berechnungen noch in der Realität auftreten, sodass eine Unterschätzung der Plattenschlankheit auftreten kann. Ein Vergleich zwischen den Berechnungen mit und ohne Betrachtung dieser Spitzen ist in Absch. 6 aufgeführt.

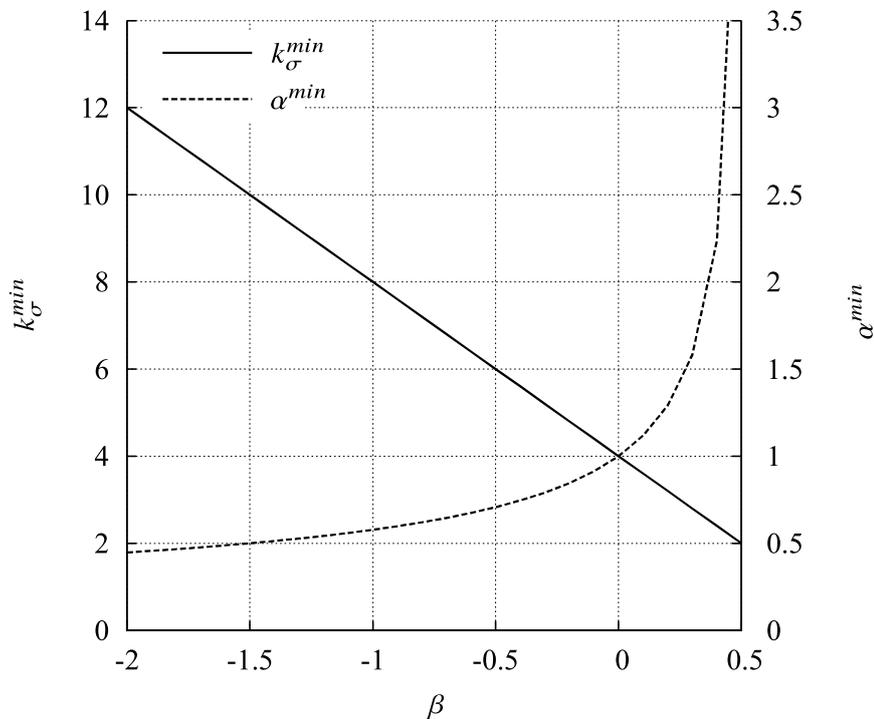


Abbildung 2.4: Einfluss des Spannungsverhältnisses β auf den minimalen Beulwert k_{σ}^{min} und das jeweilige Seitenverhältnis α^{min} .



2.2.3 Schubspannungen

Die elastische kritische Schubbeulspannung kann analog wie für die Normalspannungen nach Gl. (2.3b) berechnet werden, wobei k_τ den Beulwert für die Schubbeulspannung definiert. Dieser kritische Schubbeulwert wurde für drei verschiedene Randbedingungen von Randträgern der Beulfelder mit reiner Schubbelastung ausgewertet [99]. TIMOSCHENKO [86], BERGMANN & REISSNER [6] und SEYDEL [81] entwickelten Lösungen für den Fall von durch reinen Schub belasteten und an allen Seiten gelenkig gelagerten Beulfeldern, die in Gl. (2.14) dargestellt werden.

Die Lösung für gelenkig gelagerte Ränder ist auch in Anhang A, DIN EN 1993-1-5 [22] abgebildet. Weiterhin sollte angemerkt werden, dass Forschungen von KUHLMANN ET AL. [57] gezeigt haben, dass gelenkig gelagerte Randbedingungen verwendet werden müssen, um die kritische Schubbeulspannung nach Gleichung (5.2) in Kapitel 5, DIN EN 1993-1-5 [22] zu verwenden, da die Beulkurven, die aus Versuchen abgeleitet wurden, bereits bestimmte Einspanneffekte berücksichtigen, siehe auch [53]. Abb. 2.5 zeigt den Schubbeulwert k_τ für Beulfelder mit einem Seitenverhältnis $\alpha > 1$. Der Wert wird gegen $1/\alpha$ geplottet, um einen größeren Bereich aufzeigen zu können.

$$k_\tau = \begin{cases} 4,00 + \frac{5,34}{\alpha^2} & \text{für } \alpha \leq 1 \\ 5,34 + \frac{4,00}{\alpha^2} & \text{für } \alpha \geq 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

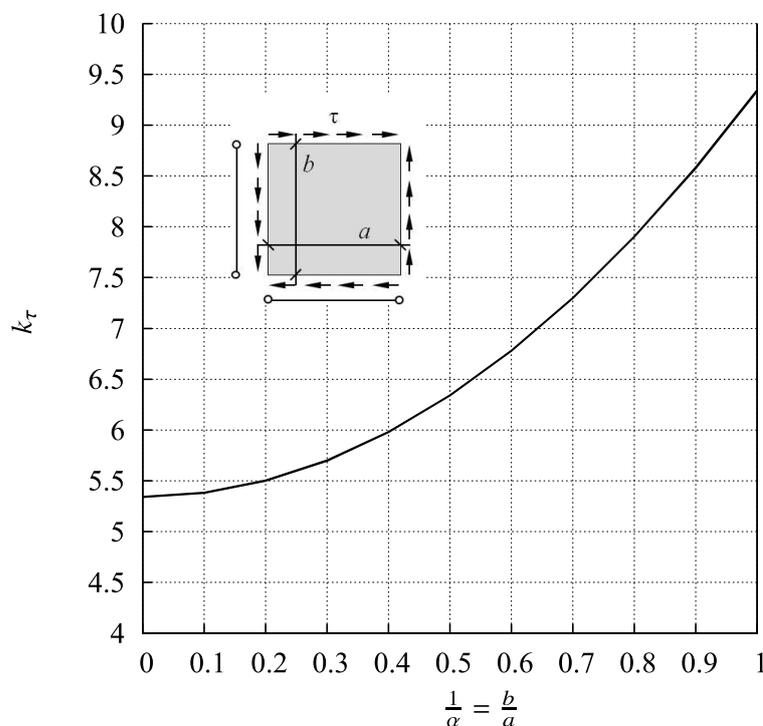


Abbildung 2.5: Schubbeulwerte k_τ für Beulfelder unter reiner Schubbeanspruchung.

Schub- und Normalspannungen

Normalspannungen haben einen signifikanten Einfluss auf den Schubbeulwert. Weil es häufig in der Praxis auftritt, werden die Interaktionen von Schub-Druck und Schub-Biegung im Folgenden kurz erklärt. Eine erste Interaktionsgleichung für den Fall von Schub kombiniert mit Druck in Längsrichtung und einfach gelenkig gestützten Rändern ist durch IGUCHI [42] bereits gegeben. Das Problem von Biegung und Schub wurde von TIMOSCHENKO [87] behandelt und von CHWALLA [13] in eine Interaktionsgleichung umgewandelt. Danach entwickelten GERARD & BECKER [40] eine dreiteilige Interaktionsformel für den Fall von kombinierter Biegung und Normalspannungen an den Enden (der Dimension b), die zusammen mit reinem Schub wirken, siehe Gl. (2.15), welche ebenso in Abb. 2.6 illustriert ist.

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{c*}} + \left(\frac{\sigma_{cb}}{\sigma_{cb}^*} \right)^2 + \left(\frac{\tau_c}{\tau_c^*} \right)^2 = 1 \quad (2.15)$$

mit: σ_{c*} : kritische Spannung bei reinem Druck
 σ_{cb}^* : kritische Spannung bei reiner Biegung
 τ_c^* : kritische Spannung bei reinem Schub

Man erkennt, dass Druck und Biegung einen unterschiedlichen Einfluss auf den Schubbeulwert haben, sodass in den späteren Untersuchungen dieses Berichts verschiedene Verhältnisse von Druck und Biegung in Interaktion mit Schub verwendet werden.

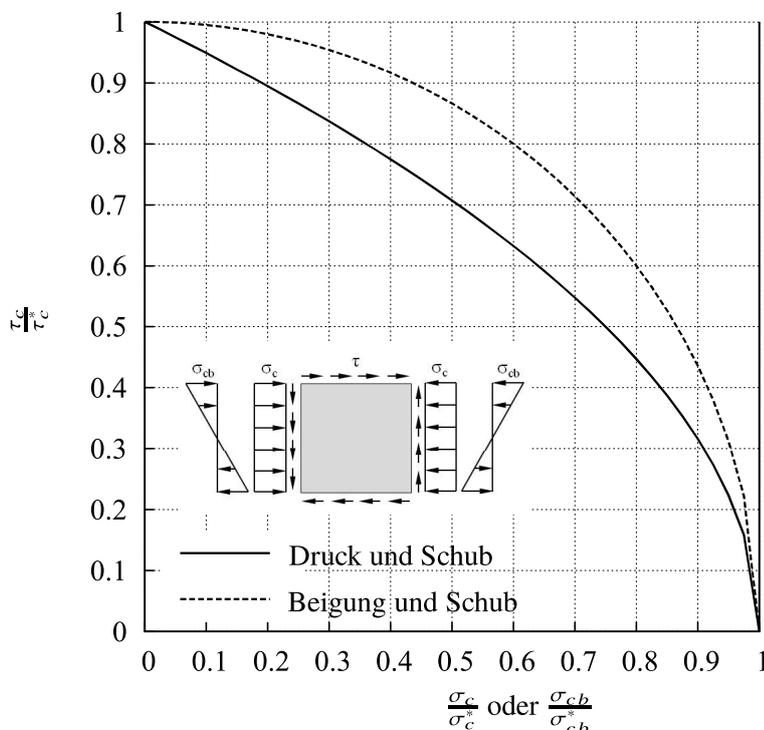


Abbildung 2.6: Interaktionskurve für das Beulverhalten des Beulfeldes unter Schub und konstanter Normalspannung und Biegung.



2.2.4 Ausgesteifte Beulfelder unter Normalspannung

Im Gegensatz zu unversteiften Beulfeldern, ist die analytische Berechnung der elastischen Beulspannung für versteifte Beulfelder viel komplexer, da viel mehr Parameter, wie der Querschnitt oder die Position der Steife, eine Rolle spielen. Die folgenden Methoden existieren zur Berechnung des Beulwerts k_σ für Beulfelder mit Steifen in Längsrichtung, siehe auch [43]:

- aus Diagrammen oder Tabellen;
- aus vereinfachten Formulierungen;
- Verwendung einer geeigneten Software oder numerischen Techniken.

In der Vergangenheit wurden mehrere Diagramme und Tabellen zur Bestimmung der kritischen Spannung von längsausgesteiften Beulfeldern unter einachsiger Druckbelastung veröffentlicht, wie zum Beispiel von SEIDE & STEIN [79], BLEICH & RAMSEY [9] und TIMOSHENKO & GERE [88]. Die in der Praxis am meisten verwendeten Tabellen sind jedoch die von KLÖPPEL [46], [47].

Die Steifigkeit der Steifen wird durch die dimensionslosen Parameter γ (bezogene Steifigkeit der Längssteife), δ (bezogene axiale Steifigkeit) und Θ_s (bezogene Torsionssteifigkeit) in Gl. (2.16) dargestellt, wobei die Steifigkeit D des Bleches in Gl. (2.17) definiert wird.

$$\gamma = \frac{EI_s}{bD}, \quad \delta = \frac{A_s}{bt}, \quad \Theta_s = \frac{GJ_s}{bD} \quad (2.16)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.17)$$

Dabei stellen I_s , A_s und J_s die Biegeträgheit, die Querschnittsfläche und die Torsionskonstante der Steife dar. E ist das Elastizitätsmodul (210000N/mm^2 für Stahl), ν die Querdehnzahl (0,3 für Stahl) und G das Schubmodul ($G = E/2(1 + \nu) = 80769\text{N/mm}^2$ für Stahl).

Vereinfachte Formulierungen für die Bestimmung des kritischen Beulfaktors von versteiften Beulfeldern sind bereits in Anhang A, DIN EN 1993-1-5 [22] enthalten. Das Vorgehen wird in Absch. 2.3.2 gezeigt. Zur Vollständigkeit wird hier zusätzlich erwähnt, dass SCHAFER & PEKÖZ [73] eine kompaktere Lösung vorgeschlagen haben, die auch in den AISI Standard [3] aufgenommen wurde.

Heutzutage wird der kritische Beulfaktor meist mit praktischen Software Tools berechnet. Eines dieser Programme ist EBPlate [14], welches im Rahmen des RFCS-Projekts COMBRI [57] entwickelt wurde. Es ermöglicht den Beulfaktor für fast jede Situation, sogar für verschiedene gleichzeitig wirkende Spannungen, für unversteifte sowie versteifte Beulfelder zu berechnen. Des Weiteren ist es möglich das Programm im Batch-Modus laufen zu lassen und es somit zum Beispiel mit Matlab [62] zu koppeln, um so Daten für eine Parameterstudie zu generieren.

Die kritische Beulspannung σ_{cr} eines Beulfelds mit einer Längssteife, die mit EBPlate berechnet wurde, ist in Abb. 2.7 dargestellt. Hierbei werden die Werte beispielhaft mit den folgenden Abmessungen berechnet: Länge $a = 3000$ mm, Breite $b = 2000$ mm und Dicke $t = 10$ mm. Die Ergebnisse sollen den Einfluss der bezogenen Steifigkeit der Längssteife γ und des angewendeten Interaktionswinkels Θ auf die kritische Beulspannung zeigen. Deshalb werden die

axiale Steifigkeit δ und die Torsionssteifigkeit jeweils konstant zu 0,1 und 0,01 gehalten.

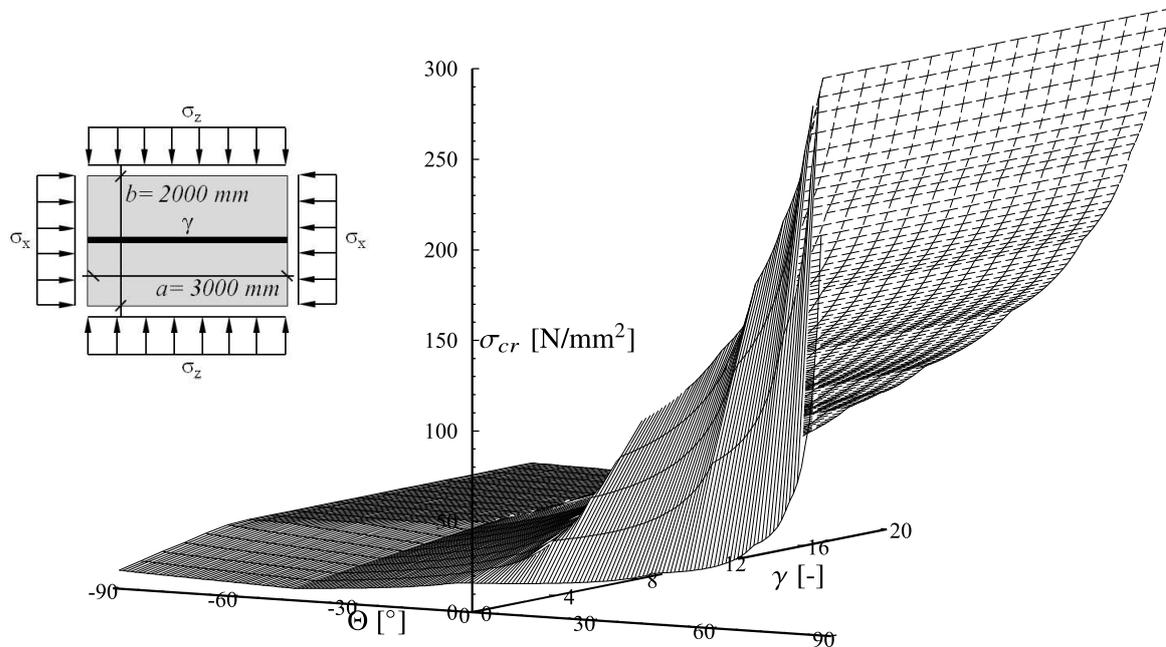


Abbildung 2.7: Einfluss des Interaktionswinkels Θ auf die kritische Beulspannung in Abhängigkeit der bezogenen Steifigkeit γ .

Es ist zu sehen, dass sich die kritische Beulspannung bei einem positiven Interaktionswinkel im Druck-Zug Bereich erhöht und im biaxialen Druckbereich, bei einem negativen Interaktionswinkel, verkleinert. Bei zunehmender Steifigkeit der Steife erhöht sich auch die kritische Beulspannung bis zu einem bestimmten Niveau solange bis lokales Beulen der Teilfelder überwiegt, sodass eine höhere Biegesteifigkeit der Steife keinen Einfluss mehr hat. Die Steifigkeit zu Beginn des Niveaus wird als Mindeststeifigkeit γ^* bezeichnet. Die erste Eigenform bzw. Beulmodus wird als natürlicher Beulmodus bezeichnet und deshalb wird die dazugehörige Beulspannung als „natürliche kritische Beulspannung,“ bezeichnet, siehe [38]. Die Mindeststeifigkeit variiert mit dem Interaktionswinkel, wenn die natürliche kritische Beulspannung [38] von lokalem Beulen dominiert wird, siehe Abb. 2.8.

Abb. 2.9 bildet die kritische Beulspannung über dem Interaktionswinkel bei verschiedenen Steifigkeiten ab und verdeutlicht die Komplexität und Sensibilität des Themas, da alle Parameter einen maßgebenden Einfluss haben. Einige beispielhafte Eigenformen, die durch EBPlate berechnet wurden, werden in Abb. 2.10 für das betrachtete obere Beispiel dargestellt. Sie



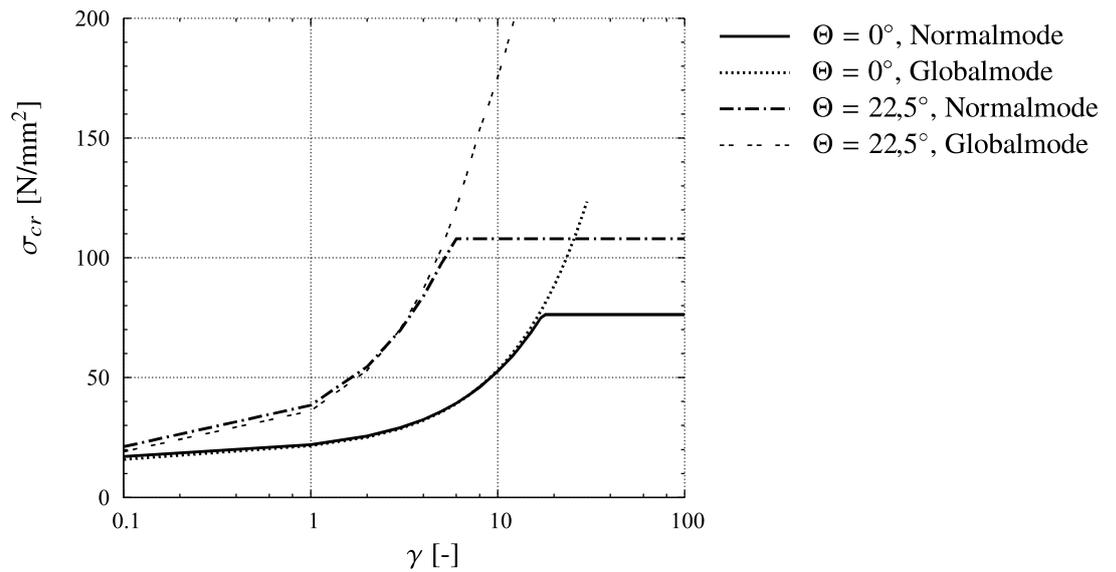


Abbildung 2.8: Beulmodi eines ausgesteiften Beulfelds für $\Theta = 0^\circ$ und $\Theta = 22,5^\circ$.

verdeutlichen, dass für reinen Druck stärkere Steifen benötigt werden, um globales Beulen zu verhindern. Im Vergleich dazu reichen im Fall von Zug-Druck Interaktion schwache Steifen aus, um lokales Beulen zu erzwingen.

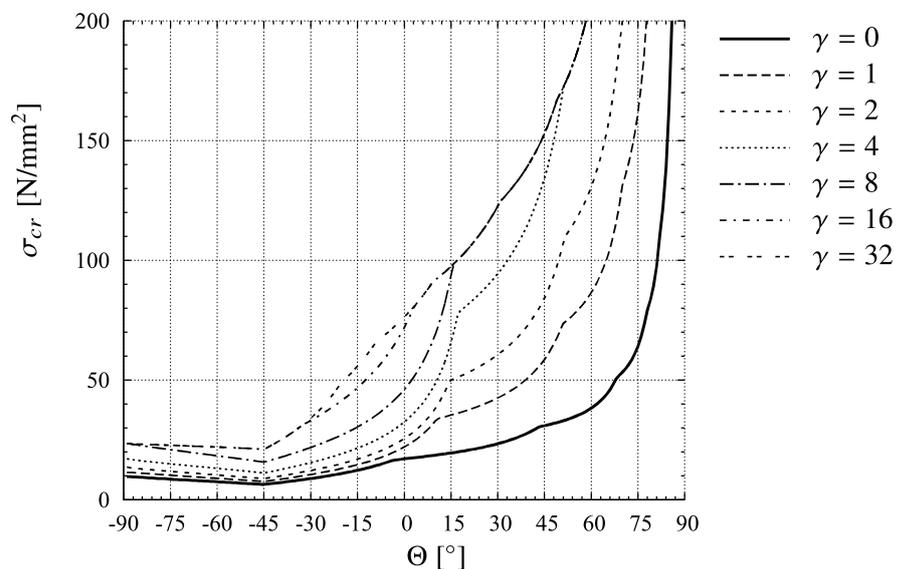
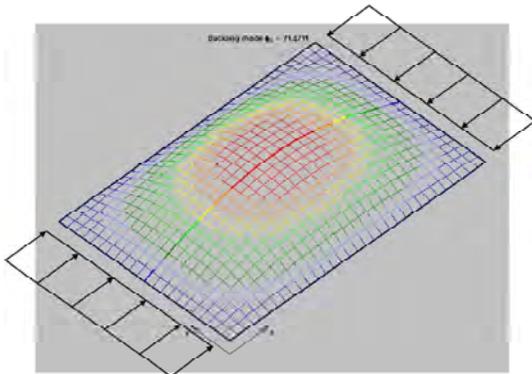
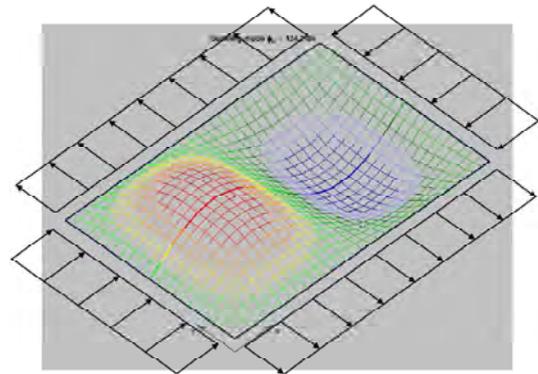


Abbildung 2.9: Einfluss des Interaktionswinkels Θ auf die kritische Beulspannung in Abhängigkeit der bezogenen Steifigkeit γ .

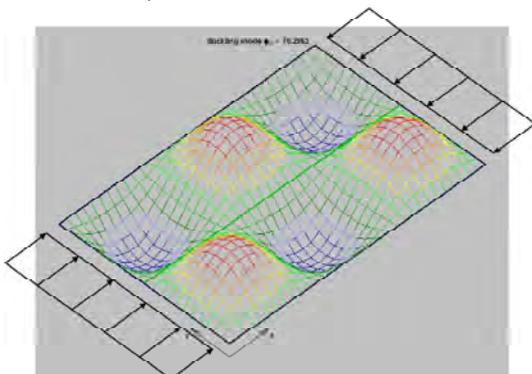
a) $\Theta = 0^\circ, \gamma = 16$



b) $\Theta = 45^\circ, \gamma = 4$



c) $\Theta = 0^\circ, \gamma = 32$



d) $\Theta = 45^\circ, \gamma = 8$

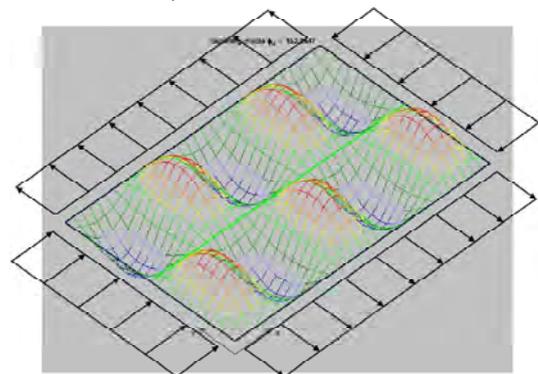


Abbildung 2.10: Eingenformen aus einer linearen Beulanalyse mit EBPlate.



2.3 Vergleich verschiedener Bemessungsregeln

2.3.1 Entwicklungsgeschichte der Bemessungsregeln in Deutschland

Theoretische aber insbesondere experimentelle Untersuchungen an beulgefährdeten Beulfeldern mit mehrachsigen Spannungszuständen sind sehr begrenzt. Die Bemessungsregeln für mehrachsig beanspruchte Beulfelder basieren auf Untersuchungen, welche hauptsächlich in den 1970ern an quadratischen Beulfeldern durchgeführt wurden.

Da sich dieser Bericht auf die Methode der reduzierten Spannungen konzentriert, welche während des letzten Jahrhunderts hauptsächlich in Deutschland entwickelt wurde und dort auch von praktischer Relevanz ist, startet sie mit der DIN 4114 [19] im Jahr 1952. Zu Beginn dienten die Bemessungsregeln vor allem zur Bemessung von Stegen unter vorrangig wirkender Schubspannungen. Im Laufe der Entwicklung von Hohlkästen wurden die Regeln ebenfalls für die Bemessung von längsausgesteiften Gurten verwendet. Da das Phänomen von knickstabähnlichem Verhalten noch nicht ausreichend bekannt war, ereigneten sich mehrere Schadensfälle in den späten 1960ern und frühen 1970er Jahren, insbesondere während der Einführung von Stahlbrücken aus Hohlkästen. Als Reaktion wurden 1972 mehrere Verordnungen mit erhöhten Sicherheitsanforderungen für Stahlbrücken definiert [2], welche später in ergänzende Verordnungen für alle Stahlkonstruktionen aufgenommen wurden [20].

Bisher wurden die Nachweise nur mit kritischen Belastungen ohne die Berücksichtigung von Imperfektionen durchgeführt. Dies änderte sich 1978 mit der Umsetzung der DASt-Richtlinie 012 [15]. Seitdem ist es möglich die Traglast aus Beulkurven zu bestimmen, die Imperfektionen berücksichtigen. 1990, mit der Einführung der DIN18800-3 [18], wurden die Bemessungsregeln vollständig überarbeitet und die Bestimmung der Spannungen wurde zum ersten Mal auf einem Bemessungsniveau durchgeführt. Die neuen Beulkurven berücksichtigten die Wirkung von Imperfektionen, sowie die Wirkung überkritischer Tragreserven, welche von wesentlicher Bedeutung, insbesondere für Beulfelder mit höherer Schlankheit sind. Die Berechnung der Abminderungen wurde für jede Lastkomponente durch Verwendung der jeweiligen Schlankheiten getrennt durchgeführt.

Als eine weitere Entwicklung der Beulnachweise legten SCHEER & NÖLKE [76] in 2001 die folgenden Kriterien für „allgemeine äquivalente Spannungsbemessungen“ fest:

- a Im Rahmen der linearen Verzweigungstheorie gibt es nur eine bestimmte Beulform für ein mehrachsig beanspruchtes Beulfeld. Zu ihr gehört eine äquivalente kritische Beulspannung bzw. Beulvergleichsspannung $\sigma_{eq,cr}$.
- b Für den Grenzfall gedrungener Beulfelder, die nicht Beulen, soll der Bemessungsnachweis das von Mises Kriterium ergeben.
- c Für den Grenzfall einachsiger Lasteinwirkung soll der Beulsicherheitsnachweis in den hierfür maßgebenden Nachweis übergehen.
- d Die stabilisierende Wirkung von Zugspannungen soll berücksichtigt werden.
- e Der Ausnutzungsgrad soll direkt aus dem Nachweis ablesbar sein.
- f Die Bemessungsregeln sollen benutzerfreundlich und einfach programmierbar sein.
- g Die Ergebnisse sollen plausibel und ausreichend genau sein.
- h Offensichtlich ist eine verallgemeinerte Form der äquivalenten Spannungshypothese geeignet.



- i Für zweiachsigen Druck müssen die Grenzspannungen gegen σ_x mit monoton steigendem Verhältnis von σ_y/σ_x monoton fallen.

Die Voraussetzungen b, c, h und f werden durch die Bemessungsregeln in DIN18800-3 [18] erfüllt, siehe [76]. Die Bestimmung des Abminderungsfaktors wurde für die jeweilige Belastung und die dazugehörige Schlankheit als Eingangsparameter getrennt durchgeführt. Dies bedeutet, dass für jede einwirkende Belastung die Schlankheit individuell bestimmt wird. Dies änderte sich 2010 mit der offiziellen Einführung der Norm DIN EN 1993-1-5 [22]. Die Bestimmung des Abminderungsfaktors unter Berücksichtigung der Methode der reduzierten Spannungen wird nun mit einer einzigen Plattenschlankheit durchgeführt, welche das gesamte Spannungsfeld berücksichtigt und auch die Voraussetzung a erfüllt. Die Berücksichtigung der stabilisierenden Effekte von Zugspannungen ist prinzipiell möglich. Allerdings fehlen systematische Untersuchungen, sodass die Untersuchungen dieses Berichts darauf abzielen auch die Voraussetzung d zu erfüllen.

2.3.2 DIN EN1993-1-5

2.3.2.1 Allgemeiner Bemessungsvorgang

Die Bemessung von schlanken Beulfeldern wird in Europa zur Zeit nach DIN EN 1993-1-5 [22] durchgeführt, welche, neben der Finite Elemente Methode, im Allgemeinen zwei verschiedene Methoden für die Bemessung von schlanken Beulfeldern bereitstellt. Die „Methode der wirksamen Breiten“ basiert auf der Reduktion des Querschnitts, indem lokales Beulen der Einzelfelder zwischen den Steifen und globales Beulen berücksichtigt wird. Dieser Nachweis wird für die einzelnen Einwirkungen durchgeführt, während für die Interaktion verschiedener Beanspruchungen Interaktionsformeln verwendet werden. Die „Methode der wirksamen Breiten“ hat den Vorteil, dass Spannungsumlagerungen berücksichtigt werden. Jedoch wird für die Betrachtung mehrachsiger Spannungszustände, wie zum Beispiel zweiachsiger Druck oder Zug-Druck, sowie für Zug-Schub noch keine Möglichkeit einen Nachweis durchzuführen, bereitgestellt.

Die zweite Methode ist die sogenannte „Methode der reduzierten Spannungen“. Hierbei werden die zulässige Spannungen in dem Beulfeld reduziert und es wird eine Art des von Mises Kriteriums verwendet, um die Kombination verschiedener Spannungen nachzuweisen. Diese Methode wurde zum ersten Mal von SCHEER & NÖLKE in [75] und [76] vorgeschlagen. Die Reduktion der zulässigen Spannungen ist eine Funktion des Schlankheitsgrads des betrachteten Beulfeldes. Bei der Methode der reduzierten Spannungen nach DIN EN 1993-1-5 [22] wird bei der Bestimmung des Schlankheitsgrads der gesamte Spannungszustand berücksichtigt. Daraus folgt ein einziger Schlankheitsgrad bei gleichzeitig wirkenden Beanspruchungen.

Mit dem Ziel die bisherige Anzahl der Beulkurven zu reduzieren und zu harmonisieren, schlägt MÜLLER in [64] „verallgemeinerte Beulkurven“ vor. Diese sind in Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] enthalten.

Zuerst wird der minimale Laststeigerungsfaktor $\alpha_{ult,k}$ für die Bemessungslasten bestimmt, um den charakteristischen Wert der Festigkeit am kritischsten Punkt des Beulfelds zu erreichen. Dann wird der minimale Laststeigerungsfaktor (α_{cr}) für die Bemessungslasten ermittelt, um den elastischen kritischen Spannungszustand des Beulfelds zu erreichen. Mit diesen Faktoren kann die Systemschlankheit berechnet werden, welche den Eingangsparameter für die Berechnung der Abminderungsfaktoren liefert, der im letzten Schritt benötigt wird, um den



Bemessungsnachweis zu führen, siehe Gl. (2.18). DIN EN 1993-1-5 [22] empfiehlt bei der Anwendung der Nachweisformel im Fall von Beulfeldern mit Zug und Druck nur Druck zu berücksichtigen.

Es bleibt weiterhin unklar, ob für die vorherigen Schritte im Fall von zweiachsig durch Zug und Druck beanspruchte Beulfeldern, Zugspannungen berücksichtigt werden oder nicht. Eine mögliche Interpretation von DIN EN 1993-1-5 [22] wäre, dass Zugspannungen in der Nachweisformel nicht berücksichtigt werden sollten, aber noch für die Bestimmung der Schlankheit benutzt werden. Mit erhöhten Zugspannungen würde dies zu einer Abnahme des Schlankheitsgrads und wiederum zu höheren Abminderungsfaktoren führen. Wenn in diesem Fall die Zugspannungen in der Nachweisformel nicht berücksichtigt werden, erhöht sich die Tragfähigkeit, ohne Berücksichtigung der plastischen Destabilisierung, mit zunehmenden Zugspannungen.

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}} \quad (2.18)$$

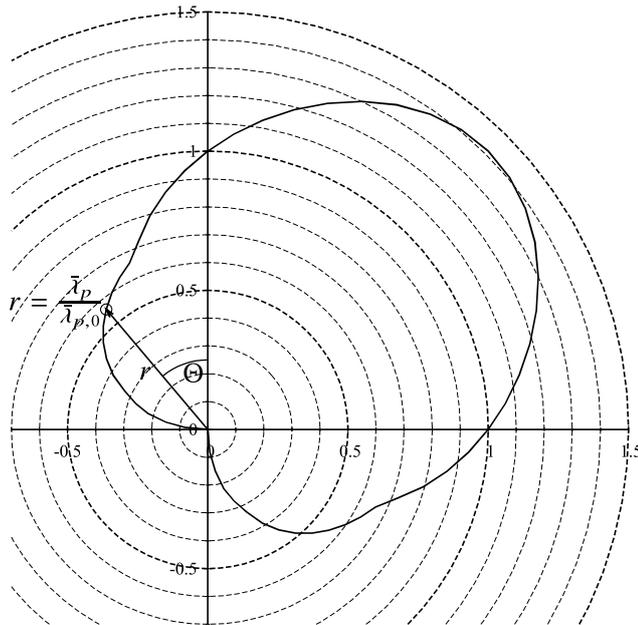
Abb. 2.11 veranschaulicht die Entwicklung der Schlankheit in Abhängigkeit vom Interaktionswinkel Θ für quadratische Beulfelder ($\alpha = 1$) und längliche Beulfelder ($\alpha = 3$), normiert auf die Schlankheit für einachsigen Druck. Es lässt sich erkennen, wie die Schlankheit im zweiachsigen Druckbereich bis zu ca. 1,4 mal höher ist als die Schlankheit für reinen Druck und ca. 2 mal für die jeweiligen betrachteten länglichen Beulfelder. Bei der Interaktion von Zug-Druck geht die Schlankheit für reinen Zug gegen Null. Der Nachweis nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] wird mit einer Art von Mises Kriterium durchgeführt, siehe Gl. (2.19). In der gezeigten Gleichung sind ρ_x , ρ_z und χ_w die Abminderungsfaktoren, die die Streckgrenze aufgrund von Plattenbeulen reduziert, indem knickstabähnliches Verhalten berücksichtigt wird.

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}} \right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}} \right) + 3 \left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 \leq 1 \quad (2.19)$$

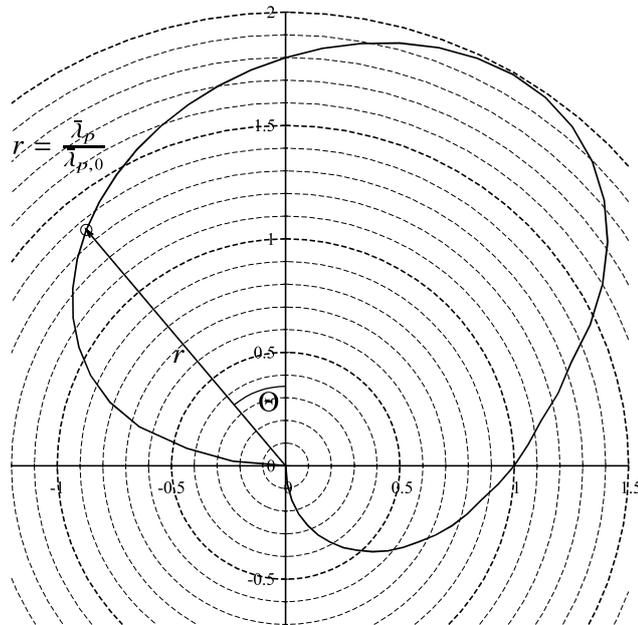
mit: $\sigma_{x,Ed}; \sigma_{z,Ed}; \tau_{Ed}$: Einwirkende Spannungen
 $\rho_x; \rho_z; \chi_w$: Abminderungsfaktoren für die jeweilige Spannung
 f_{yd} : Streckgrenze
 γ_{M1} : Teilsicherheitsbeiwert

Die Abminderungsfaktoren nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] können mit Hilfe der Beulkurven aus Kapitel 4 und 5 oder aus Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] bestimmt werden. Während die Beulkurven in Kapitel 4 (Normalspannungen) und Kapitel 5 (Schubspannungen) von den überkritischen Tragreserven profitieren, sind die Beulkurven aus Anhang B, die von MÜLLER [64] für allgemeine Fälle abgeleitet wurden, deutlich konservativer und berücksichtigen die überkritische Tragreserve nicht so sehr wie die zuvor genannten Beulkurven. Jedoch zeigte BRAUN in [10] anhand von numerischen Simulationen, dass die Neuberechnung der Beulkurven stark von den gewählten Randbedingungen abhängt, siehe auch Absch. 4.4.2.





a) $\alpha = 1$



b) $\alpha = 3$

Abbildung 2.11: Normierte Schlankheit über den gesamten Interaktionsbereich der Normalspannungen unter Berücksichtigung des Gesamtspannungszustands.



2.3.2.2 Beulkurven für Normalspannungen

Die Beulkurve aus Kapitel 4 von [22] basiert auf der Winter Kurve für Längsspannungen und berücksichtigt ebenso das Spannungsverhältnis, siehe Gleichung Gl. (2.20).

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad (2.20)$$

Für: $\bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi}$

sonst: $\rho = 1,0$

mit: ψ : Spannungsverhältnis (= 1 für reinen Druck; = -1 für reine Biegung)

Die Beulkurven aus Anhang B, wie bereits erwähnt, gelten als allgemeine Beulkurven und ähneln den Knicklinien der Knickstäbe nach EN 1993-1-1 [30], siehe Gl. (2.21).

$$(1 - \rho) \cdot (1 - \rho \cdot \bar{\lambda}_p^\gamma) = \alpha_p \cdot (\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,0}) \cdot \rho \quad (2.21)$$

Hierbei bezeichnet der Term $\alpha_p \cdot (\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,0})$ den Imperfektionsparameter abhängig von der Schlankheit, wobei der Imperfektionsparameter α_p die Plattenbeulkurve charakterisiert und $\bar{\lambda}_{p,0}$ die Länge des plastischen Plateaus definiert. Während die Knicklinien nach EN 1993-1-1 [30] durch den Koeffizienten $\gamma = 2$ abgeleitet werden, verwendet MÜLLER den Parameter $\gamma = 1$ für Plattenbeulen. Das Ergebnis ist in Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] angegeben, siehe Gl. (2.22).

$$\rho = \frac{1}{\phi_p + \sqrt{\phi_p^2 - \bar{\lambda}_p}} \quad (2.22)$$

mit: $\phi_p = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_p \cdot (\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p,0}) + \bar{\lambda}_p)$

Die Werte für $\bar{\lambda}_{p,0}$ und α_p für Normalspannungen nach Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] sind in Tab. 2.1 zusammengefasst. Dabei wird zwischen verschiedenen Spannungsverhältnissen $\psi \geq 1$ und $\psi < 1$ sowie Querspannungen unterschieden. Alle Beulkurven für Normalspannungen werden in Abb. 2.12 im Vergleich zur Eulerkurve dargestellt.

Tabelle 2.1: Zahlenwerte für $\bar{\lambda}_{p,0}$ und α_p nach Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22].

Beanspruchung	α_p	$\bar{\lambda}_{p,0}$
Längsspannungen mit $\psi \geq 1$	0,34	0,70
Längsspannungen mit $\psi < 1$	0,34	0,80
Querspannung	0,34	0,80

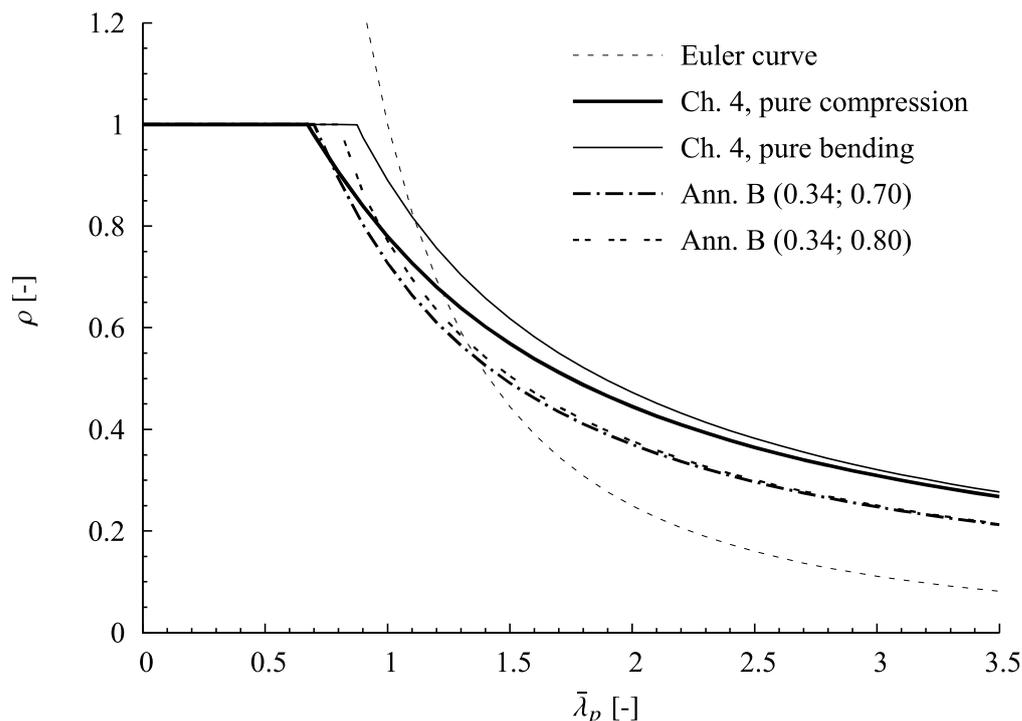


Abbildung 2.12: Beulkurven für Normalspannungen nach DIN EN 1993-1-5 [22].

Der Eingangsparameter für die Abminderungsfaktoren ist die Plattenschlankheit, siehe Gl. (2.18), sodass die Berücksichtigung von Zugspannungen in seiner Bestimmung zu geringeren Schlankheitswerten und dadurch zu höheren Abminderungsfaktoren führt. Die Auswertung der Bemessungsgleichung mit Zugspannungen und ihr Einfluss auf die Schlankheit mit erhöhtem Interaktionswinkel wird in Abb. 2.13 für verschiedene b/t -Verhältnisse unter Anwendung der Winter Kurve dargestellt. Die untersuchten Beulfelder haben eine Streckgrenze von $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$. Eine andere Darstellung von Abb. 2.13 auf die $\sigma_x/f_y - \sigma_z/f_y$ Ebene führt zu den Interaktionskurven für verschiedene b/t -Verhältnisse, siehe Abb. 2.14, sodass der Einfluss der Zugspannungen auf die Tragfähigkeit zweiachsig beanspruchter Beulfelder deutlich zu erkennen ist.

2.3.2.3 Knickstabähnliches Verhalten

Die Entwicklung einer Doppelkrümmung des Beulfelds spielt für die Aktivierung der überkritischen Reserve nach dem Beulen eine große Rolle und hängt von den Zugmembranspannungen, die in senkrechter Richtung zu den Druckbelastungen entstehen, ab. Da die Plattenbeulkurven die überkritische Reserve nach dem Beulen berücksichtigen, führt die Anwendung dieser Kurve für Beulfelder ohne bzw. geringe Doppelkrümmung zu unsicheren Ergebnissen. Der offensichtlichste Fall eines Beulfelds ohne Abstützung in Längsrichtung, wie in Abb. 2.15 a) gezeigt, verhält sich komplett wie ein Knickstab. Knickstabähnliches Verhalten tritt auch bei kleinen Seitenverhältnissen α auf, bei welchen die Lagerung der Längsränder keinen bzw. kaum Einfluss auf das Verhalten des Beulfeldes in der Mitte hat und sich deshalb nur eine Krümmung entwickeln kann, siehe Abb. 2.15 b). Der dritte Fall, bei dem knickstabähnliches Verhalten beobachtet werden kann, hängt von dem Steifigkeitsverhältnis beider Richtungen



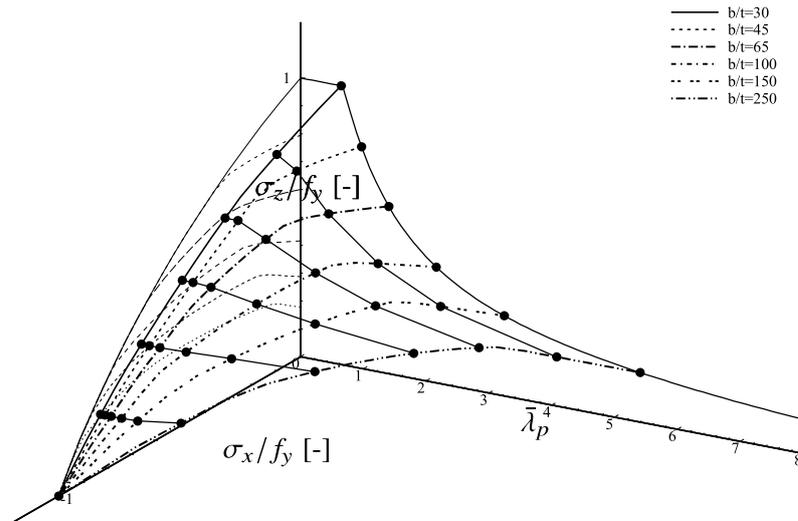


Abbildung 2.13: Isometrische Darstellung der Tragfähigkeit-Interaktionskurve nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] ($\alpha = 1$).

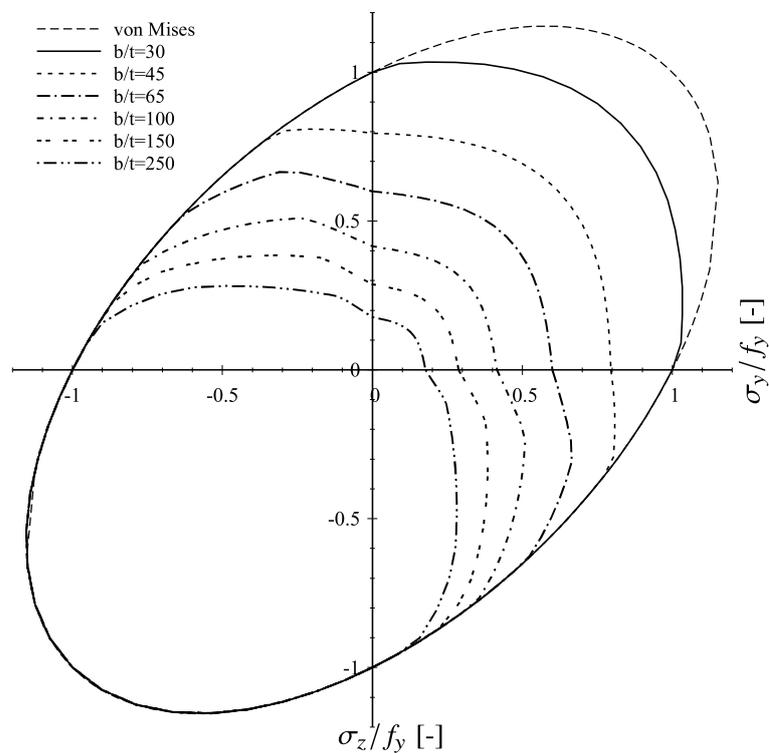


Abbildung 2.14: Tragfähigkeit-Interaktionskurve nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] ($\alpha = 1$).

des Beulfeldes ab, wie für versteifte Beulfelder in Abb. 2.15 c) gezeigt wird.

Um das knickstabähnliche Verhalten von Beulfeldern zu berücksichtigen, erfolgt nach Gl. (2.21) eine Interaktion zwischen den Kurven für Plattenbeulen und den Knicklinien. Dadurch wird der finale Abminderungsfaktor ρ_c erzeugt. In der jüngsten Vergangenheit entstand jedoch eine Diskussion, ob für die kritische Beulspannung $\sigma_{cr,p}$ in diesem Fall der gesamte Spannungsbereich oder nur die Normalspannungen in der betrachteten Richtung berücksichtigt werden sollten. Letzteres Verfahren wird von der Literatur, wie zum Beispiel [11], [78], [91], [92] und ebenso von BRAUN in [10] empfohlen. Dieser Ansatz wird auch für den vorliegenden Bericht gewählt, da die Ableitung der Formulierung an einachsigt belasteten Beulfeldern mit einem Seitenverhältnis $\alpha \leq 1$ angewendet wird, siehe [35] und [36].

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \cdot \xi \cdot (2 - \xi) + \chi_c \quad (2.23)$$

$$\text{mit: } \xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{aber } 0 \leq \xi \leq 1$$

Im Fall von einem unausgesteiften Beulfeld erhält man die elastische kritische Spannung $\sigma_{cr,c}$ für knickstabähnliches Verhalten mit der Gl. (2.24).

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) a^2} \quad (2.24)$$

Zur Bestimmung des Abminderungsfaktors χ_c für knickstabähnliches Verhalten wird die europäische Knicklinie a (KSL a) aus EN 1993-1-1 [30] verwendet, während bei einem ausgesteiften Beulfeld zwischen geschlossenen Steifen mit KSL b und offenen Steifen mit KSL c unterschieden wird. Die Gleichung des allgemeinen Formats für Beulkurven ist Gl. (2.25).

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_c^2}} \quad (2.25)$$

$$\text{mit: } \Phi = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2)$$

Hierbei, unter Berücksichtigung von Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22], wird die Schlankheit $\bar{\lambda}_p$ nach Gl. (2.18) anstatt $\bar{\lambda}_c$ als Eingangsparameter verwendet, siehe auch [4], [11] und [41]. Bei der Berechnung der Exzentrizität der Steifen in Bezug zum Beulfeld erhöht sich der Wert des Imperfektionsparameters α , siehe Gl. (2.26).

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e} \quad (2.26)$$

Für die Auswertung langer Beulfelder ($\alpha = 3$) ist die Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten für die $\sigma_z/f_y - \bar{\lambda}_p$ Ebene offensichtlich, siehe Abb. 2.16.



- mit: α = 0,34 (Kurve b) für geschlossene Steifenquerschnitte
 = 0,49 (Kurve c) für offene Steifenquerschnitte
 e = $\max(e_1, e_2)$ ist der größte Abstand zwischen den entsprechenden Beulfeldschwerpunkten und der einseitigen Steife (oder den Schwerpunkten von jedem Steifenpaar, wenn auf beiden Seiten Steifen vorhanden sind) zu der neutralen Faser der wirksamen Stütze
 i = $\sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}}$
 $I_{sl,1}$ ist das Flächenträgheitsmoment des Bruttoquerschnitts der Steife und den angrenzenden Teilen des Beulfelds
 $A_{sl,1}$ ist die Bruttoquerschnittsfläche der Steife und den angrenzenden Teilen des Beulfelds

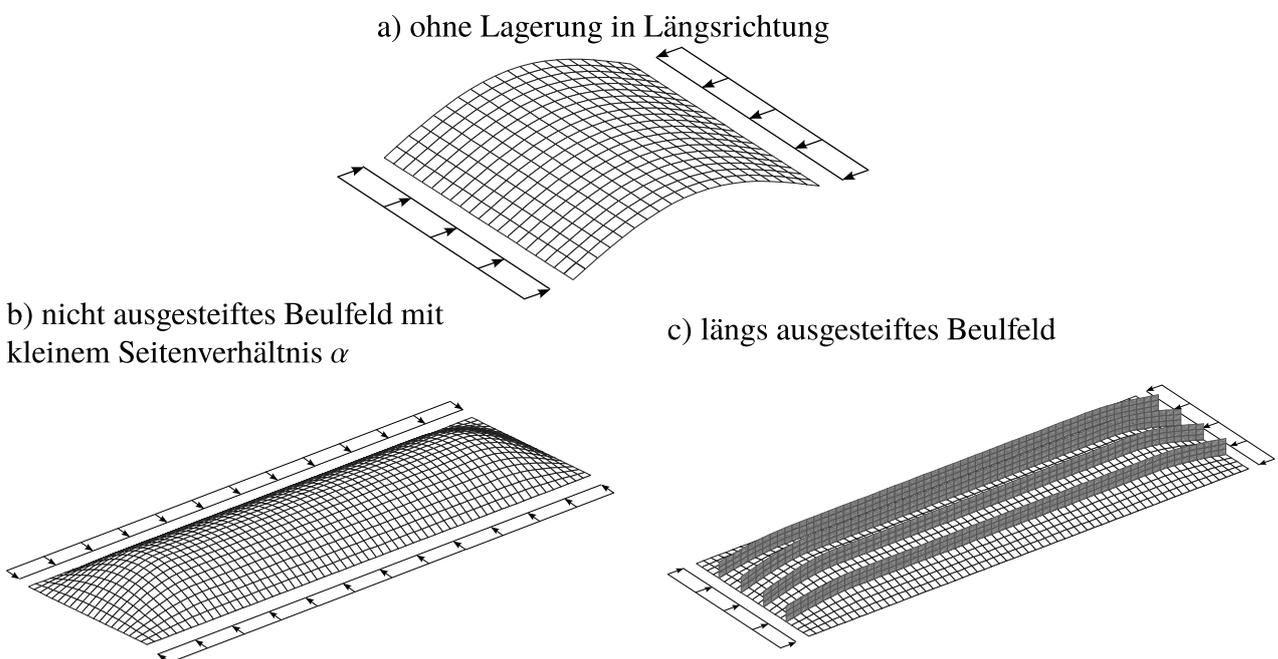


Abbildung 2.15: Fälle für knickstabähnliches Verhalten.

Die obere gestrichelte Kurve stellt die Plattenbeulkurve aus DIN EN 1993-1-5 [22] dar, während die untere Kurve knickstabähnliches Verhalten nach EN 1993-1-1 [30] beschreibt. Die Interaktionskurven mit $\alpha = 3$ werden für den gesamten Interaktionsbereich in der $\sigma_z/f_y - \sigma_x/f_y$ Ebene in Abb. 2.17 dargestellt. Der erste Quadrant zeigt die Interaktionskurven für zweiachsigen Druck, wobei σ_z auf die lange Seite und σ_x auf die kurze Seite wirkt. Der zweite Quadrant kennzeichnet den Zug-Druck Bereich, wobei die lange Seite mit Druck belastet wird und gemischtes plattenartiges und knickstabähnliches Verhalten vorhanden ist, siehe Abb. 2.16. Der vierte Quadrant stellt ebenso die Interaktion von Zug und Druck dar, jedoch wird hierbei die kurze Seite mit Druck belastet. Für diesen Fall ähnelt die Interaktionskurve sehr der Interaktionskurve für quadratische Beulfelder, nur mit dem Unterschied, dass sie durch verschiedene Spitzen des Beulwerts entsteht, siehe Abb. 2.3 und Absch. 2.2.2.

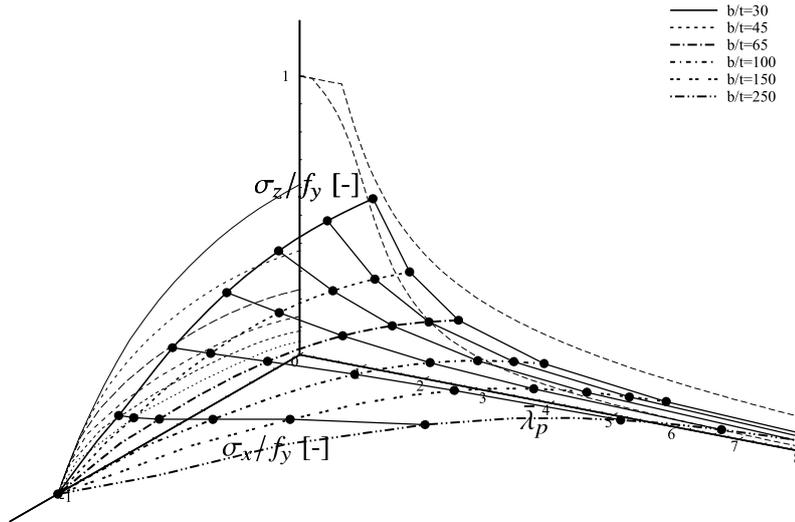


Abbildung 2.16: Isometrische Darstellung der Tragfähigkeit-Interaktionskurve nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] ($\alpha = 3$).

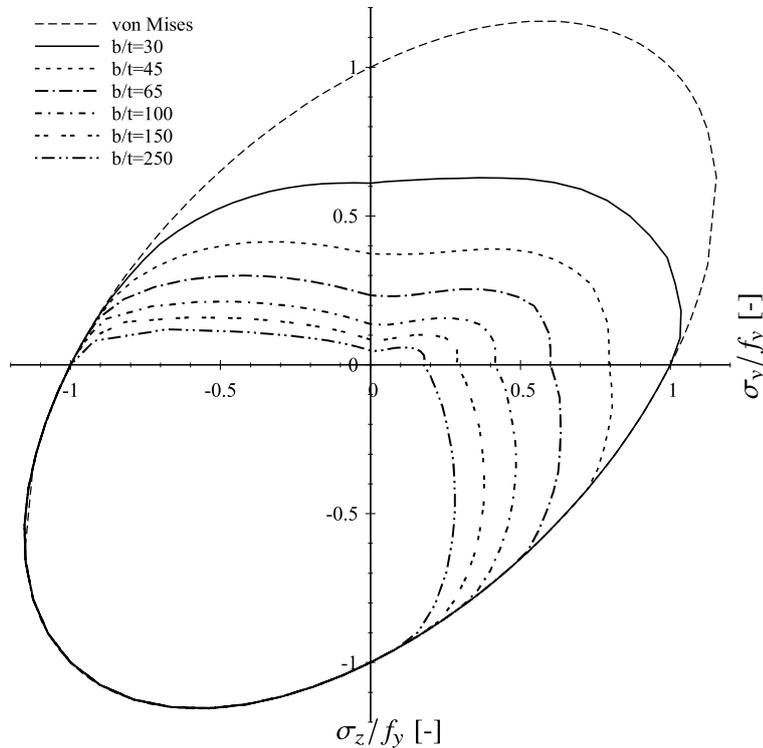


Abbildung 2.17: Tragfähigkeit-Interaktionskurve nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] ($\alpha = 3$).



2.3.2.4 Beulkurven für Schubspannungen

Die Abminderungsfaktoren für Schubspannungen können entweder mit Hilfe von Kapitel 5 oder Anhang B bestimmt werden. In Kapitel 5 wird für die Beulkurven bei Schubspannungen zwischen starren Endstützen und nicht starren Endstützen unterschieden, wobei die Abminderungsfaktoren χ_w auf der Rotationsspannungsfeld Methode basieren, jedoch schlussendlich durch Versuchsergebnisse definiert werden, um eine angemessene Sicherheitsspanne zu erhalten, siehe [43]. Die Gleichungen zu Bestimmung des Abminderungsfaktors χ_w sind in Tab. 2.2 zusammengefasst.

Tabelle 2.2: Abminderungsfaktor χ_w zur Schubbeanspruchbarkeit nach Kapitel 5 , DIN EN 1993-1-5 [22].

	Starre Auflagersteife	Verformbare Auflagersteife
$\bar{\lambda}_p < 0,83/\eta$	η	η
$0,83/\eta \leq \bar{\lambda}_p < 1,08$	$0,83/\bar{\lambda}_p$	$0,83/\bar{\lambda}_p$
$\bar{\lambda}_p \geq 0,83$	$1,37/(0,7 + \bar{\lambda}_p)$	$0,83/\bar{\lambda}_p$

Die Reduktion des Schubbeulnachweises nach Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] wird im selben Format wie in Gl. (2.22) mit den Werten für $\bar{\lambda}_{p,0} = 0,8$ und $\alpha_p = 0,34$ durchgeführt, welche die gleichen Werte wie für Längsspannungen mit $\psi < 0$ sind, siehe Tab. 2.1. Die Schubbeulkurven nach Kapitel 5 und Anhang B werden in Abb. 2.18 im Vergleich zur Eulerkurve abgebildet.

Für die Interaktion zwischen Normalspannungen ($\psi = 1$) und Schubspannungen wird die normierte Schlankheit über den gesamten Interaktionsbereich in Abb. 2.19 dargestellt. Die Interaktionskurven für verschiedene b/t Verhältnisse sind in Abb. 2.20 zu sehen. Im Vergleich zu den Zug-Druck Interaktionskurven sind diese Kurven für positive und negative Schubspannungen symmetrisch. Es ist ebenfalls bemerkenswert, dass der Einfluss von Zugspannungen einen größeren Einfluss auf die Schubbeultragfähigkeit als auf die Beultragfähigkeit durch Normalspannungen hat, siehe Abb. 2.14.

DIN EN 1993-1-5 [22] empfiehlt in Kapitel 10 (5) Anmerkung 2 die Nachweisformel nur für Druckspannungen zu verwenden. Die Anmerkung könnte als Empfehlung ausgelegt sein, die positive Wirkung von Zugspannungen auf das Beulverhalten nicht zu berücksichtigen, da Informationen vorheriger Untersuchungen fehlen. Jedoch zeigen Abb. 2.14, Abb. 2.17 und Abb. 2.20 die Interaktionskurven unter Berücksichtigung der Zugspannungen bei der Bestimmung der kritischen Beulspannung zur Berechnung der Plattenschlankheit und die Bemessungsformel Gl. (2.19).

Jedoch bleibt die Frage offen wo bei einem Beulfeld mit Normalspannungsgradienten ($\psi \neq 1$) und Schubspannungen, siehe Abb. 2.21 a), der Nachweis geführt werden muss. In der Interpretation A wird der Beulnachweis und der Nachweis der Materialfestigkeit an Stelle 1 geführt, während in Interpretation B das Beulfeld an Stelle 2 nachgewiesen wird. Dies bedeutet, dass in der Interpretation B die zwei Phänomene getrennt betrachtet werden, während in Interpretation A beide Phänomene gleichzeitig untersucht werden. Abb. 2.21 zeigt exemplarisch, was dies für die Interaktionskurven bedeutet. Es ist zu sehen, dass Interpretation A und B fast gleich sind und sich nur unterscheiden, wenn das von Mises Kriterium erreicht wird. Dabei verursacht die

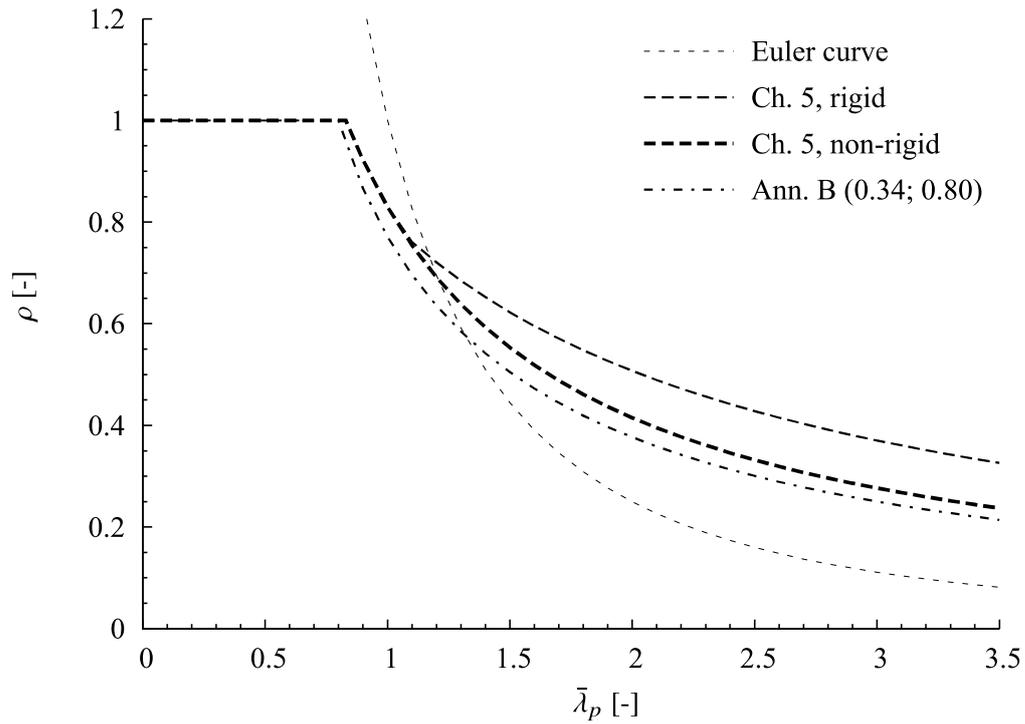


Abbildung 2.18: Beulkurven für Schubspannungen nach DIN EN 1993-1-5 [22].

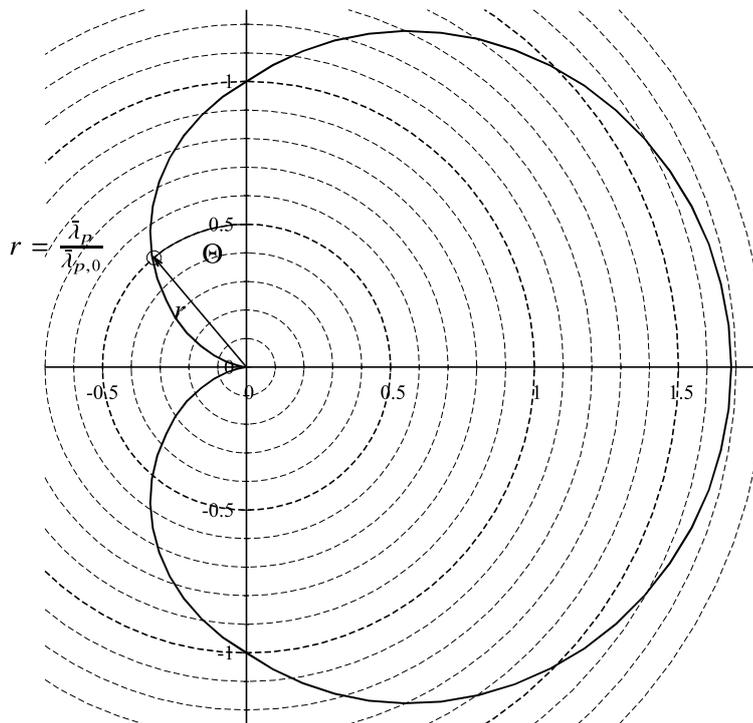


Abbildung 2.19: Normierte Schlankheit über den gesamten Interaktionsbereich der Schub- und Normalspannung unter Berücksichtigung des Gesamtspannungszustands, $\alpha = 2$.

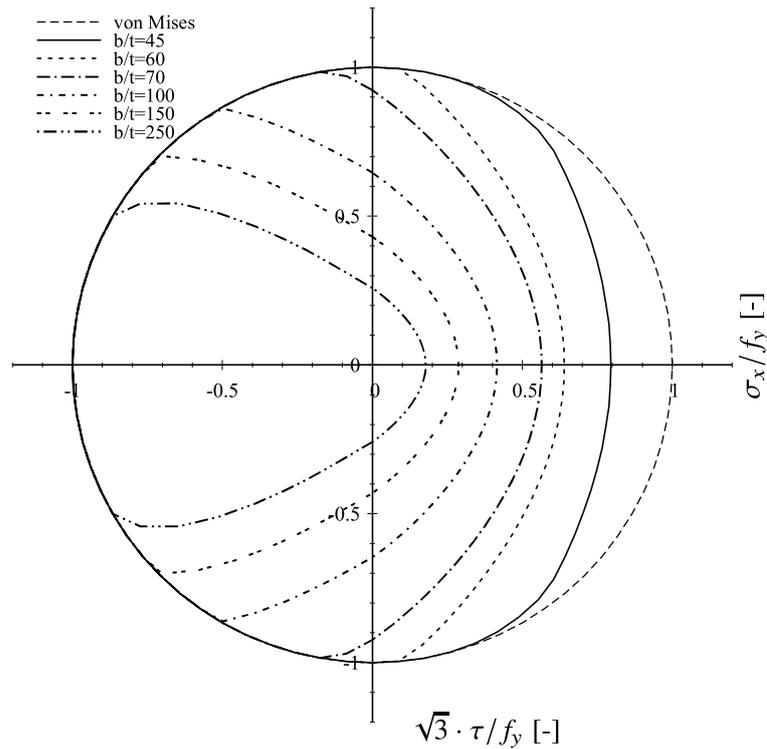


Abbildung 2.20: Tragfähigkeit-Interaktionskurve nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22], $\alpha = 2$.

plastische destabilisierende Wirkung der Zugspannungen für die Interpretation A eine größere Reduktion der aufgebrachtten Schubspannungen, während Interpretation B bis zum Erreichen des von Mises Kriteriums weitergeht und dann die Materialfestigkeit maßgebend wird.

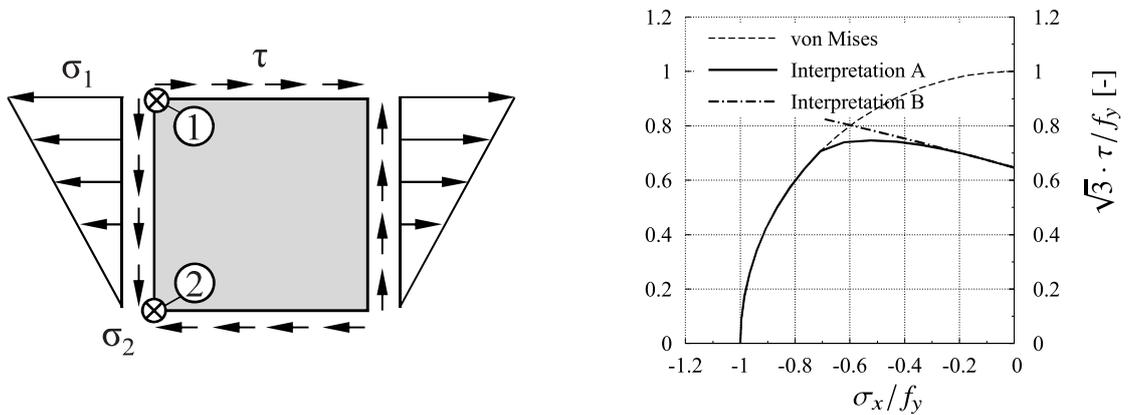


Abbildung 2.21: Interaktionskurven nach Interpretation A und B aus Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22].

2.3.2.5 Ausgesteifte Beulfelder

Für die Ermittlung der globalen Plattenbeulspannung der ausgesteiften Beulfelder ist ein Verfahren im informativen Anhang A, DIN EN 1993-1-5 [22] vorgesehen. Die Berechnung der Plattenbeulspannung ist für äquivalente orthotrope Beulfelder mit mindestens drei Längssteifen

in (A.1), für Beulfelder mit ein oder zwei Steifen in (A.2) und Schubbeulwerte für ausgesteifte Blechfelder in (A.3) gegeben. Heutzutage kann man für die Bestimmung der Eigenwerte Softwareprogramme wie EBPlate [14], welches im Rahmen des europäischen Projekts COMBRI [57] entwickelt wurde, benutzen. EBPlate berechnet die Eigenwerte und Eigenformen (Beulmodi) von ausgesteiften oder unausgesteiften Beulfeldern. Es wird in mehreren praktischen Beispielberechnungen von SEDLACEK ET. AL in [78] gezeigt, wie die Software EBPlate bei einem Beulnachweis verwendet werden kann. In [78] werden zwei Modelle für den Beulnachweis verwendet, ein diskretes Modell zur Bestimmung des lokalen Beulverhaltens und ein orthotropes Beulfeldmodell mit verschmierten Steifen für das globale Beulverhalten. Für einen Beulnachweis nach DIN EN 1993-1-5 sind mehrere Interpretationen für multiaxial beanspruchte, ausgesteifte Beulfelder möglich. Deswegen führte POUROSTAD [67] eine intensive Parameterstudie mit verschiedenen Methoden durch. In [67] ist gezeigt, dass das erwähnte Verfahren nach [78] plausible Ergebnisse liefert.

Im Folgenden ist das Verfahren zur Ermittlung der Plattenbeulspannung gemäß Anhang A, DIN EN 1993-1-5 [22] dargestellt. Daher wird für Beulfelder, mit einer oder zwei Steifen in der Druckzone, das System so vereinfacht, dass die elastische kritische Beulspannung mit Hilfe der elastischen kritischen Knickspannung von einer bzw. beider Längssteifen, als Ersatzdruckstab auf elastischer Bettung, ermittelt wird, siehe Gl. (2.27).

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{1,05E \sqrt{I_{sl,1} t^3 b}}{A_{sl,1} b_1 b_2} \quad \text{wenn } a \geq a_c$$

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} + \frac{E t^3 b a^2}{4\pi^2 (1 - \nu^2) A_{sl,1} b_1^2 b_2^2} \quad \text{wenn } a < a_c \quad (2.27)$$

mit: $a_c = 4,33 \sqrt[4]{\frac{I_{sl,1} b_1^2 b_2^2}{t^3 b}}$
wobei: $I_{sl,1}$ das Flächenträgheitsmoment des gesamten längsversteiften Blechfeldes
 $A_{sl,1}$ die Summe der Bruttoquerschnittsflächen aller Längssteifen ohne Anteile des Blechfeldes

Im Fall von zwei Steifen in der Druckzone eines Beulfeldes, muss jede Einzelsteife wie oben erwähnt, nachgewiesen werden. Zunächst wird angenommen, dass jede der beiden Steifen für sich ausknicken kann, wobei die andere als starr gilt. Dann wird das gemeinsame Ausknicken beider Steifen durch Betrachtung einer einzigen Ersatzsteife, in der beide Steifen zusammengeführt sind, berücksichtigt. Für diese Ersatzsteife gilt:

- ihre Querschnittsfläche und ihr Flächenträgheitsmoment I_{sl} sind die Summe der entsprechenden Größen für die Einzelsteifen, die in den vorhergehenden Schritten betrachtet wurden und
- ihre Lage entspricht der Lage der Resultierenden der Druckkräfte in den Einzelsteifen, die in den vorhergehenden Schritten berechnet wurden.

Im Fall von Beulfeldern mit mindestens drei Längssteifen, deren Steifigkeit verschmiert werden darf, darf das Blech als äquivalente orthotrope Beulfelder angenommen und nachgewiesen werden. Wie bereits erwähnt, können ausgesteifte Beulfelder auch ein knickstabähnliches



Verhalten haben, siehe Abb. 2.15, sodass die in Gl. (2.23) dargestellte Interaktionsgleichung zur Berechnung des endgültigen Reduktionsfaktors unter Berücksichtigung dieser Effekte verwendet wird.

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E \quad (2.28)$$

mit: $k_{\sigma,p}$ der Beulwert für das orthotrope Beulfeld
mit verschmierten Steifen (ohne Betrachtung des Einzelfeldbeulens)

$$\begin{aligned} k_{\sigma,p} &= \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)} && \text{wenn } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \\ k_{\sigma,p} &= \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} && \text{wenn } \alpha > \sqrt[4]{\gamma} \end{aligned} \quad (2.29)$$

mit: $\psi = \sigma_2 / \sigma_1 \geq 0,5$
 $\gamma = I_{sl} / I_p$
 $\delta = A_{sl} / A_p$
 $\alpha = a / b \geq 0,5$

Es ist zu erwähnen, dass eine angenommene, auf der sicheren Seite liegende, Unterschätzung der elastischen kritischen Knickspannung zu einem erhöhten Faktor ξ und wiederum zu einer Unterschätzung des knickstabähnlichen Verhaltens führt.

Die elastische kritische Knickspannung eines ausgeteiften Beulfeldes $\sigma_{cr,c}$ kann aus einer linearen Extrapolation der elastischen kritischen Knickspannung $\sigma_{cr,sl}$ und der am höchstbelasteten Druckrand liegenden Steife nach Gl. (2.30) ermittelt werden. Für ausgeteifte Beulfelder unter reinem Druck gilt $\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl}$

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} \quad (2.30)$$

In DIN EN 1993-1-5 [22] wird die Methode der reduzierten Spannungen sehr kurz beschrieben. Somit ist insbesondere bei ausgeteiften Beulfeldern nicht klar, wie vorzugehen ist. Da es in DIN EN 1993-1-5 [22] keinen Unterschied zwischen lokalem und globalem Beulen gibt, hat TIMMERS in [85] mögliche Interpretationen untersucht:

„Methode 1:

Bei dieser Methode wird der kritische Laststeigerungsfaktor numerisch am Gesamtfeld, inklusive Einzelfeldbeulen, bestimmt. Der Laststeigerungsfaktor folgt somit zu $\alpha_{cr} = \min(\alpha_{cr,global}, \alpha_{cr,lokal})$. Mit diesem Wert werden die Reduktionsbeiwerte ρ und χ_x und anschließend mittels Gl. (2.30) der endgültige Abminderungsbeiwert ρ_c bestimmt. Die Berechnung von ξ erfolgt global am



Gesamtbeulfeld. Mit dem errechneten Abminderungsbeiwert wird ein einziger Nachweis für das gesamte Beulfeld geführt.

Methode 2:

Hier werden zwei getrennte Nachweise geführt: Einmal der Nachweis für das maßgebende Einzelfeld (mit $\alpha_{cr,lokal}$) und einmal der Nachweis für das Gesamtfeld aber ohne Berücksichtigung des lokalen Beulens der Einzelfelder (mit $\alpha_{cr,global}$). Der endgültige Abminderungsfaktor kann mit $\rho_c = \min(\rho_{c,lokal}, \rho_{c,global})$ bestimmt werden.“

In [85] ist gezeigt, dass die Vorgehensweise nach der Methode 2 bei Anwendung der MRS nach DIN EN 1993-1-5 [22] mechanisch sinnvoller erscheint und die Ergebnisse auf der sicheren Seite liegen.

2.3.3 DIN 18800-3

Im Vergleich zum Verfahren aus DIN EN 1993-1-5 [22], in Absch. 2.3.2 beschrieben, werden in DIN 18800-3 [18] die Schlankheiten $\bar{\lambda}_{xP}$ und $\bar{\lambda}_{zP}$ für jede Belastungsrichtung einzeln berechnet, sodass die Abminderungsfaktoren κ_x , κ_y und κ_τ in einem späteren Schritt jeweils auf Basis verschiedener Schlankheiten bestimmt werden. Die Tragbeulspannungen werden nach Gl. (2.31) berechnet.

$$\sigma_{P,R,d} = \kappa \cdot \frac{f_y}{\gamma_M}; \tau_{P,R,d} = \kappa \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}\gamma_M} \quad (2.31)$$

mit: $\kappa; \kappa_\tau$:
Abminderungsfaktoren f_y : Streckgrenze
 γ_M : Teilsicherheitsbeiwert

Abb. 2.22 zeigt exemplarisch Beulkurven nach DIN 18800-3 [18]. Für Einzelfelder lässt sich eine Erhöhung des Abminderungsfaktors beobachten.

Weiterhin lässt sich beobachten, dass überkritische Tragreserven im Fall von Schubbeulen nur bei nicht ausgesteiften Beulfeldern berücksichtigt werden, während sich die Beulkurve für ausgesteifte Beulfelder mit einer Schlankheit $\bar{\lambda}_p > 1,38$ der Eulerkurve annähert. Der Tragfähigkeitsnachweis bei mehrachsigen Beanspruchungen wird in DIN 18800-3 [18] mit Hilfe einer Interaktionsbeziehung geführt, siehe

$$\left(\frac{|\sigma_x|}{\sigma_{xP,R,d}} \right)^{e_1} + \left(\frac{|\sigma_y|}{\sigma_{yP,R,d}} \right)^{e_2} - V \cdot \left(\frac{|\sigma_x \cdot \sigma_y|}{\sigma_{xP,R,d} \cdot \sigma_{yP,R,d}} \right) + \left(\frac{|\tau|}{\tau_{P,R,d}} \right)^{e_3} \leq 1 \quad (2.32)$$

mit: $e_1 = 1 + \kappa_x^4$
 $e_2 = 1 + \kappa_y^4$
 $e_3 = 1 + \kappa_x \cdot \kappa_y \cdot \kappa_\tau^2$
 $V = (\kappa_x \cdot \kappa_y)^6$, wenn σ_x und σ_y Druck sind, sonst $V = \frac{\sigma_x \cdot \sigma_y}{|\sigma_x \cdot \sigma_y|}$



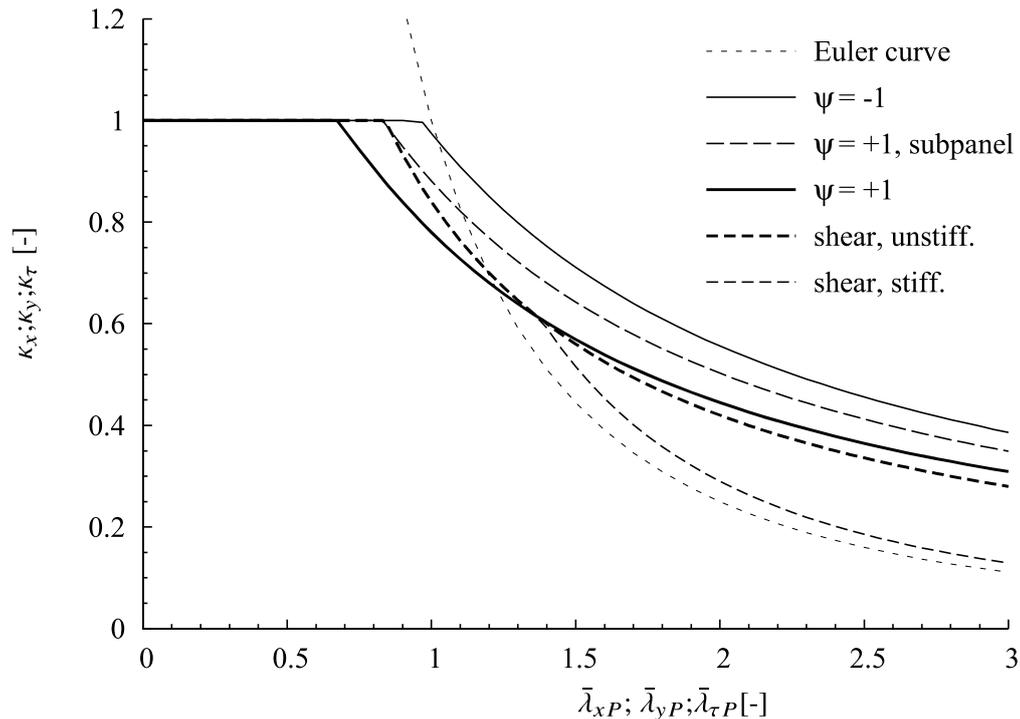


Abbildung 2.22: Abminderungsfaktoren nach DIN 18800-3 [18].

Innerhalb Gl. (2.32) wurden die Exponenten e_i und der Faktor V mit Hilfe von Versuchsergebnissen und numerischen Berechnungen kalibriert, siehe Absch. 2.4.4. Die positive Wirkung der Zugspannungen wird durch die DIN 18800-3 [18] nicht berücksichtigt, da die Schlankheit für jede Beanspruchungen getrennt ermittelt wird. Abb. 2.23 vergleicht die $\sigma_x - \sigma_z$ Interaktionskurven nach DIN 18800-3 [18] und DIN EN 1993-1-5 [22], um die Unterschiede zu zeigen, die für den zweiachsigen Druckbereich sowie für Zug-Druck deutlich werden. Es lässt sich erkennen, dass sich die Kurven nach DIN 18800-3 [18] monoton senken, während DIN EN 1993-1-5 [22] die stabilisierende Wirkung von Zugspannungen berücksichtigt. Jedoch wurde bisher noch nicht untersucht, inwieweit dieser Effekt durch die Normen wiedergegeben wird.

Des Weiteren zeigt der Vergleich der $\sigma_x - \tau$ Interaktionskurven aus Abb. 2.24 auch die Unterschiede für Druck-Schub, sowie für Zug-Schub. Aus diesem Grund sind Untersuchungen für die Interaktionen notwendig.

2.4 Vorhandene Studien

2.4.1 Allgemein

In den letzten Jahren wurden mehrere Forschungen, die sich mit den Beulnachweisen nach DIN EN 1993-1-5 [22] beschäftigt haben, durchgeführt, um Abweichungen zwischen der Norm und numerischen Simulationen zu erkennen. Im folgenden Abschnitt werden einige Forschungen zusammengefasst:

- numerische Untersuchung an mehrachsig belasteten Beulfeldern auf Basis der Finite-

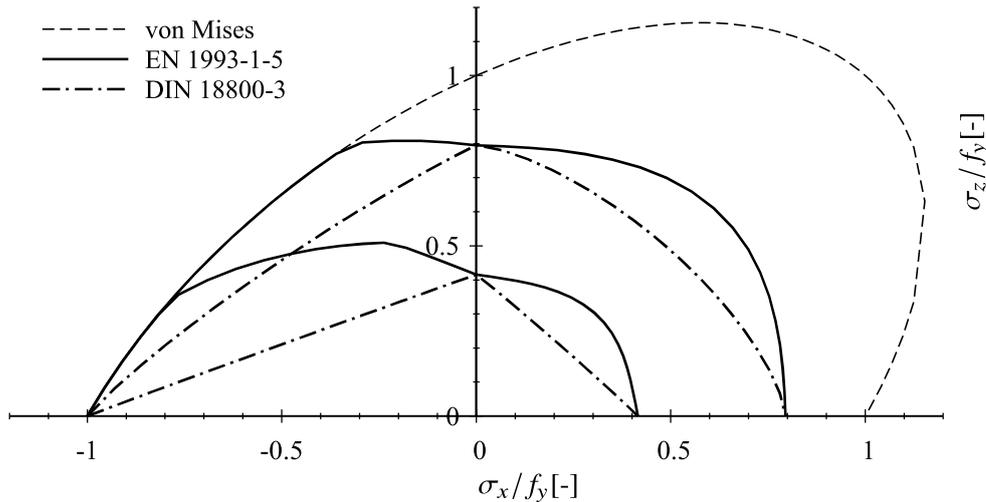


Abbildung 2.23: Vergleich von $\sigma_x - \sigma_z$ Interaktionskurven nach DIN 18800-3 [18] und DIN EN 1993-1-5 [22].

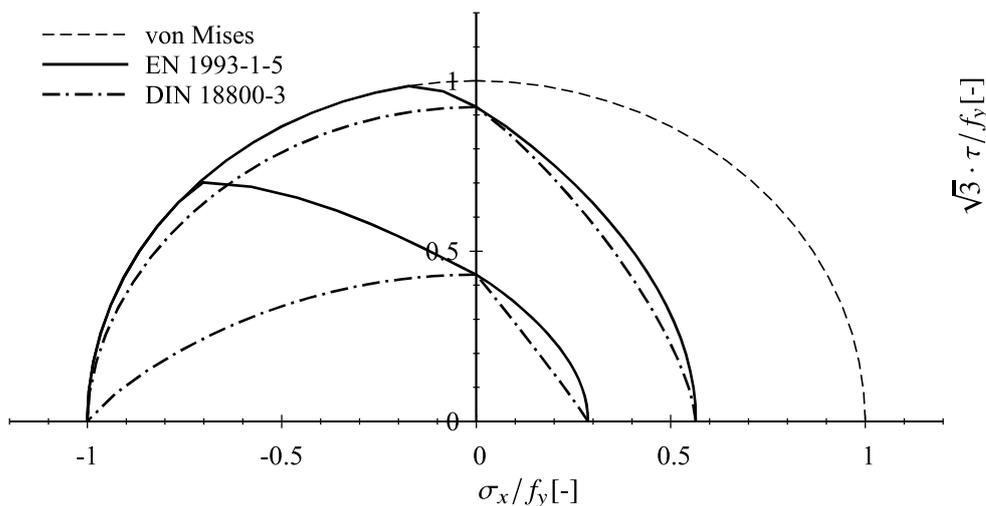


Abbildung 2.24: Vergleich von $\tau - \sigma_x$ Interaktionskurven nach DIN 18800-3 [18] und DIN EN 1993-1-5 [22].

Differenzen-Methode (DOWLING ET AL. [25] [26] und DIER & DOWLING [17] [16])

- numerische Untersuchung an mehrachsig belasteten Beulfeldern auf Basis der Finite-Elemente-Methode (DINKLER & KÖPLIN [23])
- Entwicklung der Beulregeln für Beulfelder unter zweiachsigen Spannungszuständen (LINDNER & HABERMANN [59], [60])
- Weiterentwicklung der Beulregeln für Beulfelder mit mehrachsigen Spannungszuständen (SCHEER & NÖLKE [75], [76])
- Diskussion verschiedener Ansätze für die Bemessung von Beulfeldern unter mehrachsigen Spannungszuständen unter Berücksichtigung der Analogie zum Schalenbeulen (WINTERSTETTER [98])



- Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten (SEITZ [80])
- Vorschlag zu einer überarbeiteten Bemessungsformel für Beulfelder mit zweiachsiger Druckspannung (BRAUN [10])
- Einfluss von Zugspannungen auf Schubbeulen und Vergleich der aktuellen Bemessungsregeln (SINUR [84])
- Vorschlag einer Reihe von Reduktionskurven für mehrachsig belastete Beulfelder JÖNSSON & BONDUM [45])

2.4.2 Dier und Dowling (1984)

DOWLING ET AL. [26] und DIER & DOWLING [16] haben umfangreiche numerische Studien am Beulverhalten langer und quadratischer Beulfelder ($\alpha = 1$ und 3 , $b/t = 20 - 120$, $f_y = 245 \text{ N/mm}^2$) unter zweiachsiger Belastung mit Hilfe der Finite-Differenzen-Methode durchgeführt und sich dabei auf zweiachsigen Druck sowie Zug-Druck fokussiert. Abb. 2.25 zeigt die numerischen Ergebnisse der Untersuchung, welche später von DIER & DOWLING in [17] veröffentlicht wurden. Für die geometrischen Imperfektionen wurden drei Halbwellen in Längsrichtung und eine Halbwelle in Querrichtung angesetzt. Zusätzlich wurde die Amplitude variiert, um ihren Einfluss auf das Beulverhalten zu untersuchen. Aus den Interaktionskurven für lange Beulfelder ist der Einfluss von knickstabähnlichem Verhalten für Spannungen in y-Richtung deutlich erkennbar, während in x-Richtung plattenartiges Verhalten vorherrscht.

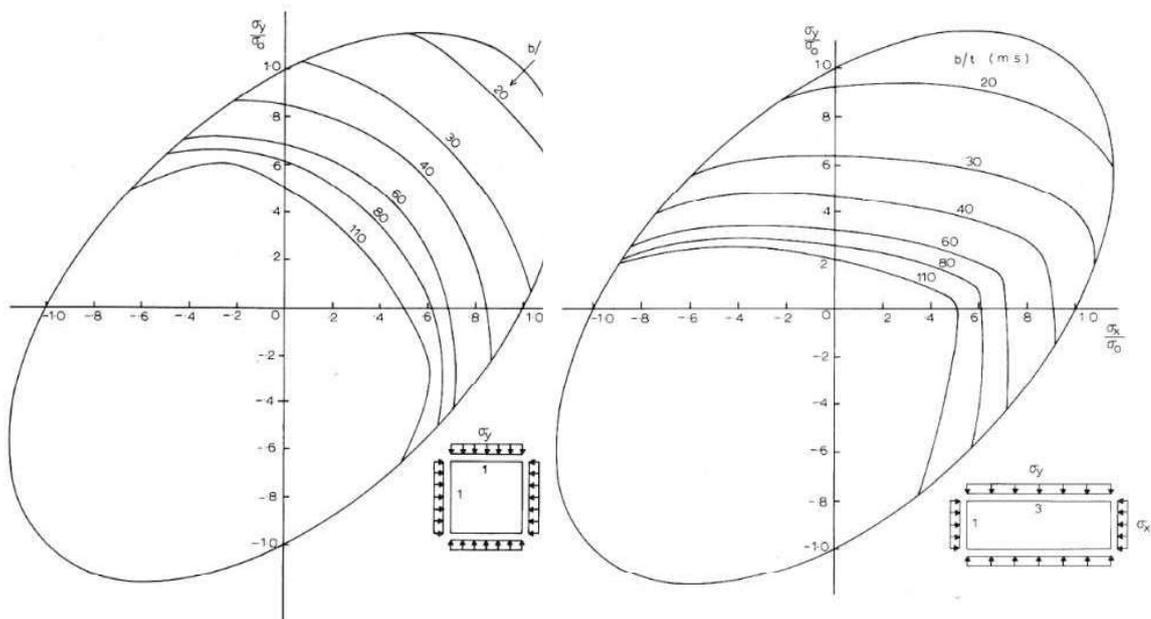


Abbildung 2.25: Numerische Ergebnisse von DIER & DOWLING in [17].

Sehr interessant ist, dass das quadratische und das lange Beulfeld für Druck in x-Richtung die gleichen Belastbarkeiten aufweisen, da sich das lange Beulfeld mit drei Halbwellen in Längsrichtung wie ein quadratisches Beulfeld verhält. Bei Betrachtung des Zug-Druck Bereichs ist zu erkennen, dass sich für das quadratische Beulfeld bei erhöhtem Zug eine Erhöhung der Tragfähigkeit einstellt, welche sich später jedoch wieder senkt, während lange Beulfelder

im selben Bereich eine monoton steigende Kurve aufweisen. Dieses Verhalten wird wahrscheinlich durch Versagensformen verursacht, welche bei mehrachsiger, mit Zugspannungen, belasteten Beulfeldern auftreten. Dieser Effekt wurde später von DINKLER & KRÖPLIN [23] untersucht, siehe Absch. 2.4.3.

Darüber hinaus wurden die Ergebnisse von VALSGARD [94] bestätigt, die zeigten, dass eine proportionale Belastung des Beulfelds auf der sicheren Seite ist, da sich bei anderen Belastungssequenzen wahrscheinlich ein Beulmuster entwickelt, welches günstiger ist und die Tragfähigkeit erhöhen kann. Daher wird in den Untersuchungen dieses Berichts eine proportionale Belastung gewählt.

2.4.3 Dinkler und Kröplin (1984)

DINKLER & KRÖPLIN [23] führten numerische Untersuchungen an quadratischen Beulfeldern mit zweiachsiger Druck- und Zug-Druck-Belastung, mit b/t -Verhältnissen von 55 und 110, einer Streckgrenze von $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und einer initialen geometrischen Imperfektion von $w_0 = b/250$ durch. Die Ergebnisse zeigen für den Zug-Druck Bereich die Wirkung der Imperfektionsform auf die Tragfähigkeit. Während bei einer zweiachsigen Druckbelastung auf quadratische Beulfelder der einwellige Modus immer maßgebend ist, ändert sich das bei der Belastung mit Zugkräften. Schlussendlich müssen verschiedene Imperfektionsformen berücksichtigt werden, wenn Untersuchungen an mehrachsiger belasteten Beulfeldern mit Zugspannungen durchgeführt werden.

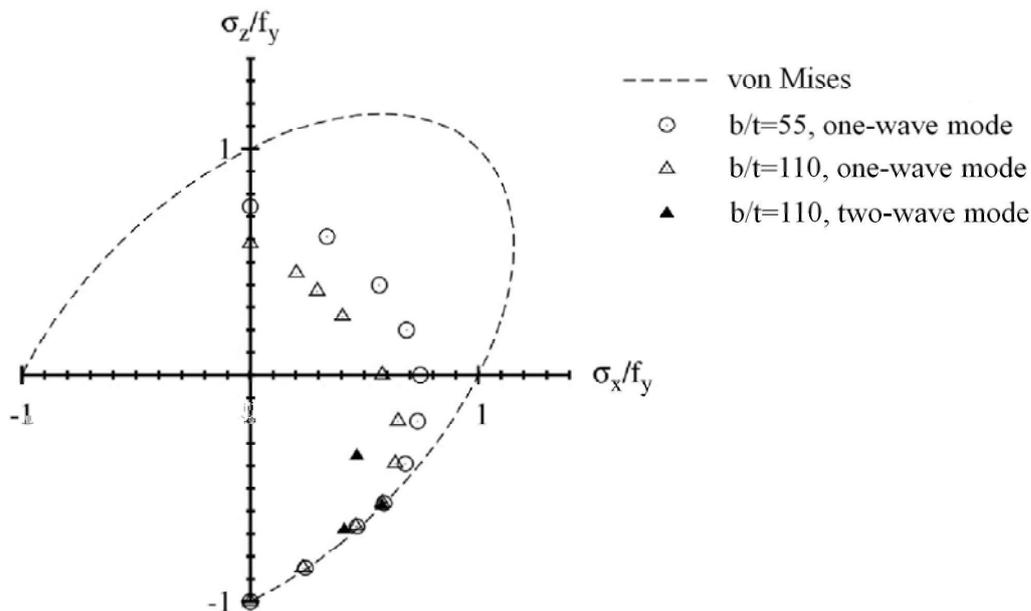


Abbildung 2.26: Numerische Ergebnisse von DINKLER & KRÖPLIN [23], Auszug aus [10].

2.4.4 Lindner und Habermann (1988)

In [59] beschreiben LINDNER & HABERMANN das Bemessungsverfahren nach dem Entwurf der Norm E DIN18800-3 [28] für mehrachsige Spannungszustände bezüglich Platten-



beulen. Im Vergleich zu E DIN18800-3 [28] wurde die vorgeschlagene Formel in [59], welche mit DIN18800-3 [18] übereinstimmt, durch einen V-Faktor kalibriert und durch Exponenten e_i modifiziert, welche aus Vergleichen von Versuchsergebnissen und numerischen Berechnungen stammen. Darüber hinaus stellen LINDNER & HABERMANN [59] Diagramme zur Verfügung, welche eine vereinfachte Berechnung von unversteiften langen Beulfeldern ermöglichen, um die Berechnung in der Praxis einfacher zu gestalten. Jedoch mussten diese Diagramme aufgrund von Fehlern korrigiert werden, siehe [60]. In Abb. 2.27 werden die Interaktionsdiagramme für Druck-Schub und Biegung-Schub ($\psi = -0,5$) beispielhaft dargestellt. Die Kurven in diesen Diagrammen stellen sogenannte „Grenz (b/t)“-Verhältnisse dar.

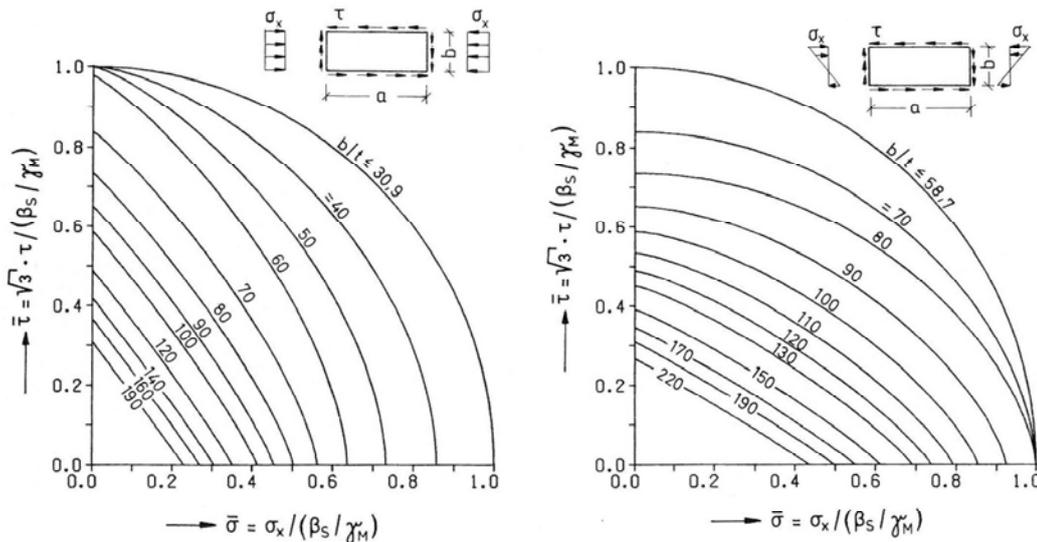


Abbildung 2.27: Interaktionskurven für St52(≡ S355) für a) $\psi = 1$ und b) $\psi = 0,5$ nach [60].

2.4.5 Scheer und Nölke (2001)

SCHEER & NÖLKE [75], [76] präsentieren ein neues Bemessungsverfahren, das auf einer Verallgemeinerung der Vergleichsspannungen nach dem von Mises Kriterium basiert, welches später in DIN EN 1993-1-5 [22] aufgenommen wurde. Dieses Verfahren verwendet eine einzige Plattenschlankheit und wurde detailliert in Absch. 2.3.2 beschrieben. Das Verfahren erlaubt theoretisch den stabilisierenden Effekt von Zugspannungen zu berücksichtigen, welcher nach SCHEER & NÖLKE [76] sehr wichtig ist. Jedoch zeigten spätere Nachforschungen von WINTERSTETTER [98], dass das Verfahren in manchen Fällen unsichere und nicht plausible Ergebnisse liefert, was zu nachträglichen Modifikationen, wie im folgenden Abschnitt, führt.

2.4.6 Winterstetter (2002)

In [98] diskutiert WINTERSTETTER verschiedene Ansätze für die Berechnung der Tragfähigkeit eines schlanken Beulfelds unter mehrachsigen Beanspruchungen und ebenso die Analogie zwischen Platten- und Schalenbeulen. Nach [98] können beide Ansätze allgemein unterteilt werden:

- Kombination der jeweiligen Belastbarkeitsvorhersagen für kombinierte Lastfälle oder
- Berechnung der kombinierten Verzweigungslasten und angewendeten Abminderungsfaktoren direkt aus den Verzweigungslasten („direkter“ Ansatz)

Des Weiteren merkt Winterstetter an, dass ein konsequentes Format für alle Beulfälle (Platten sowie Schalen) mechanisch korrekt und wünschenswert wäre. Es werden mehrere Ansätze vorgestellt, um die unterschiedlichen Empfindlichkeiten der einzelnen Beulfälle gegenüber Imperfektionen zu berücksichtigen. Ein Vorteil des „direkten“ Ansatzes ist, dass der positive Effekt der Zugspannungen berücksichtigt werden kann. Auf der anderen Seite sind die Interaktionskurven nicht plausibel. Des Weiteren wurden numerische Berechnungen tendenziell mit beiden Ansätzen verglichen, was zu dem Schluss führt, dass der „direkte“ Ansatz eher zu unsicheren Ergebnissen führt, siehe Abb. 2.3. Dies wurde später von BRAUN [10] untersucht und wird in diesem Bericht in Absch. 2.4.8 diskutiert.

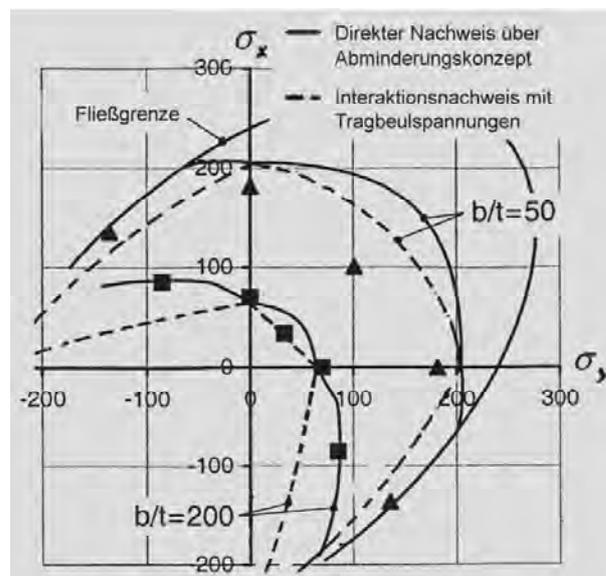


Abbildung 2.28: Interaktionskurve nach den Nachweiskonzepten im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen nach WINTERSTETTER [98].

2.4.7 Seitz (2005)

Für lange Beulfelder mit Druckbelastung auf der langen Seite untersuchte SEITZ [80] die Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Beulen, da ein direkter Vergleich der Interpolationsregeln der DIN18800-3 [18] und prEN 1993-1-5 [1] (die selben Interpolationsregeln, wie in DIN EN 1993-1-5 [22]) Abweichungen in den Ergebnisse aufweist, obwohl die allgemeine Formulierung identisch ist. Deshalb führte SEITZ [80] eine große Parameterstudie an langen Beulfeldern mit Navier'schen Randbedingungen durch, um das Beulverhalten von Beulfeldern, die anfällig gegenüber knickstabähnlichem Verhalten sind und durch Querspannungen belastet werden, zu untersuchen. Für die Auswertung des Beulverhaltens folgte ein modifiziertes Interpolationskriterium, wobei Gl. (2.21) zu Gl. (2.33) mit $f = \xi(2 - \xi)$ umgeschrieben werden kann.

$$\rho_c = \chi_c + (\rho - \chi_c) \cdot f \quad (2.33)$$



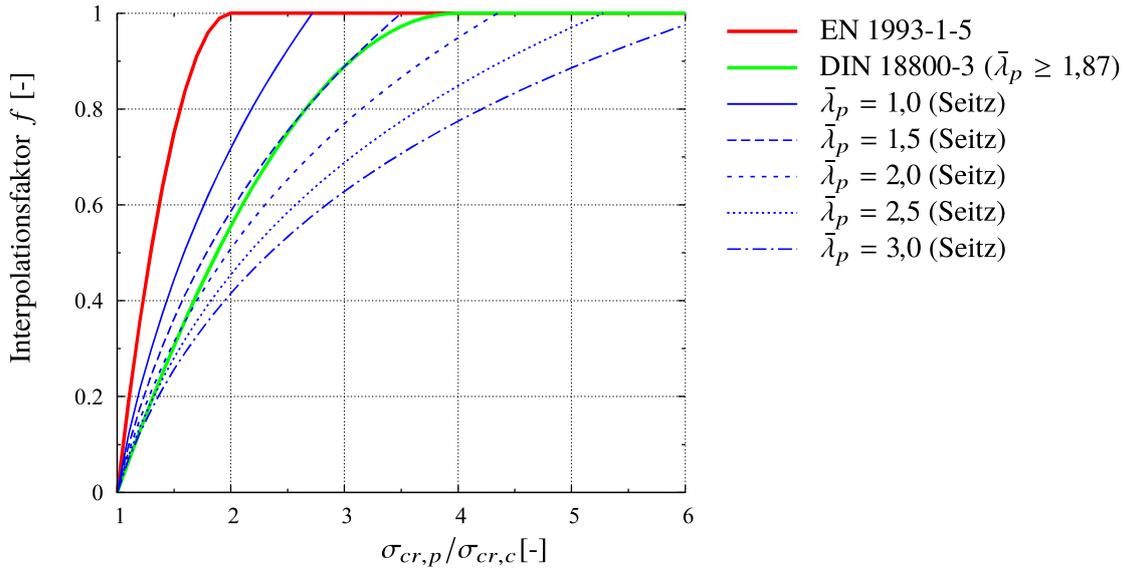


Abbildung 2.29: Ansätze für die Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten.

Hierbei ist f ein Interpolationsfaktor, welcher mit Hilfe von numerischen Simulationen und einer Funktion der Schlankheit und dem Verhältnis $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ kalibriert wurde und den folgenden Ansatz in Gl. (2.34) verwendet.

$$f = A \cdot \ln \left(\frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^B \quad (2.34)$$

Die Auswertung der numerischen Ergebnisse mit der „Methode der kleinsten Quadrate“ für eine Druckbelastung beider langen Kanten eines Beulfelds führt zu einer neuen Formulierung der Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigem Beulverhalten, wie in Gl. (2.35) gezeigt.

$$f = 0,95 \cdot \bar{\lambda}_p^{-0,45} \cdot \ln \left(\frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{0,15 \cdot \bar{\lambda}_p^2 + 0,75 \cdot \bar{\lambda}_p - 0,025} \leq 1,0 \quad (2.35)$$

Für eine bessere Anwendung wurde die vereinfachte Formulierung, Gl. (2.36), vorgeschlagen.

$$f = \bar{\lambda}_p^{-0,5} \cdot \ln \left(\frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} \right)^{0,9} \leq 1,0 \quad (2.36)$$

Abb. 2.29 zeigt die verschiedenen Interpolationen nach DIN18800-3 [18] ($\bar{\lambda}_p \geq 1,87$), DIN EN 1993-1-5 [22], welche auch mit DIN18800-3 [18] für $\bar{\lambda}_p \leq 1,22$ und der vorgeschlagenen vereinfachten Anpassung von SEITZ [80] übereinstimmen. Die Kurve von SEITZ [80] ergibt allgemein einen kleineren Interpolationsfaktor f , was bei den Beulnachweisen eher zu knickstabähnlichem Verhalten führt.

2.4.8 Braun (2010)

Obwohl es jetzt möglich ist, mehrachsig belastete Beulfelder mit einem einzigen Schlankheitsgrad auf dem Niveau der kritischen Spannung unter Berücksichtigung des Gesamtspannungsfeldes nachzuweisen, zeigte BRAUN [10], dass die Ergebnisse der Interaktionskurven in manchen Fällen fragwürdig sind. Die Interaktionskurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] zeigen, insbesondere für lange Beulfelder, einen Knick für einachsigen Druck σ_z und eine erhöhte Beanspruchbarkeit im Bereich der zweiachsigen Druckspannung, welche deutlich über der Beanspruchbarkeit aus DIN18800-3 [18] liegt. Auch im Zug-Druck Bereich ist zu sehen, dass die Kurve über DIN18800-3 [18] und DnV RP-C201 [24] liegt, siehe Abb. 2.30.

Darüber hinaus bemerkte BRAUN [10] Fälle bei welchen der aktuelle Bemessungsansatz Ergebnisse liefert, die auf der unsicheren Seite sind, wenn sie mit den numerischen Simulationen verglichen werden. Aus diesem Grund wurde eine Anpassung der Bemessungsformel für zweiachsige Druckspannung vorgeschlagen. Ein zusätzlicher „V-Faktor“ (siehe Gl. (2.37)) berücksichtigt vorhandene Unsicherheiten, um ebenso die Voraussetzung G aus Absch. 2.3.1 zu erfüllen. Die Untersuchungen beziehen sich nur auf den Fall von zweiachsiger Biegung und BRAUN [10] merkt an, dass es für den Fall von zweiachsigem Zug-Druck in DIN EN 1993-1-5 [22] theoretisch möglich ist, die stabilisierende Wirkung von Zugspannungen zu berücksichtigen. Aber auch zu dieser Thematik gibt es kaum Untersuchungen, die dies bestätigen können.

$$\left(\frac{\sigma_x}{\rho_x \cdot f_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{\rho_z \cdot f_y}\right)^2 - V \cdot \left(\frac{\sigma_x}{\rho_x \cdot f_y}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_z}{\rho_z \cdot f_y}\right) \leq 1 \quad (2.37)$$

mit: $V = (\rho_x \cdot \rho_z)$, wenn σ_x und σ_y Druck sind, sonst $V = 1$

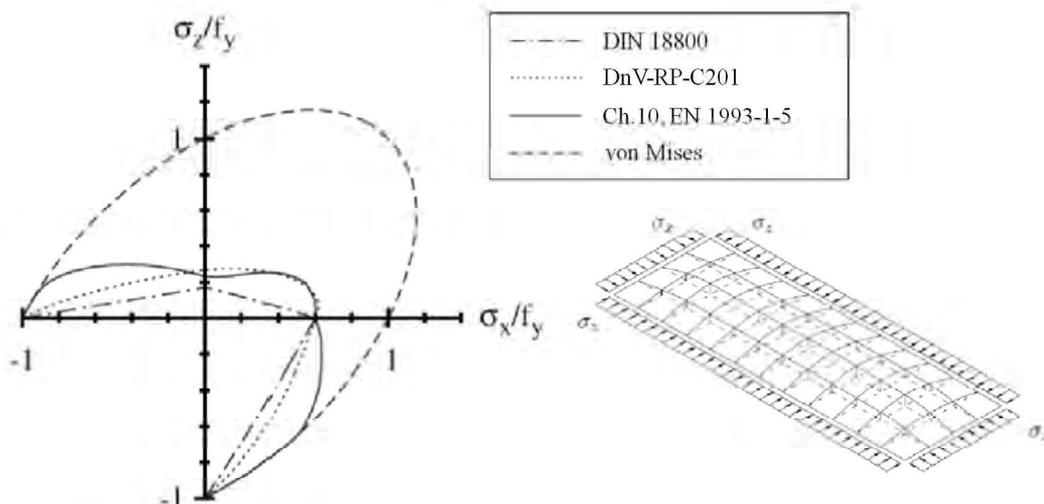


Abbildung 2.30: Vergleich von verschiedenen Normen, $\alpha = a/b = 3$ für biachsiges Druckspannung [10].



2.4.9 Sinur (2011)

SINUR [84] führte numerische Untersuchungen an quadratischen Beulfeldern mit Druck-Schub und Zug-Schub Interaktion und verglich sie mit den Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] unter Berücksichtigung der Methode der wirksamen Breiten sowie der Methode der reduzierten Spannungen, siehe Abb. 2.31. Während beide Methoden für die Interaktion Druck-Schub relativ gleiche Ergebnisse liefern, zeigt SINUR [84], dass die Methode der wirksamen Breiten es nicht ermöglicht, die positive Wirkung der Zugspannungen auf die Schubbeanspruchbarkeit zu berücksichtigen. Obwohl es mit der Methode der reduzierten Spannungen möglich ist, diesen Effekt zu berücksichtigen, ergeben sich in manchen Fällen trotzdem unsicher Ergebnisse.

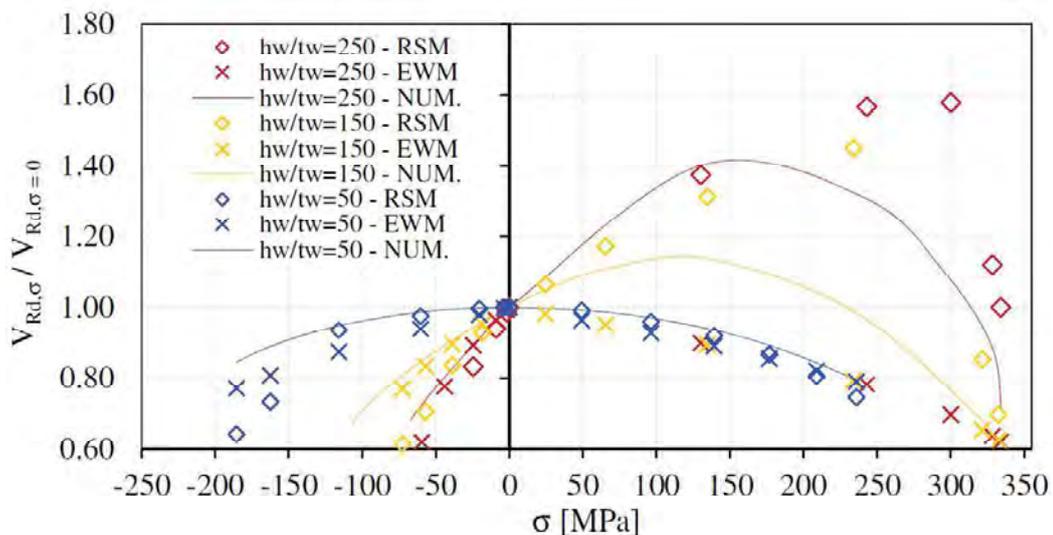


Abbildung 2.31: Vergleich der numerischen Simulationen (NUM) mit der Methode der reduzierten Spannungen (RSM) und der Methode der wirksamen Breiten (EWM) [84].

2.5 Zusammenfassung

Die vorhergehenden Abschnitte dieses Kapitels geben einen Überblick über die Beulphänomene von schlanken Beulfeldern auf dem Niveau der elastischen kritischen Spannung sowie der Traglast nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN18800-3 [18]. Des Weiteren sind relevante Ergebnisse bisheriger Forschungen zusammengefasst.

In einem ersten Schritt werden das elastische Beulen ebener Beulfelder und die Wirkung mehrachsiger Spannungszustände erörtert. Der Beulwert für nicht ausgesteifte Beulfelder wird als Funktion des Seitenverhältnisses der Beulfelder und dem Spannungszustand angegeben. Es ist gezeigt, dass die Beulwerte zunehmen, wenn Zugspannungen wirken. Jedoch ergibt die Auswertung der Beulwerte in manchen Fällen bestimmte Spitzenwerte, in denen es fraglich erscheint, ob die Spitzenwerte in die Bemessung miteinfließen sollten. Deshalb wird eine Formel vorgeschlagen, die diese Werte nicht berücksichtigt und vernachlässigt. Zur Beurteilung der Beulwerte von ausgesteiften Beulfeldern werden mehrere Möglichkeiten erklärt. Die Komplexität bei der Bestimmung der Beulwerte, die eine Vielzahl an Parametern beinhaltet,

führt zu dem Schluss, dass heutzutage numerisch gestützte Methoden der am besten geeignete Ansatz sind. Insbesondere dann, wenn Parameterstudien durchgeführt werden müssen, ist die numerische Bestimmung der Beulwerte am besten geeignet, da sie erlaubt die Beulwerte in einem großen Parameterbereich zu beurteilen

Da sich dieser Bericht auf die Methode der reduzierten Spannungen konzentriert, die hauptsächlich in Deutschland erforscht wurde, ist ein Überblick über die Entwicklung der Beulregeln angegeben. Die aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] werden detailliert mit einer besonderen Berücksichtigung mehrachsiger belasteter Beulfelder erklärt und zeigen den Einfluss der Spannungszustände auf die Plattenschlankheit und folglich auf die Interaktionskurven. Die Interaktionskurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] zeigen eine systematische Ausnutzung der günstigen Wirkung von Zugspannungen auf das Beulverhalten, insbesondere im Vergleich zu DIN 18800-3 [18]. Da jedoch Untersuchungen fehlen, die diesen positiven Effekt berücksichtigen, werden in den folgenden Kapiteln experimentelle und numerische Untersuchungen durchgeführt, um einen Einblick in das Beulverhalten mehrachsiger belasteter Beulfelder zu geben.

Die Analyse von relevanten Forschungen der Vergangenheit zeigt die Versuche die günstige Wirkung von Zugspannungen auf das Beulverhalten zu berücksichtigen. Jedoch sind die vorhandenen Forschungen in bestimmten Fällen eingeschränkt und berücksichtigen teilweise keine Beulmodus-Änderungen aufgrund mehrachsiger Spannungszustände. Neuere Forschungen an Beulfeldern mit zweiachsiger Druckspannung zeigen Fälle, bei welchen der aktuelle Bemessungsansatz Ergebnisse liefert, welche auf der unsicheren Seite sind, wenn sie mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen verglichen werden. Dies führt zu einer Anpassung der aktuellen Bemessungsregeln. Andere Untersuchungen an Beulfeldern mit Schub- und Zugbelastung ergaben Fälle, bei welchen die aktuelle Nachweisformel unsichere Ergebnisse liefert, sodass weitere Untersuchungen benötigt werden, um dieses Problem zu klären. Des Weiteren konzentrierten sich aktuelle Untersuchungen auf die Interpolation von knickstabähnlichem mit plattenartigem Verhalten für den Fall von Querspannungen, was im Folgenden untersucht und verglichen wird.



3 Experimentelle Untersuchungen

3.0.1 Überblick

Es wurden Versuche an unausgesteiften Platten mit mehrachsialen Spannungszuständen durchgeführt um die Effekte von Zugspannungen auf das Beulverhalten zu untersuchen. Bisher bekannte Untersuchungen behandelten nur einachsige Belastungen und biaxialen Druck.

3.1 Versuchskörper

3.1.1 Abmessungen und Versuchsparameter

Für die Untersuchungen werden einfache Stahlplatten verwendet und mit Zug (σ_z) in horizontaler sowie Druck (σ_x) in vertikaler Richtung belastet. Das allgemeine Versuchslayout sowie die Dimensionen und die Spannungsverhältnisse $\beta = \sigma_z/\sigma_x$ werden in Abb. 3.1 und Tab. 3.1 dargestellt. Um verschiedene b/t Verhältnisse zu untersuchen, werden die Abmessungen a und b variiert, während die Dicke $t = 6\text{mm}$ konstant gehalten wird, sodass die gleiche Lagerung bei allen Versuchen verwendet werden kann.

3.1.2 Materialeigenschaften

Versuche mit einachsigem Zug wurden nach EN 10025-2 [29] durchgeführt, um die Stahleigenschaften zu bestimmen. Diese Zugversuchen wurden in Quer- und in Längsrichtung durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tab. 3.2 zusammengefasst

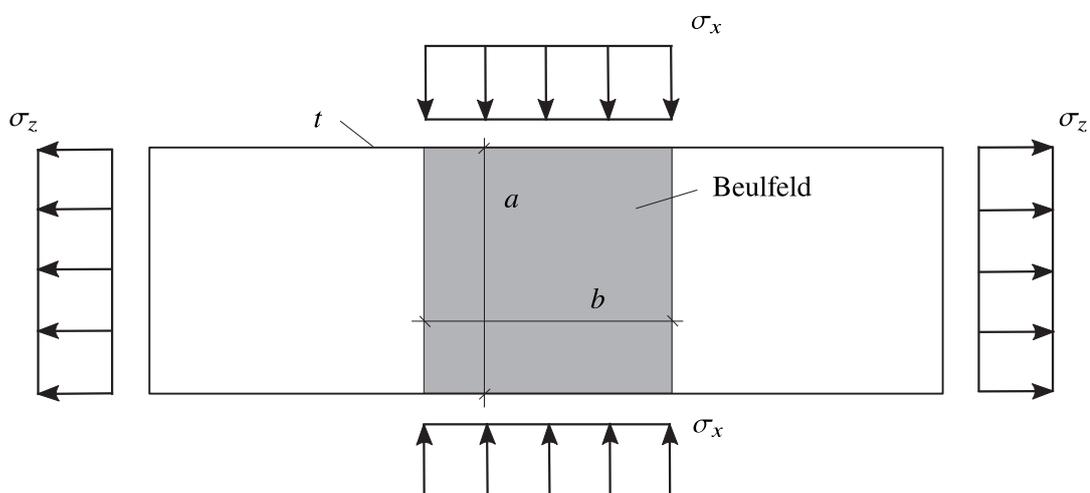


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Versuchskörper.

Tabelle 3.1: Versuchsparameter.

Versuch	a (mm)	b (mm)	t (mm)	b/t	$\beta = \sigma_z/\sigma_x$
C1	900	900	6	150	0
C2	900	900	6	150	-0,5
C3	900	900	6	150	-1
D1	1500	1500	6	250	0
D2	1500	1500	6	250	-0,5
D3	1500	1500	6	250	-1

Tabelle 3.2: Materialkennwerte.

Versuche	Streckgrenzen	Zugfestigkeiten	Elastizitätsmoduln
	f_y (N/mm ²)	f_u (N/mm ²)	E (N/mm ²)
C1-C3, D1-D3	287	414	200458

3.1.3 Geometrische Imperfektionen

Die geometrischen Imperfektionen der Versuchsplatten wurden mit der Photogrammetrie Methode gemessen. Um die richtigen Daten zu erhalten, wurden vier Industriekameras (μ Eye 2280SE-M, 8mm lenses) vor dem Beulfeld platziert, siehe Abb. 3.2. Dem Versuchsaufbau wurde eine Skala hinzugefügt, um den richtigen Maßstab ablesen zu können. Eine Achse ist dabei in Richtung der Zenit Achse des Raumes ausgerichtet. Die gemessenen Vorverformungen sind in Abb. 3.3 bis Abb. 3.8 zu sehen. Sie beziehen sich auf eine x/y -Ebene, welche durch den unteren linken und rechten Punkt sowie durch die Richtung der Lotrechten definiert wird. Alle Imperfektionsformen haben eine einfache Halbwellenform, außer im Versuch C1, in dem fast keine Vorfervormung zu erkennen ist. Für die anderen Versuchskörper variiert die Imperfektionsamplitude von 3,2 mm bis 6,2 mm. Alle Versuche sind innerhalb des Toleranzbereich aus DIN EN 1090-2 [21] ($b/100$), siehe Tab. 3.3.

Tabelle 3.3: Vergleich der gemessenen Imperfektionen und der Herstellungstoleranzen nach [21].

Geometrische Imperfektion	C1	C2	C3	D1	D2	D3
Gemessen	$b/900$	$b/281$	$b/225$	$b/268$	$b/333$	$b/242$
Gemessen/erlaubt	11%	36%	44%	37%	30%	41%





Abbildung 3.2: Platzierung der Kameras vor dem Beulfeld.

3.2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 3.9 zu sehen. Die Zugspannungen werden in horizontaler Richtung aufgebracht. Die Lasteinführung wird durch spezielle Geräte durchgeführt, welche mit vorgespannten Bolzen an dem Versuchskörper befestigt sind (in Abb. 3.9 auf der rechten Seite). Das Lasteinleitungsblech ist mit zwei Bolzenverbindungen mit den hydraulischen Pressen verbunden, welche horizontal auf einer verankerten Stütze aufliegen.

Die Druckkraft wird, oben auf die Prüfkörper, über die hydraulischen Pressen aufgebracht. Die Druckpresse ist an einem Rahmen befestigt, welcher auf einem steifen Träger aufliegt. Dieser wird durch die seitliche Stütze gehalten, um eine Rotation zu verhindern. Die seitliche Konstruktion besteht auf jeder Seite aus zwei C-Querschnitten, welche oben miteinander verbunden sind und zusätzlich durch Stangen oben und mittig mit dem Rahmen verbunden werden. Um für eine gleichmäßige Unterstützung zu sorgen, werden beidseitig abgekantete Platten mit den C-Querschnitten verbunden. Zudem sind Lager auf dem Boden und oben auf der Platte angebracht, um die benötigten Randbedingungen sicherzustellen (Abb. 3.9). An mehreren Punkten werden „linear variable displacement transducers“ (LVDT) und „triaxial rosette strain gauges“ angebracht, um Verformungen und Spannungen zu messen (Abb. 3.9). Die Positionen der Wegaufnehmer sind in Abb. 3.10 zu sehen. Zusätzlich zu dem zurückgelegten Weg der hydraulischen Heber, werden die Bewegungen oben auf dem steifen Träger gemessen, um die reine Verformung ohne Verzerrung des Rahmens zu erhalten. Die Verformung des Bodens wird im Falle einer Bewegung ebenfalls gemessen. Kräfte, Verformungen und Belastungen werden während des gesamten Versuchsdurchlaufs aufgezeichnet. Zu bestimmten Lasterhöhungen von 50 kN wird der Versuch pausiert und die Verformungen aus der Ebene werden mit photogrammetrischen Methoden gemessen und für die anfänglichen Imperfektionen verwendet (Absch. 3.1.3).

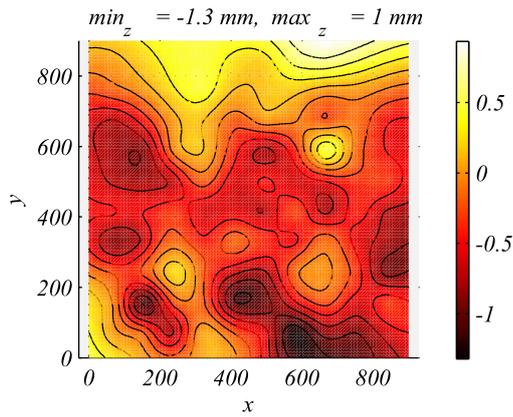


Abbildung 3.3: Initial imperfektions - C1.

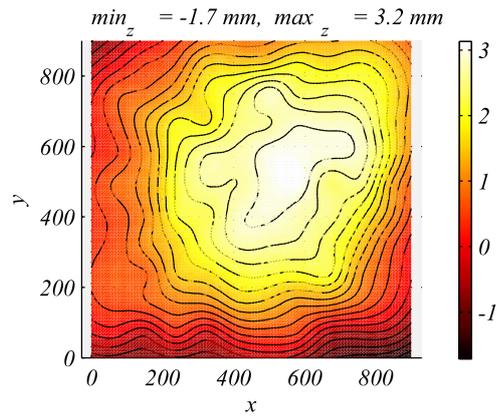


Abbildung 3.4: Initial imperfektions - C2.

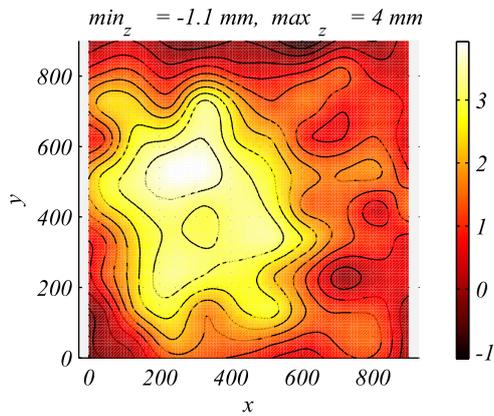


Abbildung 3.5: Initial imperfektions - C3.

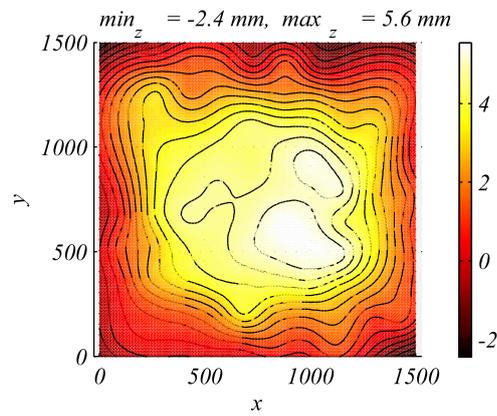


Abbildung 3.6: Initial imperfektions - D1.

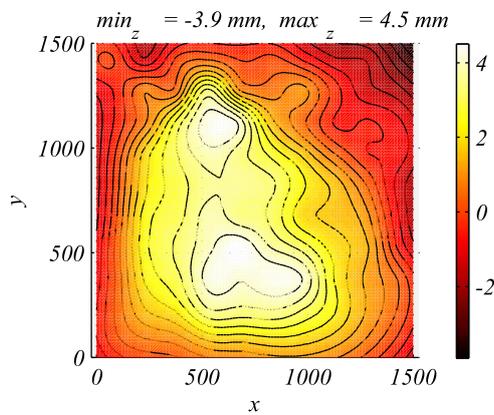


Abbildung 3.7: Initial imperfektions - D2.

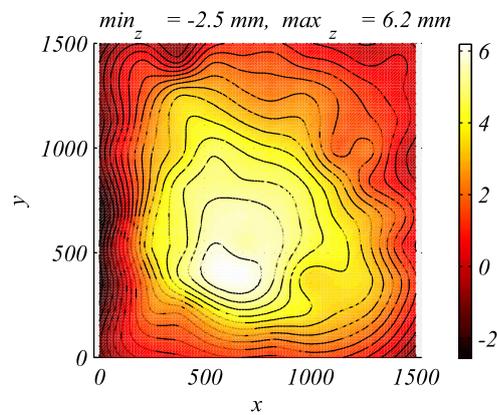
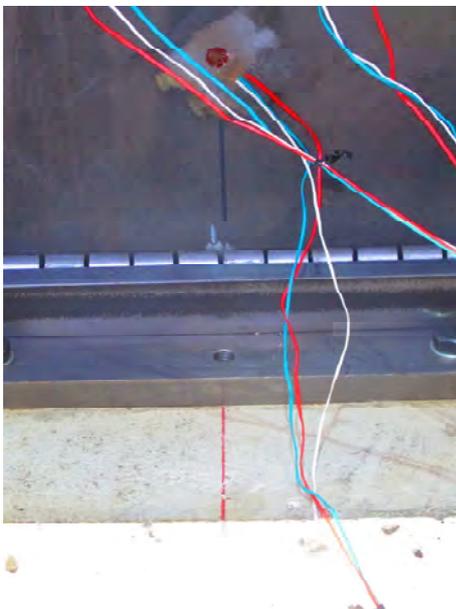


Abbildung 3.8: Initial imperfektions - D3.





Abbildung 3.9: Versuchsaufbau.



(a)



(b)

Abbildung 3.10: a) Linienlager und Schneidenwelle zum ermöglichen der Rotation der Ränder b) Wegaufnehmer.

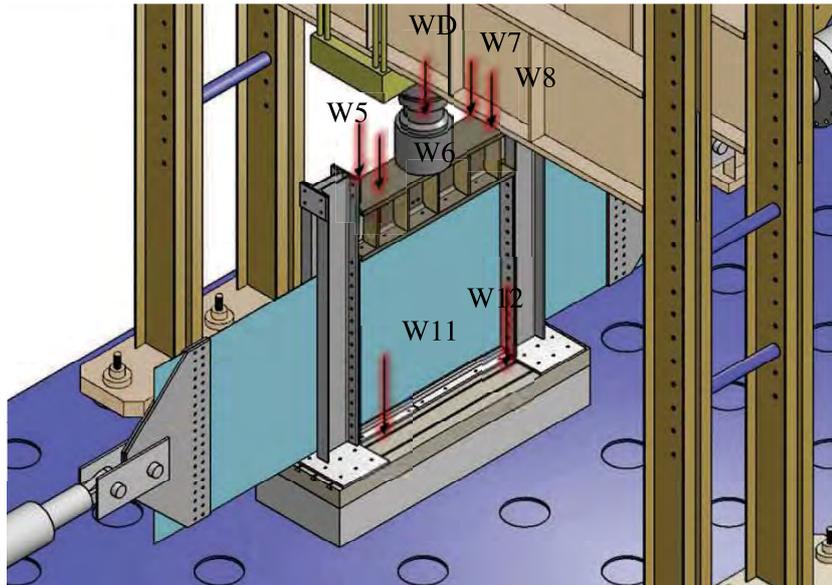


Abbildung 3.11: Vertikale Wegaufnehmer.

3.3 Versuchsdurchführung

Die Prüfkörper werden vor dem Versuch mit ungefähr 15% der geschätzten Traglast vorbelastet. Die Versuche werden bis zum Erreichen der Traglast kraftgesteuert und dann, nach Erreichen der Traglast, verformungsgesteuert gefahren. Der Vorteil des verformungsgesteuerten Verfahrens besteht darin, dass der Versuch bis über die Traglast hinaus in den Nachtraglastbereich fortgeführt werden kann. Die Verformungsgeschwindigkeit wird zu 0,005 mm/sec gewählt, um statische Belastungsvoraussetzungen zu erhalten. Nach jeden aufgebrauchten 50 kN wird die Belastung pausiert und die Verformungen aus der Ebene gemessen. Nachdem die maximale Traglast erreicht ist wird die Verformungsgeschwindigkeit auf 0,01 mm/sec erhöht und die Verformungen werden jede 0,5 – 1,0 mm gemessen. Da es technisch nicht möglich ist die beiden hydraulischen Pressen zu koppeln, um eine Zugkraft aufzubringen während eine Druckkraft wirkt, wird der Versuchsablauf folgendermaßen durchgeführt: Zuerst wird die einwirkende Zugbelastung erhöht und danach die Druckeinwirkung. Dadurch ist die Lasteinwirkung annähernd proportional und hat ein konstantes σ_z/σ_x -Verhältnis.

3.4 Versuchsergebnisse

Die Verformungen aus der Ebene bei maximaler Traglast werden zusammen mit den jeweiligen Last-Verschiebungskurven in Abb. 3.12 bis Abb. 3.17 dargestellt. Die durchgezogene Kurve bezeichnet die Druckkraft und die gestrichelte Kurve die gleichzeitig aufgebrachte Zugkraft. Es wird sehr deutlich, dass für die einachsigen belasteten Platten ein Versagensmodus mit einer Halbwellen und für mehrachsial belastete Platten ein Versagensmodus mit zwei oder drei Halbwellen auftritt. Besonders in der Versuchsreihe „D“ ist dieser Effekt deutlich zu erkennen. Hierbei entsteht bei einachsialer Lasteinwirkung (D1) eine Halbwellen, bei $\beta = -0,5$ (D2) zwei Halbwellen und bei $\beta = -1$ (D3) drei Halbwellen. Der Einfluss der Zugkräfte auf den Versagensmodus ist offensichtlich und Übergänge der Versagensformen können anschaulich dargestellt werden.



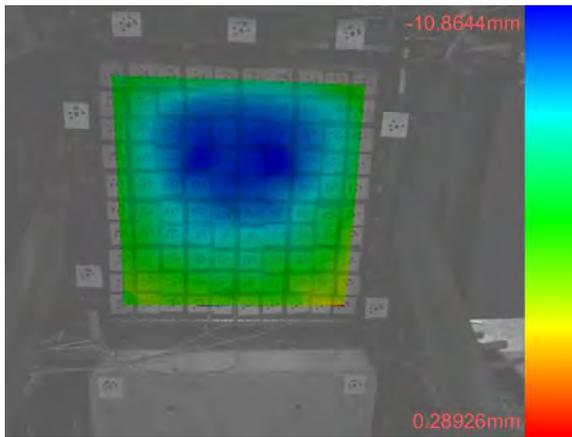
Der Einfluss der Zugspannungen auf das Beulverhalten wird nicht nur an der Versagensform, sondern auch an der Last-Verschiebungskurve deutlich. Für die Versuchsreihe „C“, bei der die maximale Druckbelastung mit und ohne Zugkräfte gleich ist, wird ohne Zug (C1) ein wesentlich ungünstigeres Verhalten mit einem starken Abfall beobachtet, während in den Versuchen C2 und C3 die Kurven bei erhöhtem Zug etwas flacher werden. Die vergleichsweise hohe Tragfähigkeit, die in Kurve C1 dargestellt wird, kann auch auf die sehr geringen geometrischen Imperfektionen in diesem Versuch zurückgeführt werden. In Abb. 3.18 sind die Drucklast-Verschiebungskurven der Versuchsreihe C und D zusammengefasst. In der Versuchsreihe D ist eine deutliche Erhöhung der Traglast zu sehen, wenn Zugkräfte gleichzeitig wirken. Besonders die Kurve D3 zeigt bei 700 kN einen deutlichen Knick, wenn der Übergang zu einer dreifachen Halbwellen auftritt.

3.5 Zusammenfassung

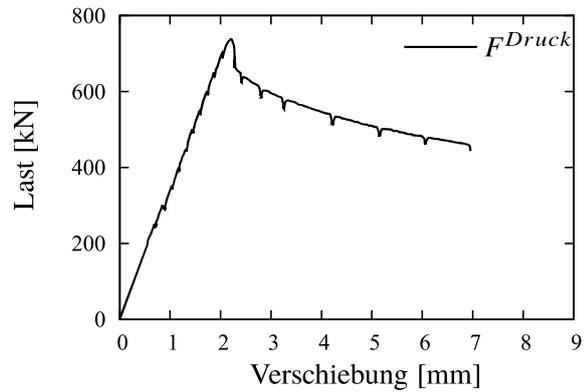
Es wurden sechs Versuche an Beulfeldern durchgeführt, welche einen Einblick in das Beulverhalten mehrachsial belasteter Platten geben. Während bei einachsial belasteten Platten einfache Halbwellen auftreten, sind Übergänge der Modi zu sehen, wenn zusätzliche Zugspannungen in Querrichtung aufgebracht werden. Dieses Verhalten passt sehr gut zu dem Verhalten linear elastischer Beulanalysen, wo Zugspannungen ebenso zu Beulformen mit mehreren Wellen führen, siehe Abschn. 2.2.2.

In Abb. 3.19 werden die Versuchsergebnisse mit Hilfe eines Laststeigerungsfaktors (Load Proportionality Factor) ($LPF = \sigma_v / f_y$) auf die Streckgrenze bezogen und mit der Traglast nach den Regeln von Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen. Zusätzlich zu der aus der Winter Kurve bestimmten Traglast wurde eine aus den numerischen Untersuchungen ermittelte Beulkurve verwendet. Die zusätzliche Beulkurve erhält man aus einem vereinfachten numerischen Modell, indem angenommen wird, dass die Kanten in der Ebene gerade bleiben. Dieses Modell passt besser zu der Versuchssituation als die Winter Kurve. Aus diesem Grund führt dieses zu besseren Ergebnissen im Vergleich zur Winter Kurve.

Schlussendlich passen die aktuellen Bemessungsregeln sehr gut zu den Versuchsergebnissen, besonders wenn man die Beulkurve mit unverformbaren Rändern verwendet, sodass es an diesem Punkt sinnvoll erscheint Zugspannungen bei der Bemessung von mehrachsial belasteten Platten zu berücksichtigen. Jedoch ist der Versuch in seinen Möglichkeiten sehr limitiert, sodass weitere numerische Untersuchungen durchgeführt werden, um einen größeren Parameterbereich abzudecken.

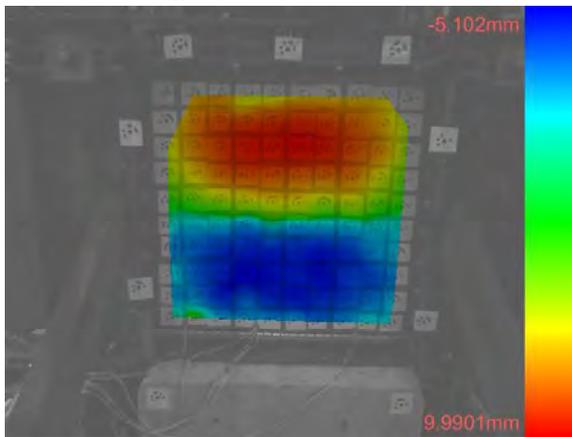


(a)

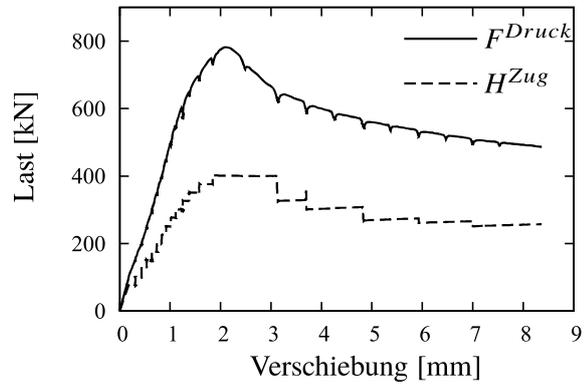


(b)

Abbildung 3.12: Versuch C1: (a) Verformungen aus der Ebene, (b) Last-Verschiebungskurve.

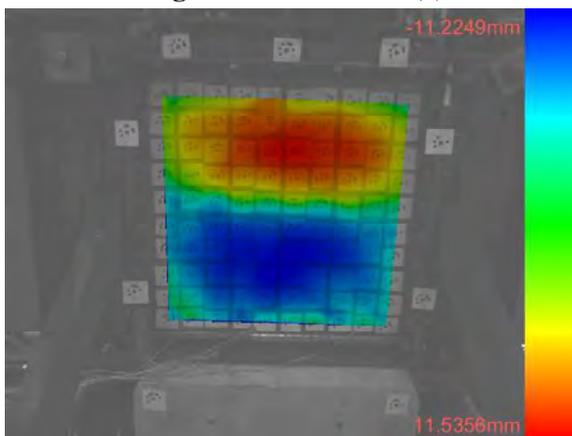


(a)

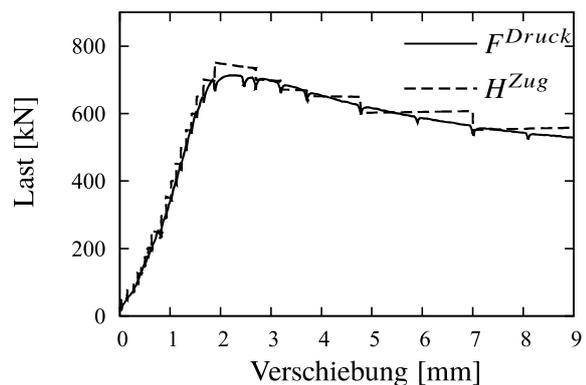


(b)

Abbildung 3.13: Versuch C2: (a) Verformungen aus der Ebene, (b) Last-Verschiebungskurve.



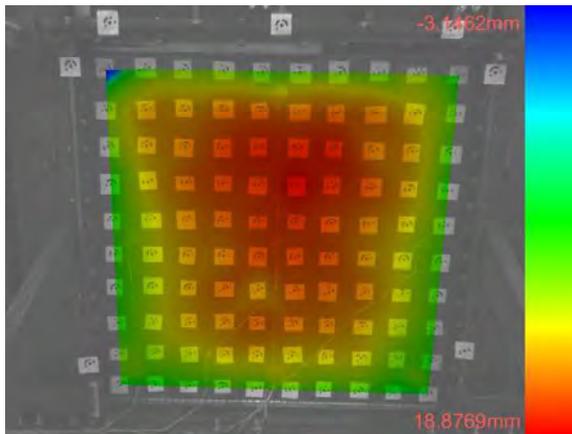
(a)



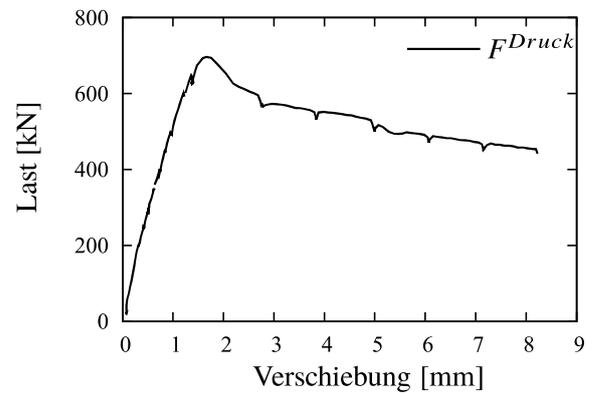
(b)

Abbildung 3.14: Versuch C3: (a) Verformungen aus der Ebene, (b) Last-Verschiebungskurve.



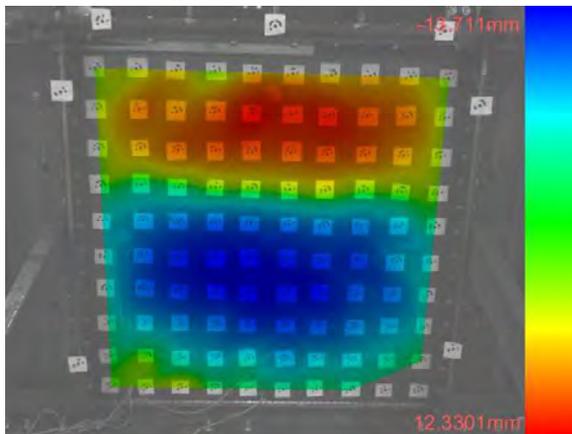


(a)

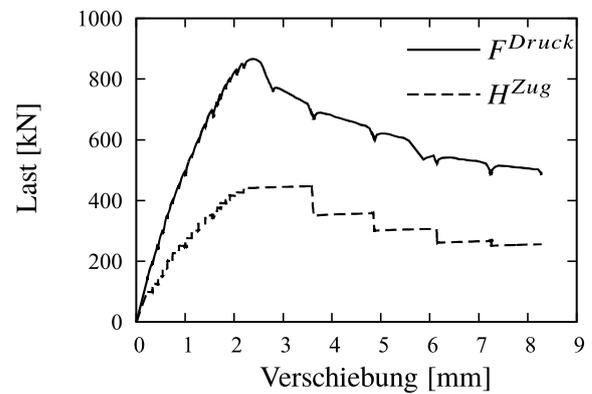


(b)

Abbildung 3.15: Versuch D1: (a) Verformungen aus der Ebene, (b) Last-Verschiebungskurve.

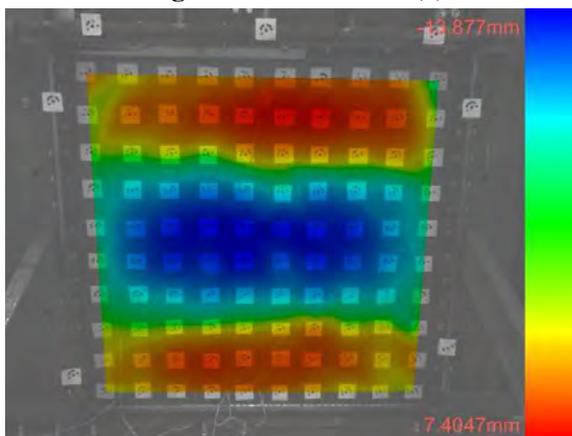


(a)

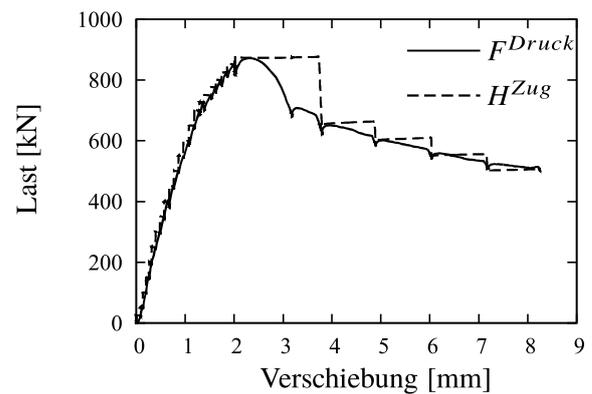


(b)

Abbildung 3.16: Versuch D2: (a) Verformungen aus der Ebene, (b) Last-Verschiebungskurve.



(a)



(b)

Abbildung 3.17: Versuch D3: (a) Verformungen aus der Ebene, (b) Last-Verschiebungskurve.

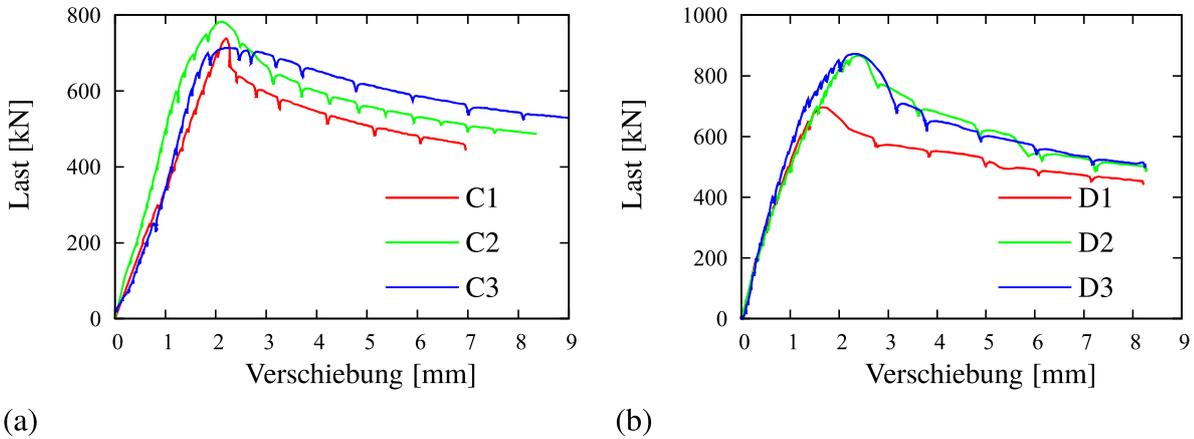


Abbildung 3.18: Laststauchungskurve für (a) C1, C2 und C3 und (b) D1, D2 und D3.

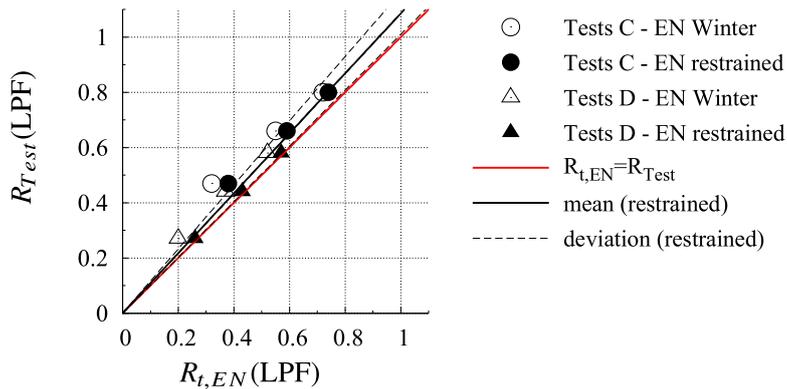


Abbildung 3.19: Vergleich der Versuchsergebnisse mit DIN EN 1993-1-5 [22].



4 Numerische Untersuchungen

4.1 Analyse und Annahmen

Im Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] ist eine Anleitung für den Nachweis mit Hilfe von FEM gegeben. In der Regel trifft der genannte Anhang mehrere Annahmen für die Durchführung der numerischen Analysen.

Das elastische Beulen ebener Platten, insbesondere für mehrachsial belastete Beulfelder, wird in Absch. 2.1 behandelt. Während sich die kritischen Lasten für unausgesteifte Beulfelder unter mehrachsialer Spannung mit den analytischen Methoden bestimmen lassen, ist dies bei ausgesteiften Beulfeldern nicht der Fall. Deshalb müssen lineare Beulanalysen (LBA) durchgeführt werden, um das klassische Eigenwertproblem zu lösen. Für diesen Zweck wird in diesem Bericht die Software EBPlate [14] verwendet. Natürlich können mit ABAQUS ebenso lineare Beulanalysen durchgeführt werden.

Um das elastisch-plastische Verhalten zu berücksichtigen, werden sogenannte „geometric and materially nonlinear analyses with imperfections“ (GMNIA) (deutsch: geometrische und materialspezifische nichtlineare Analysen mit Imperfektionen) durchgeführt, welche die anspruchsvollste Art der Modellierung sind und das reale Verhalten schlanker Platten wiedergibt. Im Allgemeinen kann die Analyse entweder durch Verschiebungen oder Lasten gesteuert werden. Eine verschiebungsgesteuerte Analyse erlaubt es dem absteigenden Pfad der Last-Verschiebungskurve zu folgen, während in einer lastgesteuerten Analyse die Tangentensteifigkeit zu Null wird, wenn die Maximallast erreicht wird, sodass die der Bereich der Traglast mit der Newton-Raphson Methode nicht berechnet werden kann. Obwohl für die durchgeführte Parameterstudie ein konstantes Lastenverhältnis (z.B. σ_z/σ_x) notwendig ist, würde ein verschiebungsgesteuerter Ansatz zur Änderung der Spannungsverhältnisse führen, sodass ein lastgesteuerter Ansatz benötigt wird. Eine Möglichkeit dieses Problem zu übergehen, ist das sogenannte „Bogenlängenverfahren,“. Im Gegensatz zur Newton Raphson Methode, erlaubt es dem absteigenden Pfad der Last-Verschiebungskurve zu folgen, wobei die Spannungsverhältnisse immer konstant gehalten werden.

Die modifizierte Riks Methode [68] ist eine von den vorgeschlagenen Bogenlängenverfahren und in ABAQUS implementiert.

Nach [83] werden die Lasten in jedem Schritt proportional aufgebracht, wobei eine definierte Bezugslast P_{ref} durch einen Laststeigerungsfaktor λ verändert wird und dadurch in der Größenordnung von P_{total} liegt. Zudem wird die ständige Last P_0 berücksichtigt, siehe Gl. (4.1). Da jedoch in den durchgeführten Untersuchungen keine ständigen Lasten auftreten, kann die wirkende Last direkt durch die Bezugslast und den Laststeigerungsfaktor definiert werden.

$$P_{total} = P_0 + \lambda(P_{ref} - P_0) = \lambda \cdot P_{ref} \quad (4.1)$$

Um Missverständnisse zu vermeiden, wird der Laststeigerungsfaktor in den folgenden Ab-



schnitten mit „LPF“ bezeichnet.

4.2 Numerische Modellierung (GMNIA)

4.2.1 Geometrie und Imperfektionen

Bei der numerischen Berechnung der Traglast schlanker Beulfelder mit einer „geometrischen und materialspezifischen nichtlinearen Analysen mit Imperfektionen“, (GMNIA) spielen die initialen Imperfektionen eine große Rolle. Allgemein wird zwischen zwei Arten von Imperfektionen unterschieden: die geometrischen und die strukturellen Imperfektionen. Einige typische geometrische Imperfektionsformen sind zum Beispiel die Vorverformungen, Schwinden beim Schweißen, Unterschiede zwischen den wahren und den Sollwerten. Strukturelle Imperfektionen sind beispielweise Eigenspannungen aufgrund des Herstellungsverfahrens oder die Inhomogenitäten des Materials. Aufgrund der Vielfältigkeit der Imperfektionen ist deren realistische Berücksichtigung weder machbar noch möglich, insbesondere für den praktischen Konstrukteur, der nicht weiß, was die Imperfektionen beim gebauten System verursachen. Anstatt all diese Effekte zu berücksichtigen ist es üblich idealisierte Imperfektionen anzunehmen, die sich aus Vorverformungen und in manchen Fällen auch Schweißbeigenspannungen zusammensetzen.

Die initialen Verformungen einer Konstruktion werden normalerweise in lokale und globale Imperfektionen unterteilt. Lokale Imperfektionen berücksichtigen das Beulen von Einzelfeldern und die Verdrehung der Steifen. Das kann zum Beispiel durch eine Sinusfunktion oder Beulmodi mit der gewünschten Verformung erfolgen. Globale Imperfektionen werden durch die Anwendung initialer Verformungen am ganzen System und auch an den Steifen berücksichtigt. Die initialen Verformungen können durch die Imperfektionsform und Amplitude beschrieben werden. Die Definition der angewandten Imperfektionsform und Amplitude ist von äußerster Bedeutung, da sie das Beulverhalten entscheidend beeinflusst. SCHMIDT [77] und WINTERSTETTER [97] haben deshalb die initialen Verformungen für Schalenbeulen eingeordnet. In [71] wird darauf hingewiesen, dass diese Klassifizierung so auch für Plattenbeulen verwendet werden kann. Die Klassifizierung wird im Folgenden definiert:

- **Realistische Imperfektionen:** Form und Amplitude sollten so gut wie möglich zu den realen Imperfektionen des Systems passen. Da diese Imperfektionen unvermeidlich vom Produktionsverfahren und dem Montagevorgang abhängen, sind diese realistischen initialen Verformungen bei der Ausführung der Konstruktion nicht bekannt.
- **Worst-Case-Imperfektionen:** Die Imperfektionsform, die zusammen mit einer gegebenen Amplitude zum geringsten Widerstand führen. Normalerweise wird eine Imperfektionsform ähnlich der ersten Beulform verwendet. BRUNE [12] stellt Fälle dar, bei denen diese Annahmen nicht zum geringsten Widerstand führt. Trotzdem führt die Annahme eigenmodusaffiner Imperfektionen normalerweise zu höheren Reduktionen als realistische oder angeregte Imperfektionen. Ein weiterer Imperfektionstyp kann den „Worst-Case-Imperfektionen“ zugeordnet werden. Hierbei entspricht die Imperfektionsform der Verformung beim Versagen. Das Verfahren für diese Imperfektion ist sehr aufwändig, da davor eine nichtlineare Beulanalyse durchgeführt werden muss, bei welcher anfängliche Imperfektionen berücksichtigt werden müssen, die auch irgendwie bestimmt werden müssen.



- **Angeregte Imperfektionen:** Die angewendeten anfänglichen Imperfektionen sollen das reale Verhalten des Tragwerks mit dem numerischen Modell abdecken. Angeregte Imperfektionen können zum Beispiel Eigenmodus affine oder aus der Herstellung verursachte Imperfektionen sein.

Für die Nachrechnung der Versuche werden realistische Imperfektionen verwendet, da sie genau gemessen wurden. Für die numerische Parameterstudie werden angeregte Imperfektionen verwendet, siehe Abschn. 4.4.4.

4.2.2 Material

Für die Nachrechnung der Versuche werden die Materialeigenschaften der Zugversuche verwendet und nach Gl. (4.2) zu wahren Spannungs-Dehnungs-Kurven modifiziert. Wenn das Spannungs-Dehnungs-Diagramm nicht bekannt ist, müssen Annahmen getroffen werden. Dies kann für einen Baustahl mit Hilfe des bi-linearen Materialmodells durchgeführt werden. In Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] werden mehrere Möglichkeiten für die Modellierung des Materialverhaltens aufgezeigt. Im Rahmen dieses Berichts wird für die numerische Parameterstudie ein bi-lineares Material ohne Verfestigung verwendet. Die Parameterstudie werden für einen Stahl S355 mit einem Elastizitätsmodul $E = 210000 \text{ N/mm}^2$, einer Querdehnzahl $\nu = 0,3$, einer Streckgrenze $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ und einer Plateauanstiegung $E/10000$ durchgeführt.

$$\begin{aligned}\sigma_{Wahr} &= \sigma(1 + \varepsilon) \\ \varepsilon_{Wahr} &= \ln(1 + \varepsilon)\end{aligned}\tag{4.2}$$

4.2.3 Vernetzung

Für die numerischen Untersuchungen wird im Folgenden das sogenannte „S4R“ Element verwendet, welches für finite Membranbeanspruchungen sowie für große Rotationen verwendet wird und deshalb für Analysen mit großen Belastungen geeignet ist. Das S4R Element ist ein vierknotiges Schalenelement mit jeweils sechs Freiheitsgraden und reduzierter Integration. Die reduzierte Integration führt meist zu genaueren Ergebnissen und einer reduzierten Berechnungszeit [83].

4.3 Nachrechnungen der experimentellen Untersuchung mehrachsig beanspruchter Beulfelder

4.3.1 Allgemein

Die numerische Nachrechnung der experimentellen Untersuchungen aus Abschn. 3 werden im Folgenden gezeigt. Die numerischen Simulationen werden durchgeführt, um das Modell zu verifizieren und vor allem um das Verhalten in Abhängigkeit der einwirkenden Zugspannungen zu vergleichen, da deutliche Beulmoduswechsel während der Experimente beobachtet wurden, siehe Abschn. 3.4.



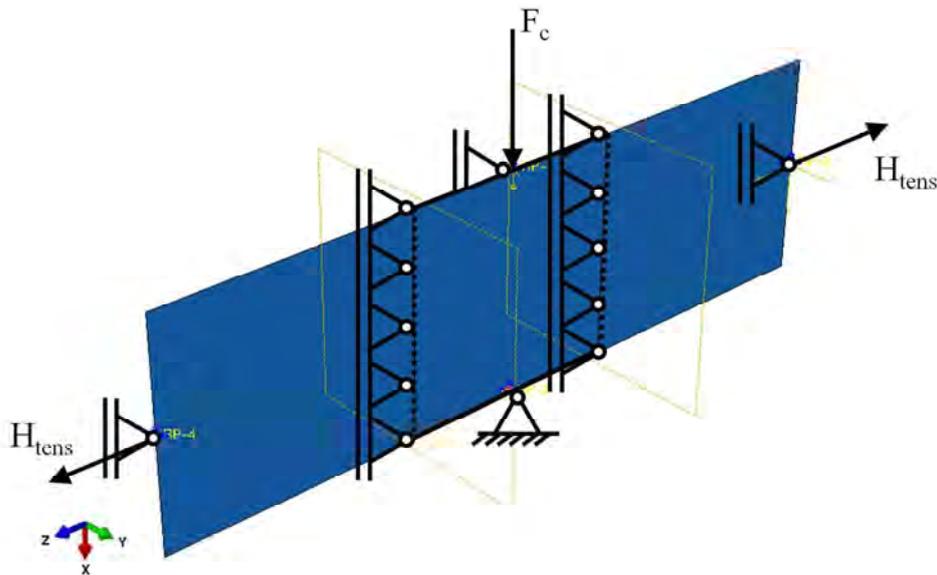


Abbildung 4.1: Numerisches Modell für den Versuch D3.

4.3.2 Numerisches Modell

Das numerische Modell ist nach den Grundlagen der vorhergehenden Kapitel aufgebaut und in ABAQUS [83] modelliert. Die Materialeigenschaften werden aus dem Zugversuch abgeleitet und zu den wahren Spannungs-Dehnungs Werten nach Gl. (4.2) modifiziert. Die gemessenen initialen Imperfektionen aus Absch. 3.1.3 werden für das Modell verwendet. Zudem werden „S4R“ Elemente verwendet.

In Abb. 4.1 wird das numerische Modell beispielhaft für den Versuch D3 gezeigt. Die Lasten wirken auf Referenzpunkte, welche mit den entsprechenden Rändern gekoppelt sind, um konstante Verschiebungen während der Versuche zu modellieren. Die seitlichen Lagerungen für das Beulfeld werden als Randbedingungen in y-Richtung angesetzt. Der gedrückte Rand wird als gelenkig angenommen, da für die Versuche spezielle Gelenklager benutzt wurden, siehe Abb. 3.10. Die Ränder, auf welche Zugkräfte wirken sind als eingespannt anzusehen, da die Last durch eine Zugeinleitung, welche mit zweireihigen Bolzen befestigt ist, aufgebracht wird.

4.3.3 Vergleich der Lastverschiebungskurven und Verformungen aus der Ebene

Die globalen Responses werden mit den Lastverschiebungskurven verglichen, die aus den Versuchen und numerischen Simulationen erhalten werden, um die maximalen Kräfte, Anfangssteifigkeit, wie auch die Nachtraglastbereiche der Kurve zu bewerten.

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen sind in Abb. 4.3 dargestellt und werden mit den Ergebnissen aus den Experimenten verglichen. Die Diagramme zeigen die Laststauchungskurven für den gedrückten Rand. Abb. 4.2 und Tab. 4.1 zeigen, dass die maximalen Lasten aus der numerischen Berechnung mit den Werten aus den Experimenten übereinstimmen, während



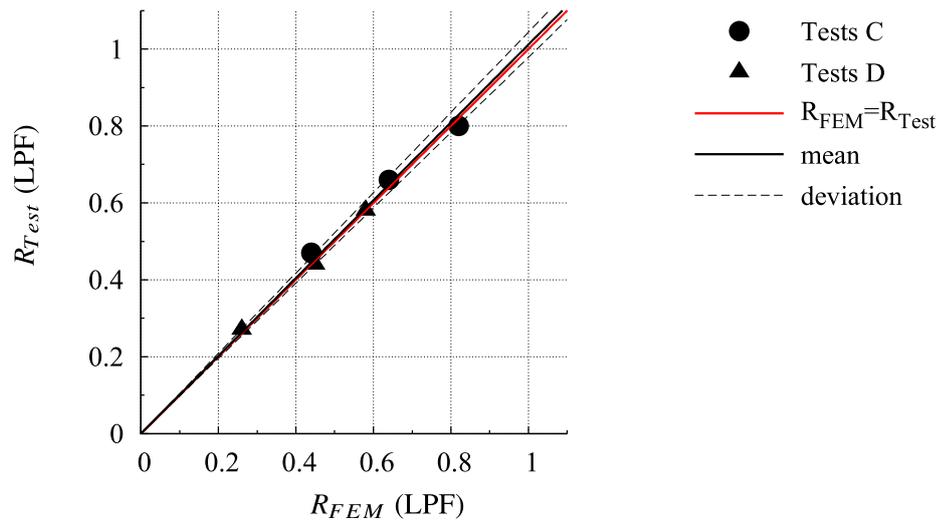


Abbildung 4.2: Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse.

die Kurven der Experimente ein weniger steifes Verhalten aufzeigen. Jedoch sollte angemerkt werden, dass die vertikalen Verschiebungen in einem so kleinen Bereich liegen, sodass Verformungen aus dem Versuchsaufbau auch eine Rolle spielen. Obwohl die Verformung des Versuchsrahmens gemessen und bereits bei den dargestellten Kurven berücksichtigt wurden, war es praktisch nicht möglich die Verformungen in den Gelenken und in den Vorrichtungen für die Lasteinleitung zu messen, siehe Abb. 3.9, sodass in Abb. 4.3 die numerischen Laststauungskurven verschoben sind, um die Steifigkeit kurz vor dem Beulen zu vergleichen. Diese Kurven werden mit „FEM*“ bezeichnet.

In Abb. 4.4 bis Abb. 4.9 werden die Verformungen aus der Ebene der Versuche mit den numerischen Simulation verglichen. Für die numerischen Nachrechnungen der experimentell untersuchten Beulfelder mit mehrachsiger Spannungsbelastung lässt sich das gleiche Phänomen wie für die Beulfelder beobachten. Während die Versagensform für Beulfelder unter reinem Druck eine Halbwellenform für C1 und D1 ($\beta = 0$) zeigt, kann entnommen werden, dass bei allen Beulfeldern unter Zug mehr Halbwellen in Richtung der Druckbelastungen zu beobachten sind. Die Versuche C2 ($\beta = -0,5$) und C3 ($\beta = -1$) haben ein zweifach halbwellenförmiges Versagen. Das gleiche wird auch in Versuch D2 ($\beta = -0,5$) beobachtet, während sich für höhere Zugbelastungen D3 ($\beta = -1$) eine dreifach halbwellenförmige Versagensfigur einstellt.

Deshalb kann aus den Vergleichen der numerischen Simulationen mit den experimentellen Untersuchungen die Schlussfolgerung gezogen werden, dass das angenommene Verfahren zur Ermittlung der Traglast von schlanken Beulfeldern unter mehrachsialer Beanspruchung zutreffende Ergebnisse zeigt. Das Modell wird, wie in Abschnitt 4.4 beschrieben, aus praktischen Gründen für die Parameterstudie weiter vereinfacht.

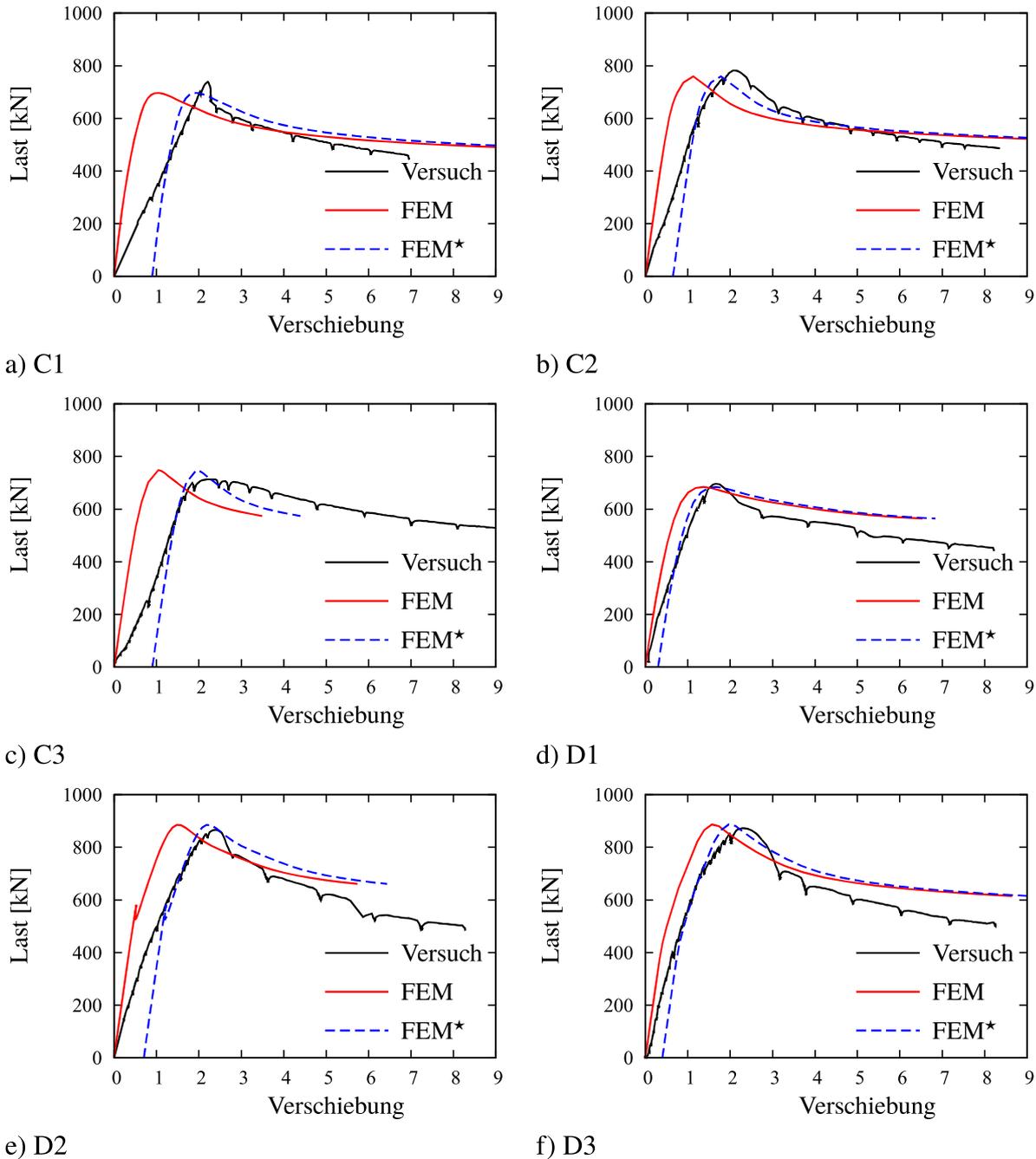


Abbildung 4.3: Vergleich der Laststauchungskurve von der Numerischen Berechnungen und Versuchen.

4.4 Numerisches Modell für unausgesteifte Beulfelder

4.4.1 Allgemeines

Das numerische Modell wird hier für die Durchführung der Parameterstudie in Absch. 5 entwickelt. Das Modell ist identisch zu dem Modell, aus der Nachrechnung der Versuche in Absch. 4.3. Jedoch wird es vereinfacht, indem die unbelasteten Bereiche des Versuchskörpers vernachlässigt werden, da sie für die weiteren numerischen Berechnungen unwichtig sind.



Tabelle 4.1: Experimentelle und numerische Maximalbeanspruchungen der multiaxialbeanspruchten Platten.

Test	C1	C2	C3	D1	D2	D3
$F_{Druck,Versuch}$	738,5	781,8	713,4	696,7	866,3	872,1
$F_{Druck,FEM}$	703,6	759,5	748,5	684,1	885,0	886,7
$\frac{F_{Druck,FEM} - F_{Druck,Versuch}}{F_{Druck,Versuch}} \cdot 100\%$	-4,7	-2,9	+4,6	-1,8	+2,1	+1,6

Somit besteht das Modell aus einem einfachen Blech, welches einen lokaler Steg- oder Flanschsausschnitt aus dem ganzen Querschnitt sein könnte. Dies ermöglicht eine Untersuchung des Beulverhaltens mit einer großen Spannweite an Parametern und eine Bewertung der aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22].

4.4.2 Randbedingungen

Wichtige Parameter zur Untersuchung des Beulverhalten von Platten sind die angesetzten Randbedingungen. Deshalb werden verschiedene Arten von Randbedingungen für die Validierung des vereinfachten Modells, sowie für die durchgeführte Parameterstudie in Absch. 5 verwendet. Die Annahmen von BRAUN [10] werden für die Beulfelder unter Normalspannungen verwendet. Diese werden hier als Randbedingungen BC-A, BC-B und BC-C bezeichnet, siehe Abb. 4.10. In BC-A wird davon ausgegangen, dass im Fall von einachsigen Druck die belasteten Ränder gerade bleiben, während die unbelasteten Kanten sich frei in der Ebene verformen können. Im Fall der biaxialen Druck-Zug Beanspruchungen bleiben die durch Druck belasteten Kanten gerade und die durch Zug belasteten Kanten können frei in der Ebene verformt werden. Bei der Randbedingung BC-B bleiben alle Kanten gerade, während sich bei der Randbedingung BC-C alle Kanten frei in der Ebene verformen können. Die Randbedingungen der geraden Kanten werden durch die Kopplung der Knoten realisiert.

4.4.3 Sensibilitätsanalyse

Um die erforderliche Netzgröße zu bestimmen, wurde eine Sensibilitätsanalyse durchgeführt, welche den Einfluss der Anzahl der Elemente auf die Traglast und die Rechenzeit zeigt. Der Vergleich wird für ein Beulfeld ($b/t = 83$) unter Normalspannung mit Imperfektionsamplituden $w_0 = b/200$ und $w_0 = b/420$ durchgeführt und es wird festgestellt, dass beide Kurven parallel sind und eine ausreichende Genauigkeit mit einer akzeptablen Rechenzeit für 40 Elemente entlang der Kante zu erreichen ist.

4.4.4 Verifizierung

4.4.4.1 Allgemeines

In den folgenden Abschnitten werden die Beulkurven für Druck und Schub mit den zuvor vorgestellten numerischen Modellen Neuberechnet. Da ein häufiger Fall für mehrachsige Be-

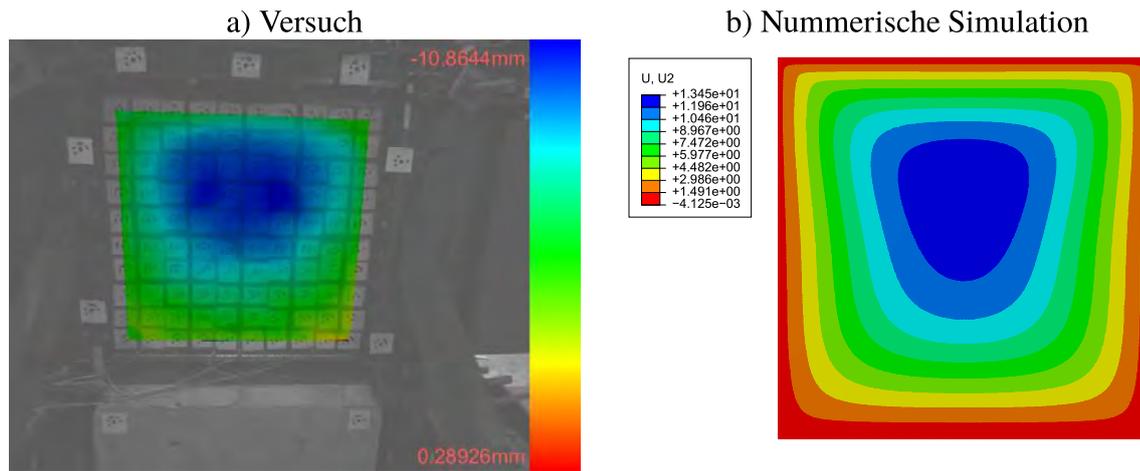


Abbildung 4.4: Verformungen des Beulfelds (mm)-Versuch C1; a) Versuch, b) Numerische Simulation.

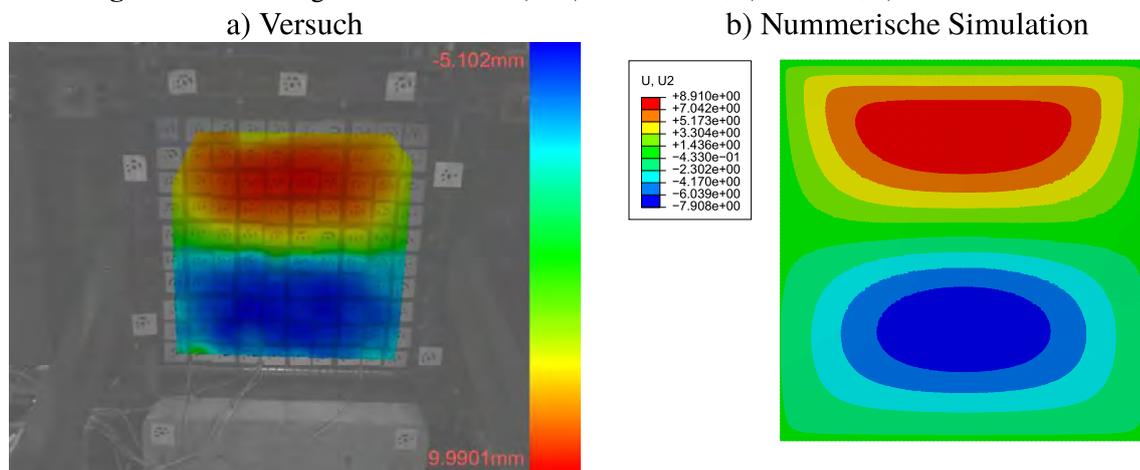


Abbildung 4.5: Verformungen des Beulfelds (mm)-Versuch C2; a) Versuch, b) Numerische Simulation.

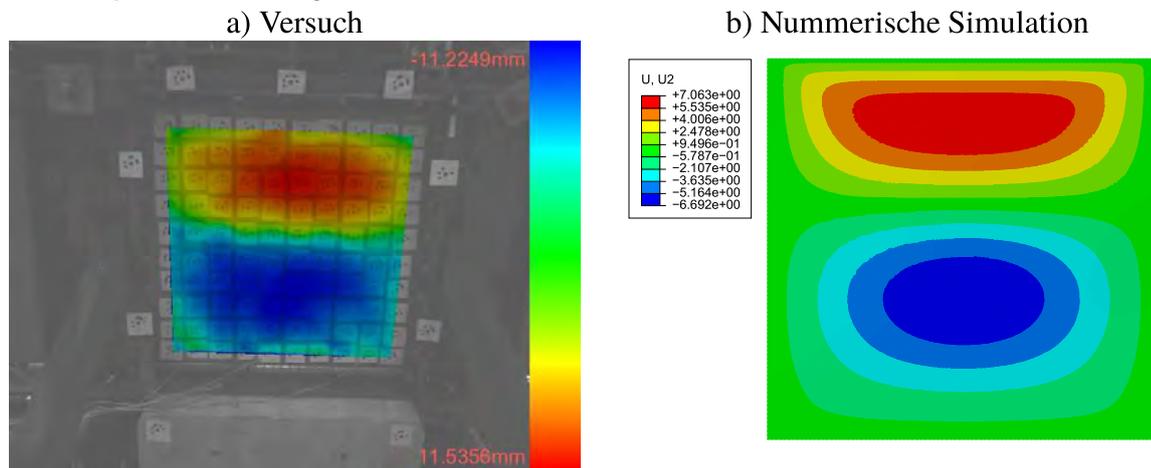


Abbildung 4.6: Verformungen des Beulfelds (mm)-Versuch C3; a) Versuch, b) Numerische Simulation.

lastung kombinierte Biegung und Schub im Steg ist, wird das numerische Modell mit mehreren Spannungsverhältnissen ($\psi = 0,5; 0; -0,5$ und $-1,0$) berechnet, zumal sich die Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18] deutlich unterscheiden.

Dieses Verfahren ermöglicht es, die Validierung der Modelle für die weiteren Parameterstudien von mehrachsig beanspruchten Beulfeldern durchzuführen.



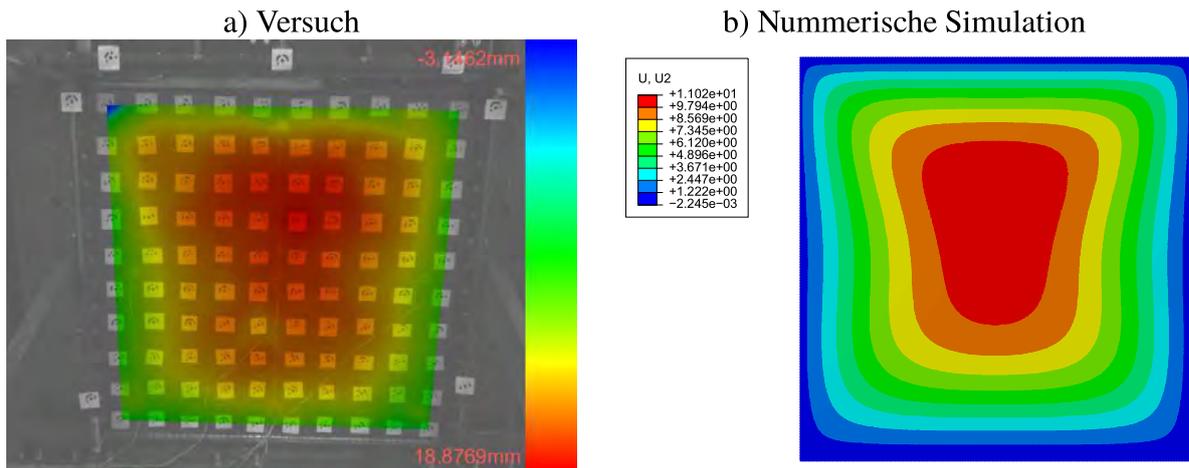


Abbildung 4.7: Verformungen des Beulfelds (mm)-Versuch D1; a) Versuch, b) Numerische Simulation.

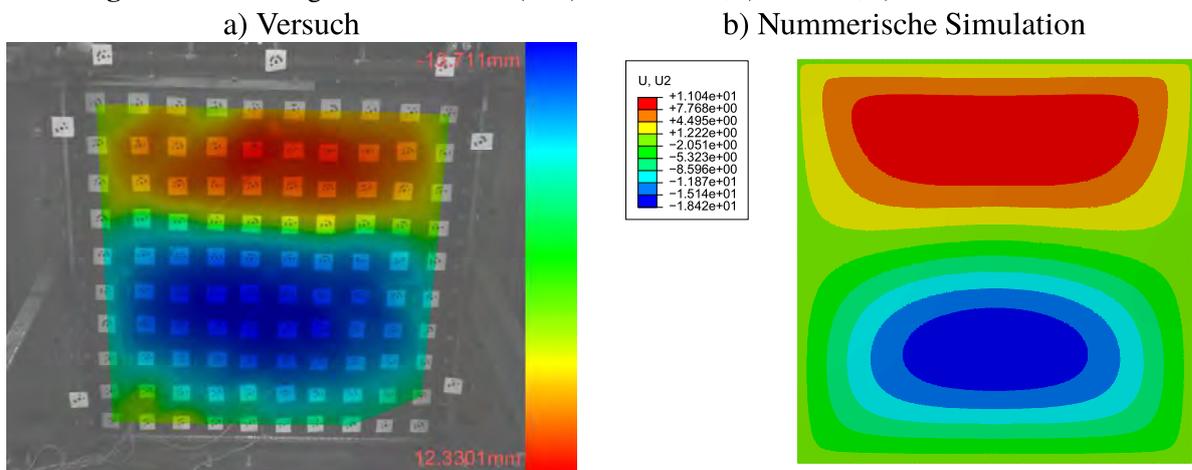


Abbildung 4.8: Verformungen des Beulfelds (mm)-Versuch D2; a) Versuch, b) Numerische Simulation.

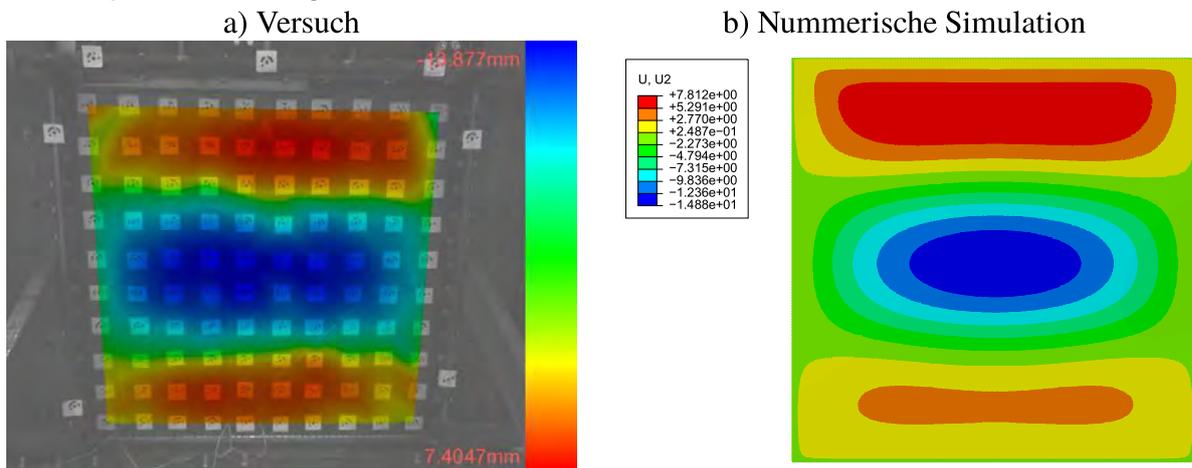


Abbildung 4.9: Verformungen des Beulfelds (mm)-Versuch D3; a) Versuch, b) Numerische Simulation.

4.4.4.2 Beulfelder unter einachsigem Druck

Die Beulkurven aus Kapitel 4, DIN EN 1993-1-5 [22] basieren auf Untersuchungen von WINTER [96]. Diese werden später von SCHEER [74] bestätigt.

Seitdem wurde das Beulverhalten des Beulfelds unter einachsiger Druckbeanspruchung un-

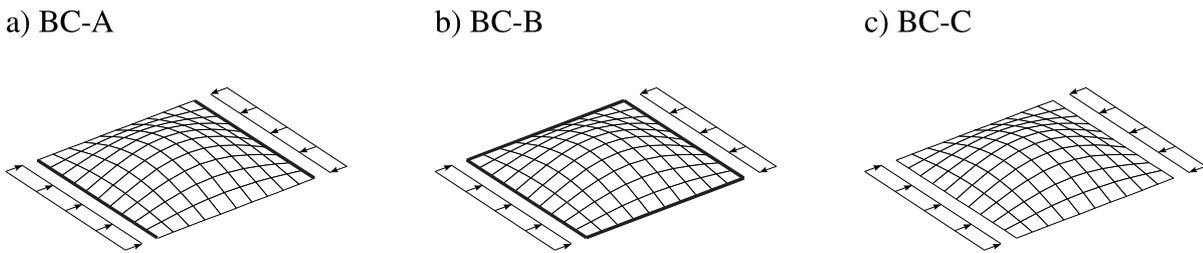


Abbildung 4.10: Randbedingungen.

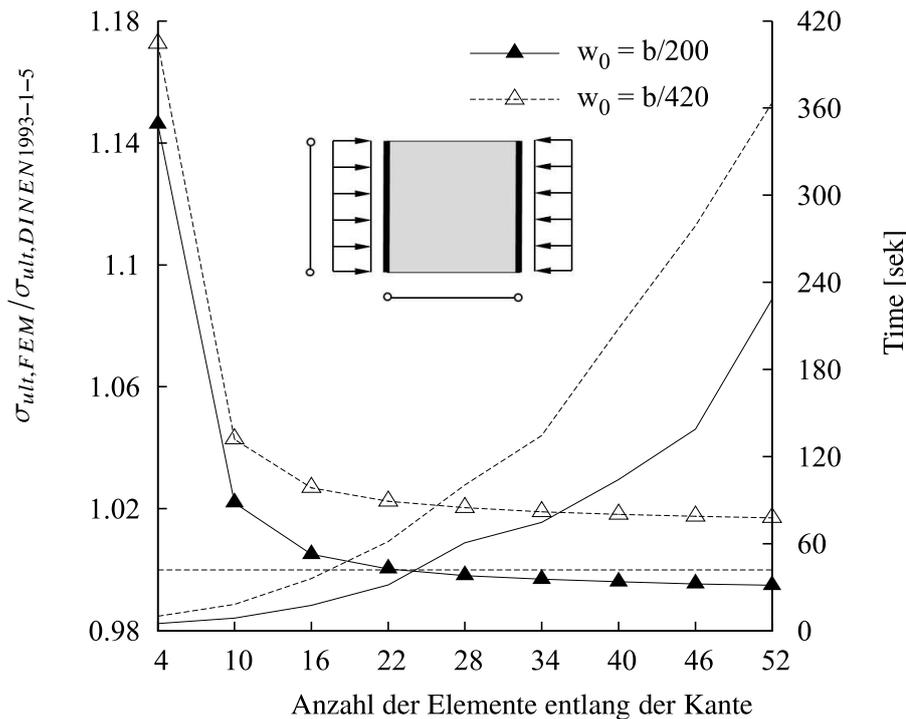


Abbildung 4.11: Sensibilitätsanalyse.

tersucht. RUFF & SCHULZ [69] führten, angeregt durch verschiedene Fragen, wie unter anderem, dass die geometrischen Imperfektionen von Tragwerken oft die Herstellungstoleranzen übersteigen, numerische Untersuchungen an Platten unter reinem Druck durch. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass, wenn zur Eigenform affin angenommene Imperfektionsmuster mit Amplituden nach den Fertigungstoleranzen verwendet werden, Traglasten bis zu 20% unterhalb der Winter-Kurve erreicht werden und sie schlugen eine neue Reduktionskurve mit zusätzlichen Reduktionen aufgrund von Eigenspannungen und nicht perfekten parallelen Kanten vor. Obwohl dies aufgrund mehrerer Rückmeldungen später in einer zusätzlichen Erklärung [70] relativiert wurde, gab es Gründe für weitere Untersuchungen, die von LINDNER & RUSCH [61] durchgeführt wurden. Die Ergebnisse des Projektes wurden später in [71] veröffentlicht. Die Widersprüche zwischen numerischen und empirischen Ergebnissen für die Traglast wurden unter Verwendung anregender Imperfektionen anstatt von schlimmstmöglichst Imperfektionen im ungünstigsten Fall aufgelöst. Es wurde angenommen, dass eine Anpassung der Beulkurven nicht notwendig war.

WINTERSTETTER [97] kam zu ähnlichen Schlussfolgerungen für Schalenstrukturen und her-



Tabelle 4.2: Anregende Imperfektion nach [61].

Imperfektion (zur Eigenform affine Imperfektion)	Amplitude w_0	Eigenspannungen (Druck $\sigma_{res,c}$)	Eigenspannungen (Zug $\sigma_{res,t}$)
A	$b/420$	-	-
B	$b/500$	$0,1 f_y$	$0,1 f_y$

stellungsorientierte Imperfektionen. LINDNER & RUSCH [61] übertrugen diesen Ansatz auf Plattenstrukturen, welcher im Allgemeinen folgende zwei Möglichkeiten für die Anwendung anregender Imperfektionen gibt:

- 1- Definition der herstellungsorientierten Imperfektionsformen nach WINTERSTETTER [97].
- 2- Einsatz der Eigenform affinen Imperfektionsformen mit reduzierten Amplituden und Eigenspannungen verglichen mit der Annahme des schlimmstmöglichsten Falls.

Die Variante 1 ist eher subjektiv zu betrachten. Deswegen verwendeten LINDNER & RUSCH [61] in ihrer Studie Variante 2. Die Untersuchungen bestätigten die Ergebnisse von USAMI [93], sodass die Winter Kurve mit einer reduzierten Amplitude und ohne Eigenspannungen neu berechnet werden kann. Wenn zusätzlich Eigenspannungen berücksichtigt werden, werden sowohl die Amplitude als auch die eingesetzten Eigenspannungen weiter reduziert. In Tab. 4.2 werden beide Varianten gezeigt.

Aufgrund der zutreffenden Ergebnisse in [10], bei zur Eigenform affinen Imperfektionsformen mit reduzierter Amplitude und ohne Eigenspannungen, wird die Neuberechnung der Beulkurven mit dieser Art von Imperfektionen durchgeführt, um das numerische Modell zu verifizieren, welches für die Parameterstudie in den folgenden Abschnitten verwendet wird. Zusätzlich wird die Imperfektionsamplitude nach DIN EN 1993-1-5 [22] zu $b/200$ angesetzt, um die Wirkung der Amplitude auf die Traglast zu untersuchen. LINDNER & RUSCH [61] fanden ebenso heraus, dass die Randbedingungen der unbelasteten Kanten einen maßgebenden Einfluss auf die Traglast haben, während die Länge der Platte nur einen kleineren Einfluss hat, wenn die gleiche Imperfektionsamplitude angenommen wird. Die Ränder werden sich aufgrund der angrenzenden steifen Ränder konstant verformen und bleiben gerade. Ebenso untersuchte BRAUN [10] den Effekt der Randbedingungen mit dem Ergebnis, dass die gerade bleibende Ränder einen großen Einfluss auf das Beulverhalten insbesondere bei schlanken Platten haben. Der Effekt der Randbedingungen wird auch in dem vorliegenden Bericht betrachtet. Der Effekt der Randbedingungen wird auch in der Interaktionsstudie zum Beulen betrachtet. Deshalb werden für die Neuberechnung der Beulkurven die Randbedingungen BC-A, BC-B und BC-C verwendet, siehe Abb. 4.10.

In Abb. 4.12 werden die berechneten Reduktionsfaktoren für das numerische Modell mit BC-A im Vergleich mit der Winter Kurve gezeigt. Im Allgemeinen ist zu sehen, dass die Winter Kurve ausreichend gut mit beiden Imperfektionsamplituden berechnet wurde, obwohl die numerischen Ergebnisse der Winterkurve im mittleren bis zum hohen Schlankheitsbereich $b/420$ etwas näher sind und für gedrungene Platten $b/200$ zu ähnlichen Ergebnisse führen. Wie erwartet verschwindet der Einfluss der Imperfektionen für hohe Schlankheiten. Bei der Parameterstudie werden beide Amplituden für das numerische Modell angewendet. Die angenommene Randbedingung ist auf der einen Seite konservativ für innere Einzelfelder, bei

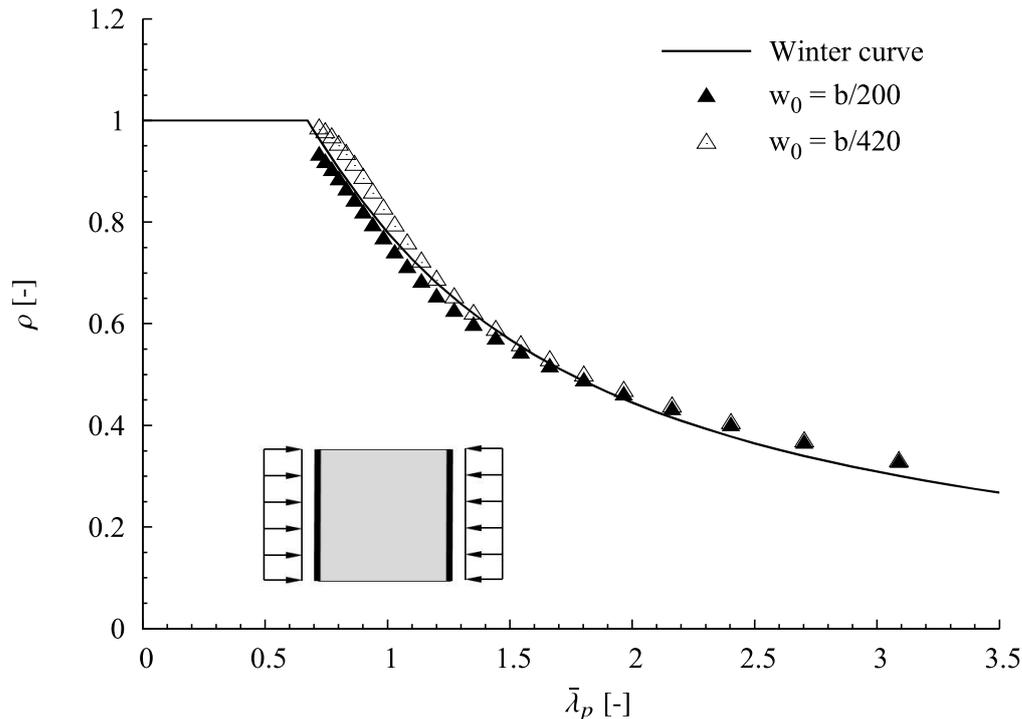


Abbildung 4.12: Vergleich der Simulationen mit der Winterkurve (BC-A, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

welchen alle Ränder gerade bleiben, vorausgesetzt das benachbarte Beulfeld ist steif genug. Auf der anderen Seite ist diese eventuell unsicher für Beulfelder, die mit einer Querspannung belastet werden, wobei die Ränder nicht gerade bleiben. Deshalb wird der Fall des reinen Drucks auch für die Randbedingungen BC-B und BC-C untersucht.

In Abb. 4.13 werden die Ergebnisse analog für die Randbedingung BC-B gezeigt. Die numerischen Ergebnisse für gedrungene Beulfelder liegen nahe an der Winter Kurve und für schlanke Beulfelder deutlich darüber. Dieses Verhalten ergibt sich aus den erhöhten Zugspannungen senkrecht zu den aufgebracht Lasten. Dieser Effekt tritt eher bei hohen Schlankheiten auf, da aufgrund von Beulen die Kanten in der Mitte dazu neigen sich nach innen zu bewegen, obwohl sie gezwungen sind gerade zu bleiben, so dass zusätzliche stabilisierende Zugspannungen auftreten. Abb. 4.14 zeigt die Ergebnisse für die Randbedingung BC-C. Die numerisch berechneten Abminderungen stimmen für die von MÜLLER [64] abgeleiteten Parameter $\alpha_p = 0,34$ und $\bar{\lambda}_p = 0,70$ mit der Abminderungskurve aus Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] überein. Die Neuberechnungen der Beulkurven werden mit einer quadratischen Platte durchgeführt, welche nach BRAUN [10] am ungünstigsten angesehen werden kann. Aus den gezeigten Ergebnissen kann festgelegt werden, dass das entwickelte numerische Modell ausreichend gut funktioniert und verifiziert und für weitere Parameterstudien verwendet werden kann.

Zusätzlich wird eine Neuberechnung der Beulkurven mit linearen Spannungsgradienten mit den Spannungsverhältnissen von $\psi = 0,5$; 0 ; $-0,5$; und $-1,0$ durchgeführt. Für die folgenden Neuberechnungen wird das Modell mit der Randbedingung BC-A verwendet, da dieses Modell gut mit der Winter Kurve korreliert. Darüber hinaus zeigt das Modell mit der Randbedingung BC-A eine sehr gute Übereinstimmung, wenn die Beulkurven für Schub Neuberechnet werden, siehe Absch. 4.4.4.3.

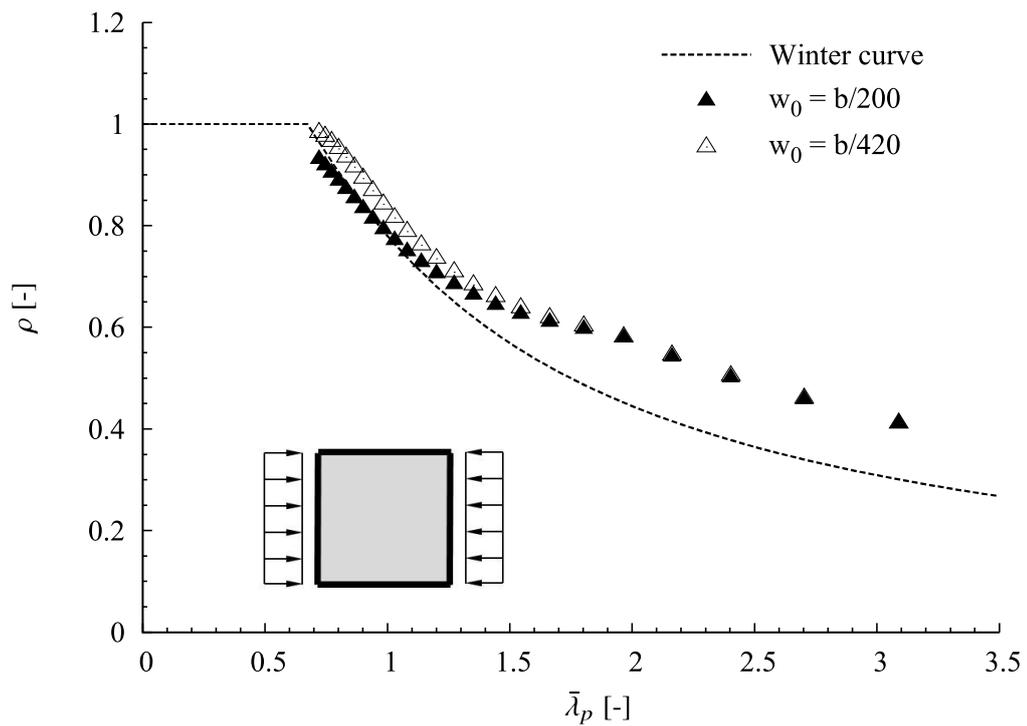


Abbildung 4.13: Vergleich der Simulationen mit der Winterkurve (BC-B, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

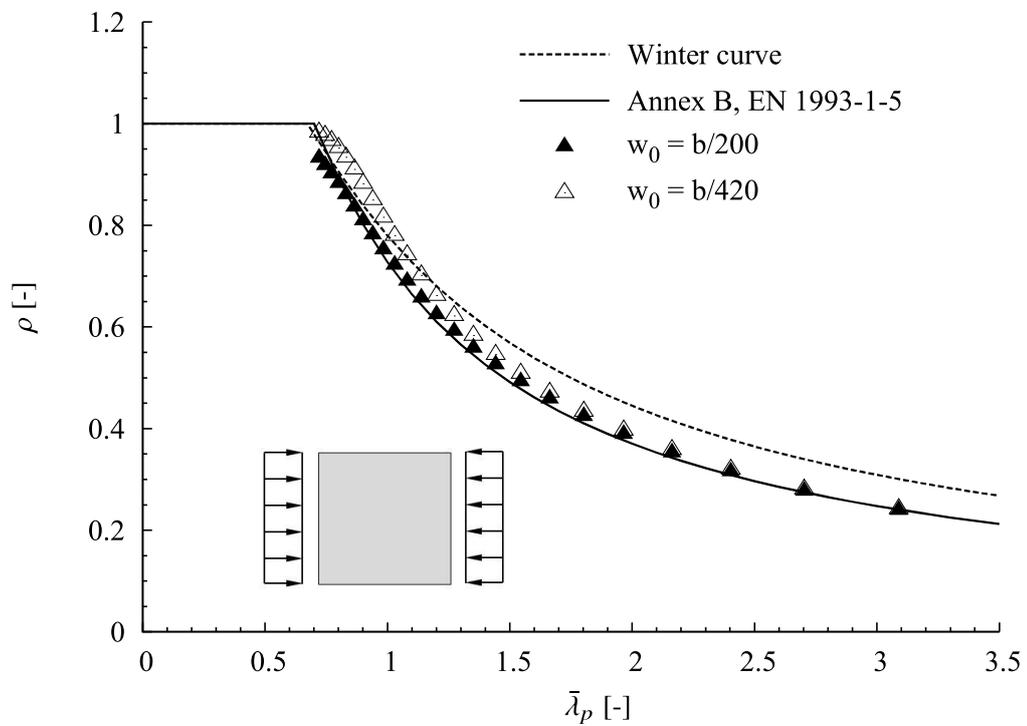


Abbildung 4.14: Vergleich der Simulationen mit der Winterkurve (BC-C, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

Abb. 4.15 zeigt die Ergebnisse aus den numerischen Simulationen der Neuberechnung der Beulkurven mit einem Spannungsverhältnis von $\psi = 0,5$. Zusätzlich zu der Abminderungskurve nach DIN EN 1993-1-5 [22] ist auch die Beulkurve nach DIN 18800-3 [18] dargestellt. Es ist zu sehen, dass die Beulkurve nach DIN EN 1993-1-5 [22] in allen Fällen einen kleineren Abminderungsfaktor ergibt als die numerischen Berechnungen, während DIN 18800-3 [18] sehr gut mit dem Ansatz von USAMI [93] ($w_0 = b/420$) übereinstimmt. Die gleiche Schlussfolgerung kann auch für den Fall von $\psi = 0$ gezogen werden, wobei DIN 18800-3 [18] wieder sehr gut zum Ansatz von USAMI [93] passt, während DIN EN 1993-1-5 [22] kleinere Abminderungsfaktoren ergibt, siehe Abb. 4.16. Für diesen Fall wurde das gleiche Verhalten bereits von KUHLMANN & BRAUN in [56] beobachtet, wobei auch der Einfluss von Eigenspannungen untersucht wurde. Es wurde gezeigt, dass die Eigenspannungen nur einen kleinen Einfluss innerhalb der gezeigten Bandbreite der Ergebnisse haben. Deshalb wird in [56] der Ansatz von USAMI [93] für die Auswertung weiterer Analysen verwendet. Auch für Spannungsgradienten mit Zugspannungen aus Biegung ($\psi = 0,5$ und $-1,0$) führen die Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] zu kleineren Abminderungsfaktoren, während DIN 18800-3 [18] mit den numerischen Berechnungen übereinstimmt, siehe Abb. 4.17 und Abb. 4.18.

Die Beulkurve nach DIN EN 1993-1-5 [22] wird von JOHANSEN ET.AL. in [43] mit Verweis auf DUBAS [27] vorgeschlagen, wobei WATANABE [95] darauf hinweist, dass der Einfluss der Imperfektionen für Biegung, im Vergleich zum reinen Druck, weniger gravierend ist. Daher wird als eine Anpassung an die Winter Kurve eine Gleichung vorgestellt und später in DIN EN 1993-1-5 [22] aufgenommen, welche den Effekt des Spannungsgradienten beinhaltet. Jedoch ist es recht erstaunlich, dass die Beulkurven der DIN 18800-3 [18] fast perfekt zu den numerischen Simulationen passen, während die Beulkurven der DIN EN 1993-1-5 [22] eher konservative Ergebnisse ergeben, wenn ein Spannungsgradient berücksichtigt wird. Insbesondere sollte man beachten, dass beide Kurven für den „Extremfall“ von reinem Druck ($\psi = 1$) die Winterkurve ergeben.

Abb. 4.19 zeigt für verschiedene Spannungsgradient ψ einen Vergleich der verschiedenen Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18]. Es lässt sich erkennen, dass beide Normen die positiven Einflüsse von Spannungsgradienten $\psi \leq 1$ berücksichtigen.

Der Effekt der Spannungsgradienten in DIN EN 1993-1-5 [22] wird bei kleineren Schlankheiten durch die Plateulänge und bei höheren Schlankheiten durch die Annäherung aller Kurven berücksichtigt. Andererseits nähern sich die Kurven nach DIN 18800-3 [18] bei höheren Schlankheiten nicht einander an. Des Weiteren gibt DIN 18800-3 [18] dieselben Beulkurven für alle Fälle mit $\psi \leq 0$ an.

4.4.4.3 Beulfelder unter Schub

Das Modell für die Berechnungen für Schub ist das gleiche, wie das Modell für Normalspannungen mit BC-A, siehe Absch. 4.4. Um jedoch den Einfluss der seitlichen Ränder auf den Widerstand zu reduzieren, wird das Seitenverhältnis des Beulfeldes auf $\alpha = 2$ erhöht. Abb. 4.20 zeigt den Einfluss des Seitenverhältnisses α auf die Schubbeanspruchbarkeit τ_{ult} . Es stellt sich heraus, dass dieser Effekt für höhere Schlankheiten stärker ausgeprägt ist als bei kleineren bis mittleren Schlankheiten, bei welchen dieser Effekt fast keinen Unterschied macht.

In Abb. 4.21 werden die Ergebnisse der numerischen Studie mit den Beulkurven infolge Schubbeanspruchungen aus Kapitel 5, DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen. In Abb. 4.22 ist die statistische Auswertung zu sehen. Die numerischen Ergebnisse passen sehr gut zur Beulkurve,



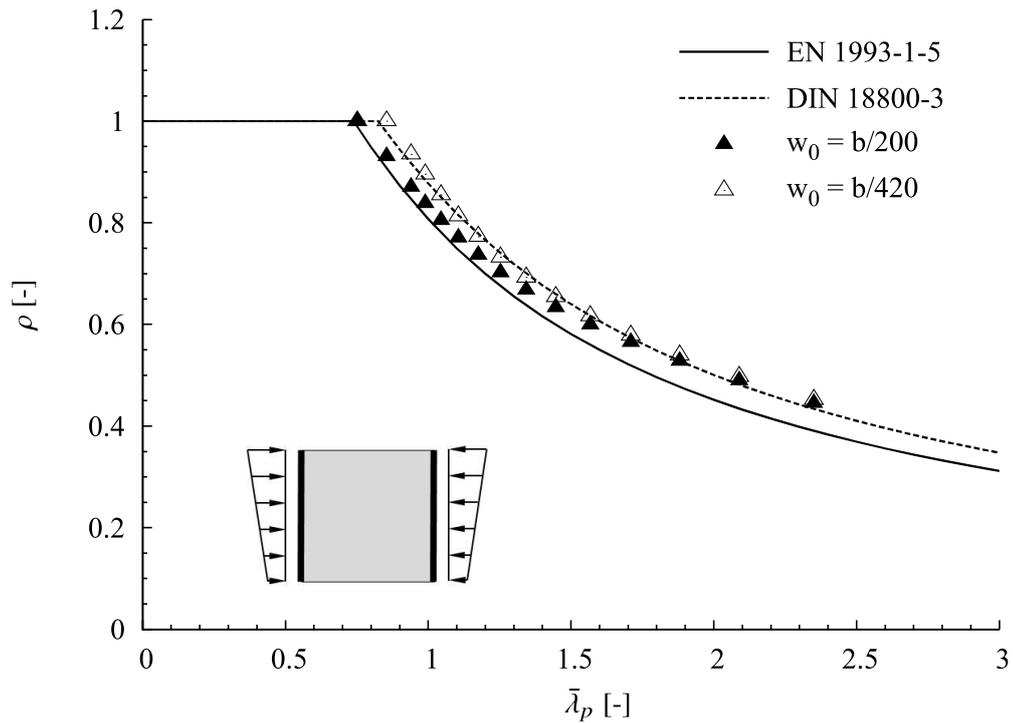


Abbildung 4.15: Vergleich der Simulationen mit den Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18] (BC-A, $\psi = 0,5$, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

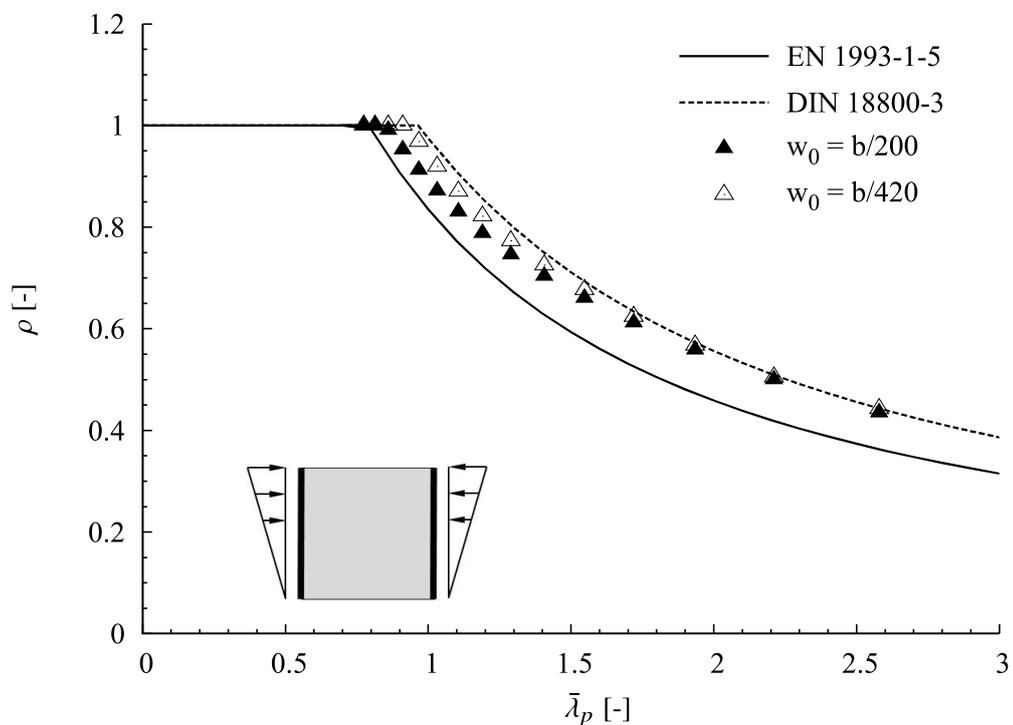


Abbildung 4.16: Vergleich der Simulationen mit den Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18] (BC-A, $\psi = 0$, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

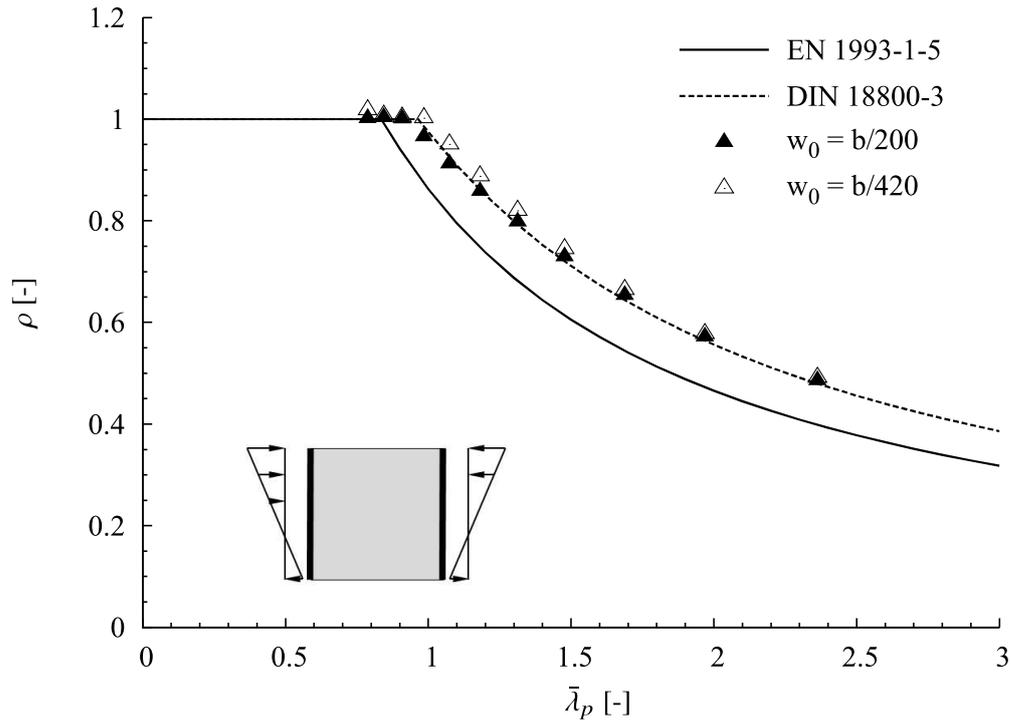


Abbildung 4.17: Vergleich der Simulationen mit den Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18] (BC-A, $\psi = -0,5$, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

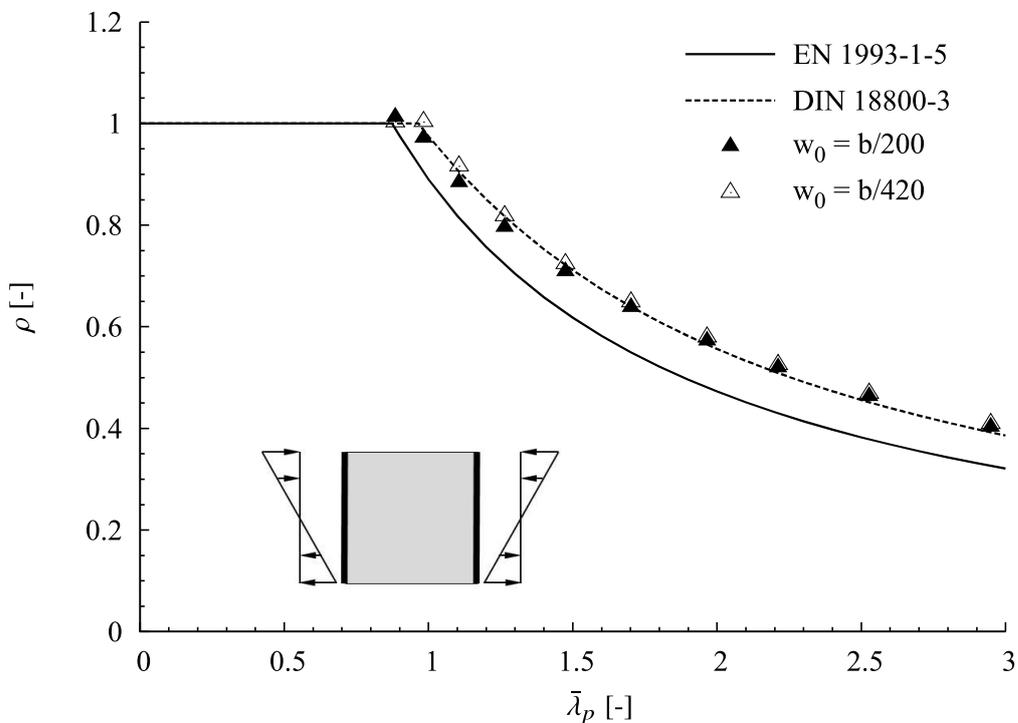


Abbildung 4.18: Vergleich der Simulationen mit den Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18] (BC-A, $\psi = -1$, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen mit gerade bleibenden, belasteten Rändern).

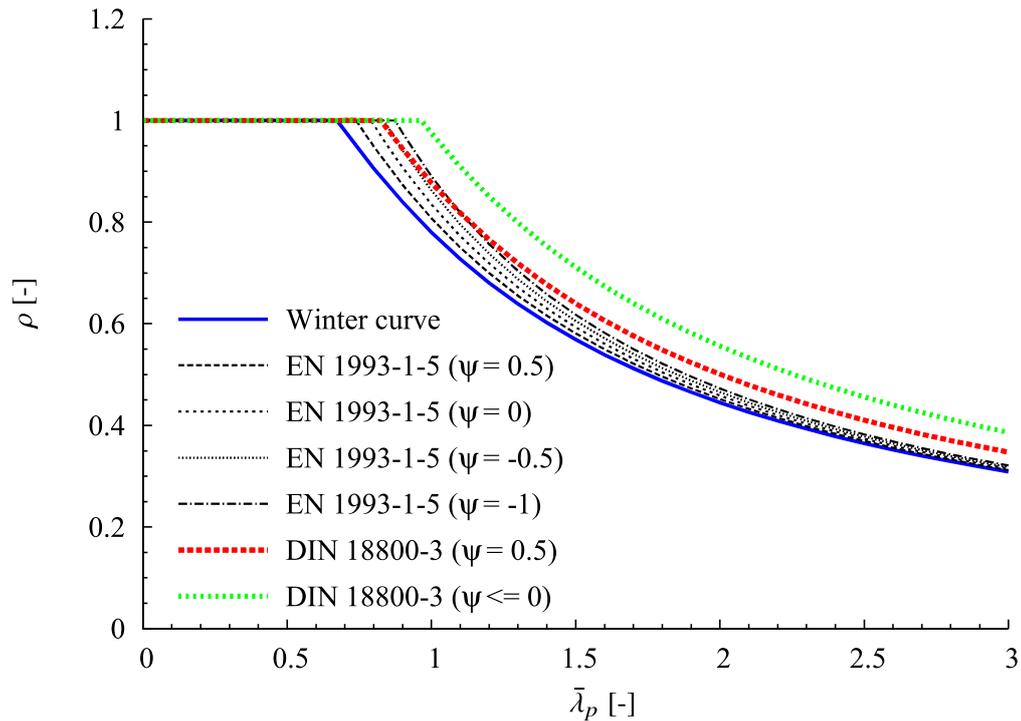


Abbildung 4.19: Beulkurve nach DIN EN 1993-1-5 [22] und DIN 18800-3 [18] für verschiedene Spannungsgradienten ψ .

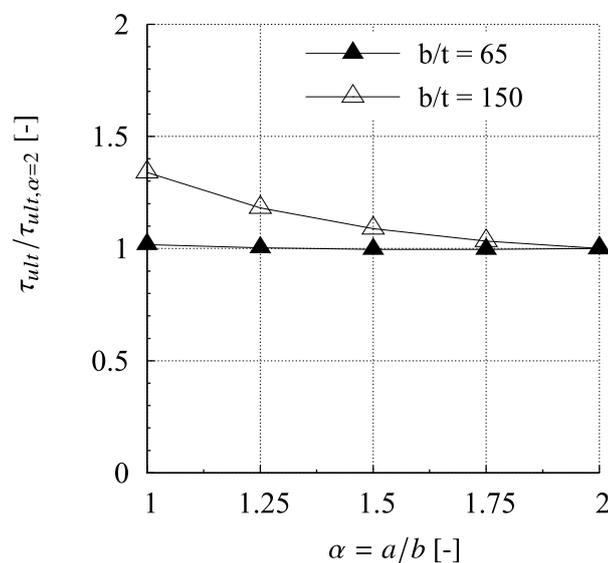


Abbildung 4.20: Einfluss des Seitenverhältnisses α auf die Schubbeanspruchbarkeit τ_{ult} .

sodass der Ansatz, welcher ebenso erfolgreich in [55] verwendet wurde auch hier als passend ist. Deshalb eignet sich das Modell für weitere Parameterstudien.

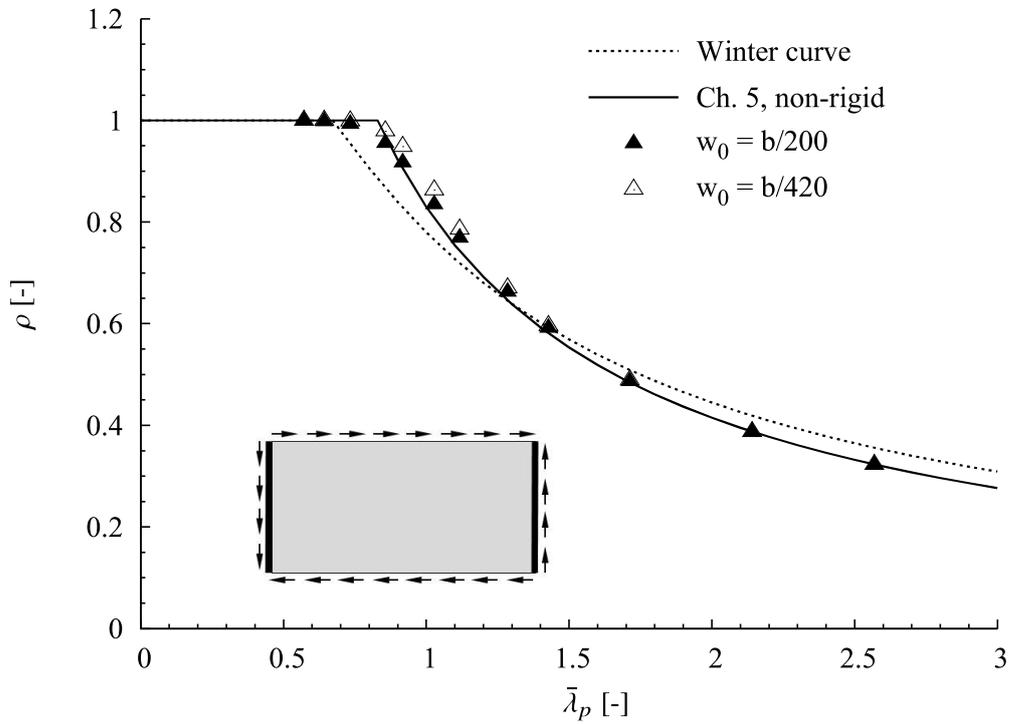


Abbildung 4.21: Vergleich der Simulationen und Beulkurven (BC-A, $\alpha = 2$).

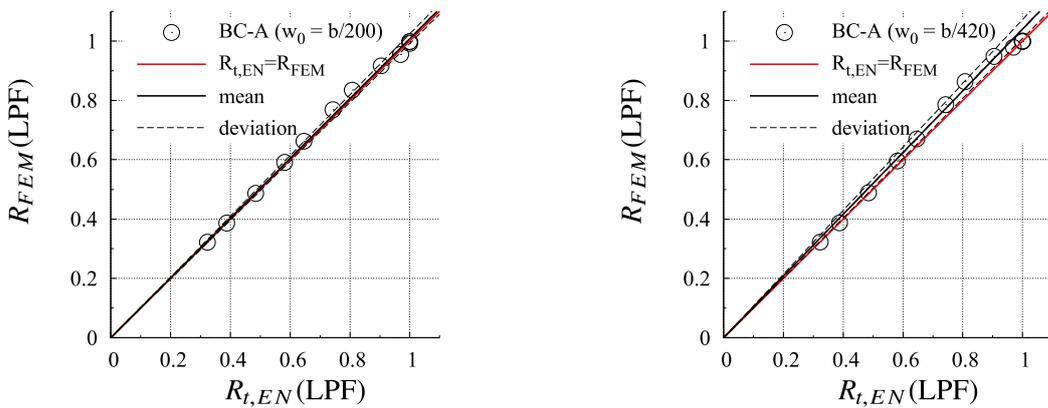


Abbildung 4.22: Statistischer Vergleich der Simulationen und Beulkurven (BC-A, $\alpha = 2$).



4.5 Numerisches Modell für ausgesteifte Beulfelder

4.5.1 Allgemeines

Für das Beulverhalten längsausgesteifter Platten unter Normalspannungen wurde ein numerisches Modell basierend auf den Ergebnissen von Absch. 4.4 entwickelt. Hierbei werden die Kanten als gelenkig modelliert und können sich frei in der Ebene verformen, sodass die Ergebnisse in einem späteren Schritt mit den Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen werden können. Dabei wird die Beulkurve aus Anhang B verwendet, da das Modell dem „BC-C Modell“ aus Absch. 4.4.2 entspricht. Die Randbedingungen des Modells entsprechen dem Bemessungsbeispiel der Finite-Elemente-Analyse aus [4]. Die Last wird auf die Platte und auf die Steifen aufgebracht. Im Rahmen dieses Berichts werden durchgehende offene Steifen untersucht.

4.5.2 Parameter

Um Beulen der Steifen durch Torsion auszuschließen, sind in Kapitel 9, DIN EN 1993-1-5 [22] Mindestanforderungen für die Steifen angegeben. Nur für offene Längssteifen muss Drillknicken von Steifen überprüft werden, siehe auch [58]. Dafür sind zwei Kriterien gegeben. Das erste wird durch das Verhältnis der St. Venant'schen Torsionskonstante (I_T) und des polaren Trägheitsmoments (I_p) überprüft, siehe Gl. (4.3), dabei werden das St. Venant'sche Torsionsträgheitsmoment (I_T) für den Steifenquerschnitt und das polare Trägheitsmoment (I_p) des Steifenquerschnitts jeweils getrennt berechnet.

$$\frac{I_T}{I_p} \geq 5.3 \frac{f_y}{E} \quad (4.3)$$

Wenn die Wölbfestigkeit berücksichtigt wird, sollten Steifen entweder das obere Kriterium oder das Kriterium nach Gl. (4.4) erfüllen.

$$\sigma_{cr} \geq \theta f_y \quad (4.4)$$

Hier ist σ_{cr} die elastische kritische Spannung für Drillknicken ohne Berücksichtigung der Einspanneffekten durch das Blech und θ ist ein Beiwert zur Sicherstellung elastischen Verhaltens entsprechend der Querschnittsklasse 3. DIN EN 1993-1-5 [22] empfiehlt $\theta = 6$ zu wählen. Diese Kriterien werden für Trapez- oder geschlossene Querschnitte nicht benötigt. Nach JOHANSEN ET. AL [43] und BEG ET. AL [4] kann für eine Flachsteife mit den Abmessungen b_{st} für die Höhe und t_{st} für die Dicke das Kriterium aus Gl. (4.4) zu Gl. (4.5) vereinfacht werden.

$$\frac{b_{st}}{t_{st}} \leq \sqrt{\frac{E}{5.3 f_y}} = 10.6 \quad \text{für S355} \quad (4.5)$$

Die numerischen Untersuchungen werden für eine Stahlgüte S355 durchgeführt, sodass sich das Kriterium aus Gl. (4.5) $\frac{b_{st}}{t_{st}} \leq 10.6$ ergibt. Deshalb ist das Höhe zu Dicke Verhältnis für alle offenen Steifen $\frac{b_{st}}{t_{st}} = 10$ festgelegt. Der Nachweis der Steifen selbst erfolgt indirekt

Tabelle 4.3: Parameter die für die Validierung des numerischen Modells für ausgesteifte Platte.

Seitenverhältnis des Feldes α	Steifigkeit der Steife γ	Schlankheit b/t	Anzahl der Steifen N
1; 1,5; 2	7; 25; 65	65; 80; 90; 100 115; 130; 150	1; 2; 4

durch den globalen Beulnachweis des Gesamtsystem durch Bestimmung der Beulwerte unter Berücksichtigung des Ausbeulens der Steifen und Platte zusammen, siehe [58].

Um den Einfluss der Steifigkeit der Steifen auf die Platten zu untersuchen, werden drei Ebenen untersucht. In BEG Et. AL [4] ist eine Klassifizierung für die Aussteifung gegeben, in welcher $\gamma = 5$ oder 10 eine leichte Aussteifung und $30 \leq \gamma \leq 100$ eine normale Aussteifung der Platte bedeutet. Für die folgenden Untersuchungen an ausgesteiften Platten sind $\gamma = 7, 25$ und 65 an den Steifen angesetzt, um die leicht und normal ausgesteiften Platten sowie den Übergangsbereich abzudecken.

Um zusätzlich die Interaktion von knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten miteinzubeziehen, werden drei Länge zu Breite Verhältnisse $\alpha = a/b$ untersucht. Das Seitenverhältnis α des Beulfeldes, wie auch die Steifigkeit γ der Aussteifung haben einen entscheidenden Einfluss auf das Beulverhalten. Mit zunehmendem Seitenverhältnis des Beulfeldes ist ein plattenartiges Beulverhalten zu sehen, während eine erhöhte Steifigkeit zu knickstabähnlichem Verhalten führt. Deshalb werden zusätzlich zu den verschiedenen Steifigkeiten der Steifen die Seitenverhältnisse der Beulfelder $\alpha = 1; 1,5$ und 2 variiert.

In Abb. 4.23 ist der Effekt des Seitenverhältnisses des Beulfeldes und der Steifigkeit der Steifen auf den Interaktionsparameter ξ für knickstabähnliches und plattenartiges Verhalten für die untersuchten Fälle von ein bis vier Steifen ($N = 1; 2$ und 4) dargestellt.

Die Interpolationsformel (Gl. (2.23)) für die Bestimmung des Verhaltens des Beulfeldes wurde für die untersuchten Parameter ausgewertet und es wurde festgestellt, dass diese Formel das tatsächliche Verhalten des Beulfeldes nicht wiedergeben kann. Nach Gl. (2.23) bzw. DIN EN 1993-1-5 [22] wird fast knickstabähnliches Verhalten ($\xi = 0$) für $\alpha = 1$ gefunden, mit Ausnahme der schwachen Aussteifungen, wo eine kleine Interaktion mit plattenartigem Knicken auftritt. Die Beulfelder mit $\alpha = 1,5$ haben für alle Steifen ein gemischtes Verhalten, wobei die schwachen Steifen mehr durch plattenartiges Verhalten beeinflusst werden, während die stärkeren Steifen mehr durch knickstabähnliches Verhalten beeinflusst werden. Die längeren Platten mit $\alpha = 3$ zeigen hauptsächlich plattenartiges Verhalten für die schwachen Steifen und ein gemischtes Verhalten für die stärkeren Steifen. Wie schon erwähnt, werden diese Basisparameter ausgewählt, um bei der Parameterstudie das Beulverhalten mehrachsiger beanspruchter Platten zu untersuchen.

Die Parameter, die für die Validierung des numerischen Modells verwendet werden sind in Tab. 4.3 zusammengefasst und resultieren in 270 möglichen Kombinationen. Natürlich ist die Gesamtzahl der numerischen Rechnungen deutlich größer, da die Imperfektionen und Imperfektionskombinationen berücksichtigt werden müssen, siehe Absch. 4.5.3.



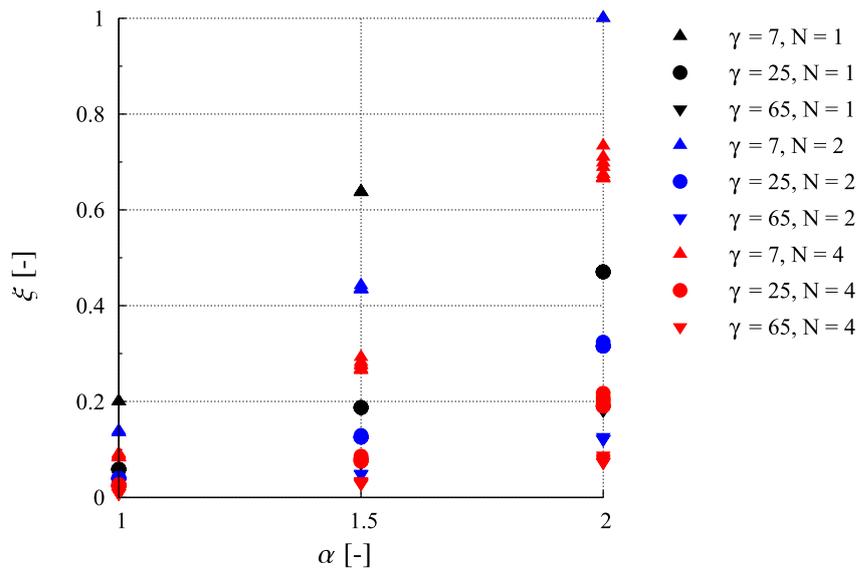


Abbildung 4.23: Effekt des Seitenverhältnisses α und der Steifigkeit der Steife (γ) τ_{ult} auf den Interaktionsparameter ξ .

4.5.3 Imperfektionen

Im Rahmen eines DFG Forschungsprojektes [54] für ausgesteifte Beulfelder wurde eine erweiterte Methode für die direkte Bestimmung der ungünstigsten Imperfektionsformen mittels der Randbedingungen präsentiert, wobei eine exakte Sensitivitätsanalyse nach [48], [49], [51] und [52] durchgeführt wird. Obwohl das Verfahren gut bei den untersuchten Beispielen funktioniert, ist es aber sehr komplex und nicht für eine größere Parameterstudie anzuwenden, sodass für weitere Untersuchungen die initialen Imperfektionen zu äquivalenten geometrischen Imperfektionen nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] angenommen werden, siehe Tab. 4.4.

Tabelle 4.4: Äquivalente geometrische Imperfektionen nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22].

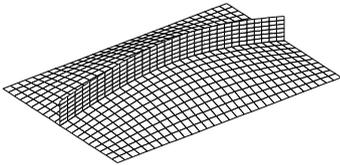
Type	Bauteil	Form	Amplitude
global	Längssteife der Länge a	Bogen	$\min(a/400, b/400)$
lokal	Teilfeld oder Einzelfeld mit kurzer Länge a oder b	Beulform	$\min(a/200, b/200)$
lokal	Verdrehung von Steifen und Flanschen	Bogen	1/50

Wie schon von POUROSTAD in [67] gezeigt, ist der Einfluss der Eigenspannungen bei ausgesteiften Beulfeldern unter reinem Druck im Vergleich zu dem Einfluss der geometrischen Imperfektionen klein, sodass die Anwendung von äquivalenten geometrischen Imperfektionen für die Auswertung des Beulverhaltens und weitere Parameterstudien ausreichend sind.

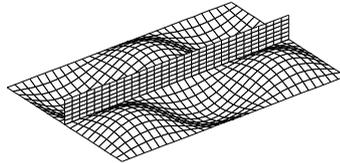
Die Imperfektionsansätze für einfach ausgesteifte Beulfelder mit einer offenen Steife werden in Abb. 4.24 beispielhaft gezeigt und in einem späteren Schritt nach Abschnitt C.5(5), DIN EN 1993-1-5 [22] kombiniert, um die numerischen Simulationen durchzuführen. Dafür wird eine maßgebende Imperfektion ausgewählt und die begleitenden Imperfektionen zu 70% abgemindert.

dert. Auch wenn in der Literatur, wie zum Beispiel in [4] gezeigt wird, dass normalerweise die globale Imperfektion als Maßgebende die geringste Traglast ergibt, werden im Rahmen dieses Berichts alle mögliche Kombinationen in Betracht gezogen.

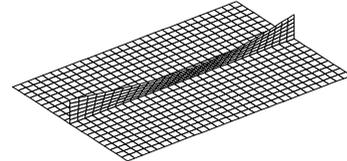
a) Globale Imperfektion
des Gesamtfeldes



b) Lokale Imperfektion
des Einzelfeldes



c) Imperfektion der
Längssteife



d) Kombinierte Imperfektionen und
Belastungen

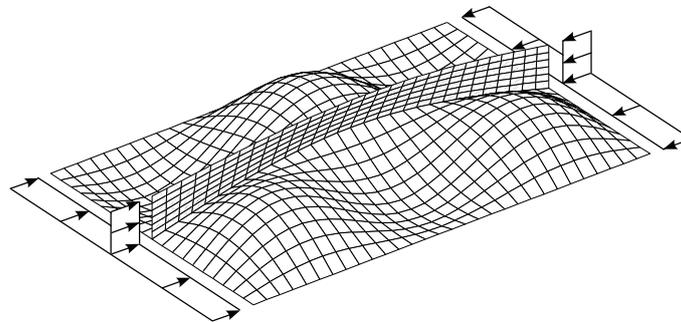


Abbildung 4.24: Angesetzte Imperfektionen und Beanspruchungen einer ausgesteiften Platte.

Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] illustriert die globale Imperfektionsform für ausgesteifte Beulfelder nach Abb. 4.25. Bei einer globalen Imperfektionsform eines ausgesteiften Beulfeldes mit mehr als einer Längssteife ist es nicht klar, wo die Größe der Amplitude der Imperfektion angenommen werden muss.

Abb. 4.26 zeigt drei verschiedene mögliche Interpretationen der Tab. 4.4 am Beispiel einer mit vier Längssteifen ausgesteiften Platte. In der Interpretation 1 wird die maximale Amplitude in der Mitte des Beulfeldes aufgebracht. Diesen Ansatz findet man am häufigsten in der Literatur, wie zum Beispiel in [4] und [85]. Trotzdem führt dies vielleicht zu sehr kleinen Imperfektionen für Steifen nahe der Kante. Aus diesem Grund wird in Interpretation 2 die maximale Amplitude der globalen Imperfektion für die Steife nahe der Kante definiert, was wiederum zu erhöhten Amplituden in der Mitte des Beulfeldes führt.

In jedem Fall werden die Imperfektionen so angesetzt, dass zur perfekten Geometrie eine Sinusfunktion addiert wird. Im Fall der Interpretation 1 wird die maximale Amplitude der Imperfektion wie in DIN EN 1993-1-5 [22] definiert, während für die Interpretation 2 die maximale Amplitude, wie oben erwähnt, nach Gl. (4.6) höher wird.

$$w_{0,max} = \frac{w_{0,EN1993-1-5}}{\sin\left(\frac{\pi \cdot b_{loc}}{b}\right)} \quad (4.6)$$

Hier ist b_{loc} der Abstand zwischen den Steifen, wobei die Steifen gleichmäßig über die Breite



des Beulfeldes verteilt sind. Tab. 4.5 zeigt einen Vergleich zwischen der maximalen Amplitude der Interpretation 1 und 2 für gleich weit entfernte Steifen. Während für nur eine Steife beide Ansätze auf die gleiche Amplitude kommen, ändert sich dies mit einer erhöhten Anzahl an Steifen, was zu einem Unterschied der Maxima der Amplituden von bis zu 70% führt. Im dritten Ansatz, bezeichnet als Interpretation 3, wird die maximale Amplitude wie in Interpretation 2 definiert. Die Amplitude wird als konstant zwischen den Längssteifen angenommen. Dieser Ansatz führt zu einer realistischeren Imperfektionsform, welche auch der Versagensform ähnelt, wobei das äußerste Beulfeld in der Regel versagt und die Steifen sich fast parallel zueinander verschieben. Interpretation 3 wird deshalb für die folgenden Untersuchungen verwendet.

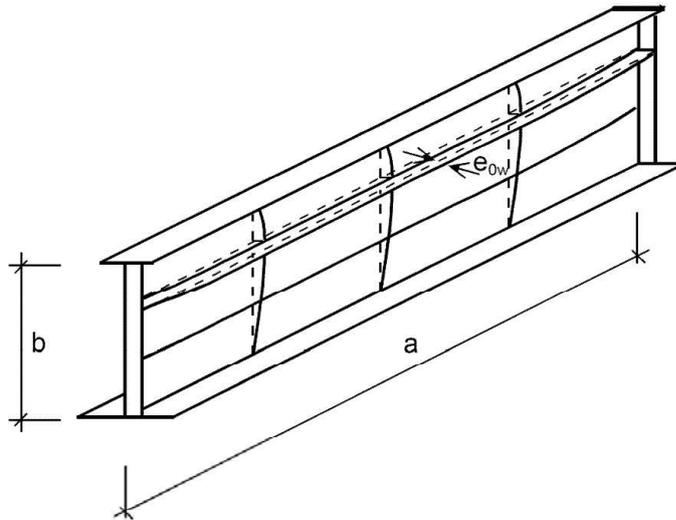
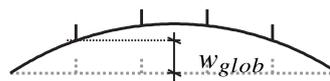


Abbildung 4.25: Globale Imperfektionsform nach Anhang C, [22]

a) Interpretation 1



b) Interpretation 2



c) Interpretation 3

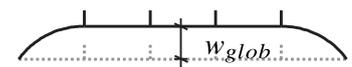


Abbildung 4.26: Mögliche Imperfektionsformen für eine ausgesteifte Platte.

Tabelle 4.5: Vergleich der maximalen Amplituden nach Interpretation 1 und 2.

Anzahl der Steifen	b_{loc}	$w_{0,max}^{int.2}$	$\frac{w_{0,max}^{int.2}}{w_{0,max}^{int.1}} \cdot 100\%$
1	$b/2$	$b/400$	100%
2	$b/3$	$b/346$	115%
4	$b/5$	$b/235$	170%

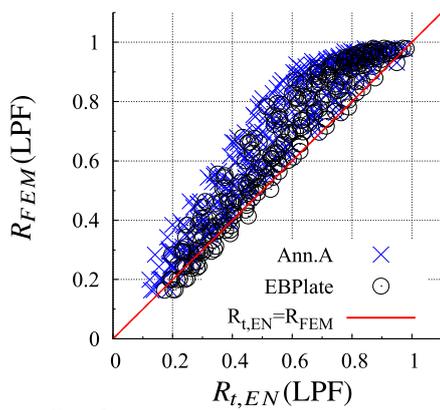
4.5.4 Verifizierung

Abb. 4.27 zeigt die numerischen Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder mit einer, zwei oder vier einseitigen Flachsteifen im Vergleich zu den Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22]. Mit Hilfe von EBPlate [14] wird die kritische Beulspannung bestimmt. Die dargestellten numerischen Ergebnisse sind bereits die minimalen Traglasten für alle betrachteten Imperfektionskombinationen nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22]. Allgemein lässt sich feststellen, dass die Bemessungsregeln und die numerischen Ergebnisse ziemlich genau übereinstimmen und fast alle auf der sicheren Seite liegen. Natürlich kann aufgrund verschiedener Einflüsse und der Komplexität des Tragverhaltens keine perfekte Übereinstimmung gefunden werden, wie es bei den Beulkurven für unausgesteifte Beulfelder der Fall war. Das entwickelte Modell ist für weitere Parameterstudien geeignet. Außerdem wird für die Berechnung der Traglasten die kritische Beulspannungen nach Anhang A, DIN EN 1993-1-5 [22] und nach EBPlate [14] verwendet. Es lässt feststellen, dass sich bei der Berechnung der kritischen Beulspannungen nach Anhang A, DIN EN 1993-1-5 [22] im Vergleich zu den Ergebnissen mit EBPlate [14] etwas konservativere Werte ergeben. In Abb. 4.27 b) - d) werden die Ergebnisse getrennt für Beulfelder mit einer, zwei oder vier Steifen aufgeführt. Während für Beulfelder mit einer Steife die numerischen Ergebnisse sehr gut mit den vorgeschriebenen Regeln übereinstimmen, streuen die Ergebnisse für Platten mit mehr als einer Steife eher in Richtung der konservativen Seite. Ähnliche Schlussfolgerungen können ebenso in [5] und dem Background Document des Work Package 1.1 des COMBRI-Projektes [57] gefunden werden.

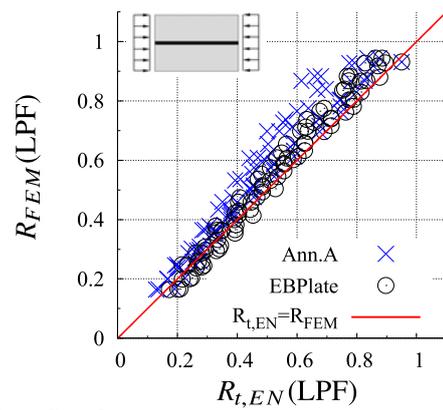
Einige unsichere Ergebnisse für ein Beulfeld mit einer Längssteife sind in Abb. 4.27 und Abb. 4.28 zu sehen. Eine weitere Untergliederung der Ergebnisse in verschiedene Seitenverhältnisse α der Beulfelder in Abb. 4.27 b) - d) zeigt eine sehr enge Verteilung für $\alpha = 1$, während für längere Beulfelder die Streuung etwas höher ist. Einige unsichere Ergebnisse ergeben sich nur für die Fälle von schwachen Steifen $\gamma = 7$ und hohen b/t -Verhältnissen. Die Ergebnisse für den Steifen mit $\gamma = 25$ und 65 sind im Vergleich zur Bemessungsregeln nach Abschnitt 10, DIN EN 1993-1-5 [22] immer auf der sicheren Seite.



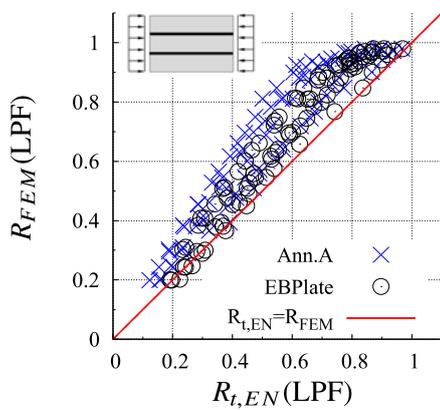
a) Alle Ergebnisse



b) Eine Steife



c) Zwei Steifen



d) Vier Steifen

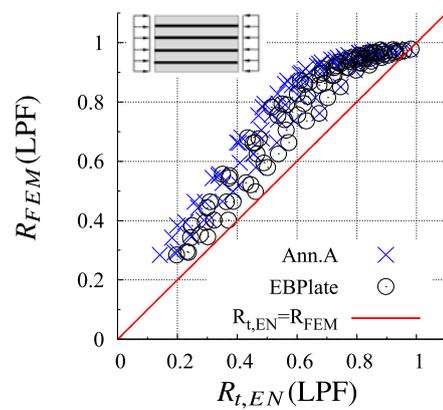


Abbildung 4.27: Vergleich der numerischen Ergebnisse und Bemessung nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Platten mit einer, zwei oder vier Flachsteifen.

a) Alle Ergebnisse

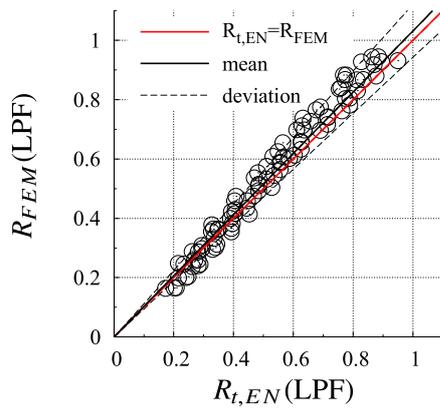
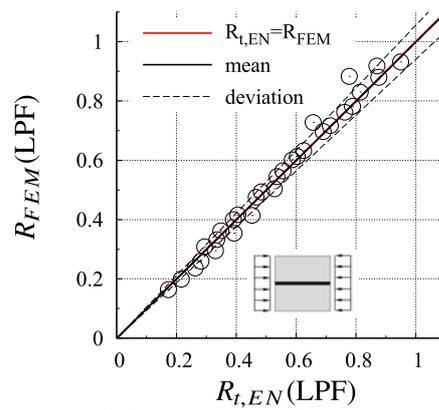
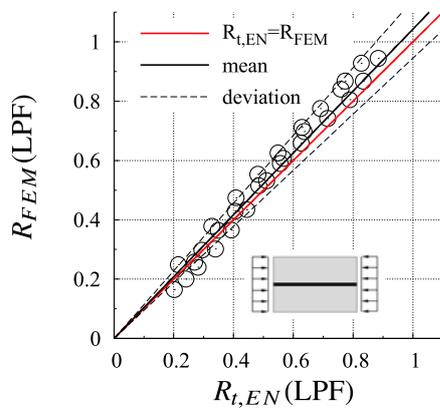
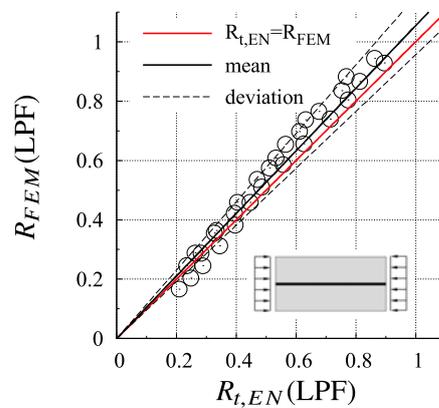
b) $\alpha_{global} = 1,0; \alpha_{lokal} = 2,0$ c) $\alpha_{global} = 1,5; \alpha_{lokal} = 3,0$ d) $\alpha_{global} = 2,0; \alpha_{lokal} = 4,0$ 

Abbildung 4.28: Vergleich der numerischen Ergebnisse und Bemessung nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Platten mit einer Flachsteife.



4.6 Zusammenfassung

Um einen großen Parameterbereich für die Analyse des Beulverhaltens mehrachsig beanspruchter Platten untersuchen zu können, wird in diesem Bericht die Finite Elemente Methode zur Hilfe genommen. Nachdem ein Überblick zur Methode und die Annahmen gemäß Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] präsentiert wurden, werden Nachrechnungen zu den Versuchen aus Absch. 3 durchgeführt, welche eine angemessene Übereinstimmung zwischen den Versuchen und den numerischen Untersuchungen zeigen. Deshalb ist festzustellen, dass das angewendete Verfahren und das Modell verifiziert sind und diese für weitere numerische Untersuchungen verwendet werden können. Um die Parameterstudie realisieren zu können, werden jedoch im folgenden Abschnitt vereinfachte Modelle entwickelt, die mehrere verschiedene Randbedingungen berücksichtigen. Die Modelle werden anhand der Neuberechnung der Beulkurven nach dem Ansatz von USAMI [93], welcher von LINDNER & RUSCH [61] empfohlen und auch von BRAUN [10] angenommen wird, validiert. Während die numerischen Simulationen die Winter Kurve für reinen Druck $\psi = 1$ fast perfekt darstellen, ergeben die numerischen Simulationen für den Fall eines Spannungsgradienten $\psi < 1$ die Beulkurven aus DIN 18800-3 [18]. In diesem Fall zeigen die Kurven aus DIN EN 1993-1-5 [22] eher konservative Ergebnisse. Diese Ergebnisse sind ziemlich interessant, da beide Ansätze für den Extremfall von reinem Druck in die Winter Kurve übergehen.

Um das Beulverhalten von längs ausgesteiften Beulfeldern zu untersuchen, wird ein numerisches Modell entwickelt, welches auf den Ergebnissen aus den numerischen Untersuchungen an unausgesteiften Beulfeldern basiert. Als Längssteifen werden Flachsteifen mit offenen Querschnitten angenommen und die Abmessungen werden dabei so gewählt, dass Torsionsbeulen der Steifen ausgeschlossen werden kann. Um einen großen Parameterbereich abzudecken, werden für die Beulfelder drei verschiedene bezogene Steifigkeiten, sowie verschiedene Seitenverhältnisse und eine unterschiedliche Anzahl der Steifen verwendet. Um die Modelle bewerten zu können, werden die Ergebnisse der numerischen Simulationen mit den Bemessungsregeln für reinen Druck aus DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen. Obwohl die Streuung der Ergebnisse größer als bei unausgesteiften Beulfeldern ist und auch schon beim COMBRI-Projekt [57] beobachtet wurde, ergibt das Modell auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse, sodass das Modell für weitere Untersuchungen an ausgesteiften Beulfeldern mit zweiachsiger Druckbelastung als geeignet eingestuft werden kann.

5 Parameterstudie mehraxial beanspruchter Beulfelder

5.1 Allgemein

Um eine ausreichende Datenbasis für eine Bewertung oder Verbesserung der aktuellen Bemessungsregeln in DIN EN 1993-1-5 [22] zu erhalten, wird eine große Anzahl an Simulationen im Rahmen der folgenden Parameterstudie durchgeführt. Die Untersuchung von unausgesteiften Beulfeldern ist in zwei Teile unterteilt. Im ersten Teil wird der Einfluss von Zugspannungen auf das Beulverhalten für Beulfelder unter Normalspannungen untersucht und im zweiten Teil wird der Einfluss von Zug- und Druckspannungen auf den Schubbeulnachweis unter Berücksichtigung der Spannungsgradienten untersucht. Die Simulationen werden für den gesamten Bereich der Interaktionen und für die verschiedenen Randbedingungen und unterschiedliche Imperfektionsformen durchgeführt, um ihre Einflüsse auf das Beulverhalten zu erkennen. Absch. 5.4 und Absch. 5.6 fokussieren sich auf unausgesteifte Platten. Ausgesteifte Platten werden in einem weiteren Schritt in Absch. 5.7 behandelt.

Alle betrachteten Lastkombinationen, Variationen von Randbedingungen und Imperfektionsformen wurden für verschiedene Breite zu Dicke Verhältnisse b/t , wie auch für verschiedene Länge zu Breite Verhältnisse α betrachtet. Das Material, welches in der Parameterstudie verwendet wurde, hat eine Streckgrenze von $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$. Zudem wurde keine Verfestigung berücksichtigt. So wurden die Kenngrößen nach DIN EN 1993-1-5 [22] angewendet, siehe Absch. 4.

5.2 Imperfektionen

Wie schon in Absch. 4.2.1 beschrieben wird, können die Imperfektionen im Allgemeinen in realistische, ungünstigste und anregende Imperfektionen aufgeteilt werden. Da die Imperfektionsform einen entscheidenden Einfluss auf das Beulverhalten hat, wie auch schon von [25] oder UEDA ET AL. [90] gezeigt wurde, wird dieses Problem besonders intensiv betrachtet. Das Ziel der Parameterstudie ist es vorzugsweise realistische aber auch auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse zu erhalten. Dies kann nur erreicht werden, wenn Imperfektionsformen angewendet werden, die voraussichtlich in realen Tragwerken vorkommen und nicht bei der Anwendung hochfrequenter Imperfektionsformen, welche zum Beispiel aus einer linearen Beulanalyse (LBA) resultieren. JÖNSSON & BONDUM [45] zum Beispiel, benutzten in ihrer Analyse Imperfektionsformen mit bis zu zehn Halbwellen bei einem Länge zu Breite Verhältnis von $\alpha = 4$. Diese Annahme führte zu konservativen Ergebnissen, welche in einem weiteren Schritt verwendet wurden, um Reduktionskurven zu bestimmen. Wahre Imperfektionsmessungen wurden von FISCHER ET AL. [34] an ausgesteiften und unausgesteiften schlanken Stahlbrückenplatten mit Länge zu Breite Verhältnissen von $0,86 \leq \alpha = a/b \leq 7,08$ durch-



geführt. Die Ergebnisse zeigen, dass sich die gemessenen Imperfektionen für Verhältnisse von $\alpha > \sqrt{2}$ von der ersten Eigenform unterscheiden, sodass für $\alpha = 3$ der drei-halbwellen Mode praktisch nie beobachtet wird. Die gemessenen Imperfektionsformen aus [34] werden in Abb. 5.1 gegen α aufgetragen. Es lässt sich beobachten, dass für kurze Platten ein- und zweihalbwellige Imperfektionsformen gefunden werden, während für längere Platten zusätzlich „Tropf“-Formen (T) und dreihalbwellige Imperfektionsformen (D) gefunden wurden. Es ist zu erwähnen, dass die beobachtete dreihalbwellige Imperfektion eine Mischung aus einer ein- und dreihalbwelligen Imperfektion ist und deshalb ein numerischer Ansatz mit einer reinen dreihalbwelligen Imperfektion auf der sicheren Seite liegt.

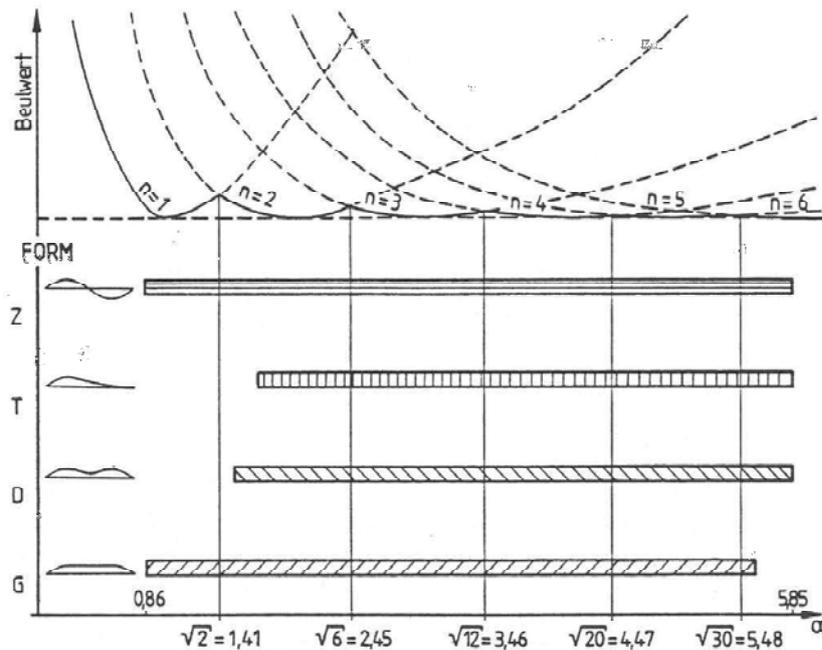


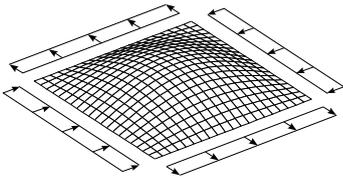
Abbildung 5.1: Gemessene Imperfektionsformen gegen $\alpha = a/b$ [34].

BRAUN [10] führte Untersuchungen an schlanken Platten im Bereich des biaxialen Druckes für $\alpha = 1$ und 3 durch, wobei dreihalbwellige Eigenformen angesetzt wurden, um eine untere Grenze der Traglasten zu erreichen. Für weitere Studien in diesem Bericht wird ein ähnlicher Ansatz ausgewählt, da in den Versuchen in Absch. 3 und auch in den numerischen Untersuchungen in Absch. 4.3 ein ebener Übergang der Beulmoden für die Versagensfälle beobachtet wurde.

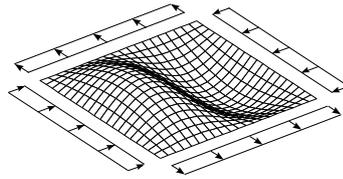
Bei den Druck-Zug Untersuchungen für quadratische Platten, wie auch für lange Platten wurden die Imperfektionen als Sinus-Funktion mit ein bis drei Halbwellen angesetzt, siehe Abb. 5.2. Der dreihalbwellige Modus stellt in diesem Fall keine realistische Imperfektion dar, wird aber benutzt, um eine untere Grenze der Tragfähigkeit aus vorher genannten Gründen zu bestimmen. Die Zug-Schub, wie auch Druck-Schub Untersuchungen wurden an Beulfeldern mit einem Länge zu Breite Verhältnis von $\alpha = 2$ unter Berücksichtigung von ein- bis zweihalbwelligen Imperfektionsformen durchgeführt. Innerhalb der Parameterstudie werden beide Imperfektionsamplituden $b/200$ und 420 verwendet, um die Empfindlichkeit bezüglich des Beulverhaltens zu beobachten.

BRAUN [10] zeigte, dass Eigenspannungen die Qualität der Neuberechnung der Beulkurven nicht wesentlich erhöhen. Aus diesem Grund werden in der Parameterstudie dieses Berichts

a) Einhalbwellig



b) Zweihalbwellig



c) Dreihalbwellig

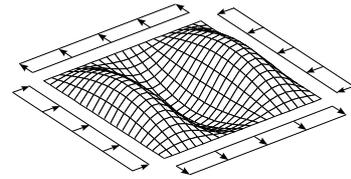


Abbildung 5.2: Imperfektionen für die Parametertudie für Beulfelder unter Normalspannung für $\alpha = 1$.

auch geometrische Imperfektionen als völlig ausreichend angesehen.

5.3 Belastung

Das Spannungsverhältnis in beide Richtungen (σ_z/σ_x) wird durch den Interaktionswinkel nach Gl. (2.5) definiert und angepasst. Um den Interaktionsbereich genau zu untersuchen, werden die einzelnen Winkelschritte $\Delta\Theta$ zu 5° angesetzt. Die aufgebrachte Spannung wird mit einer Transformation des von Mises Kriteriums nach Gl. (5.1) berechnet, wobei die entsprechende Spannung σ_v mit der Streckgrenze f_y gleichzusetzen ist.

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \cdot \sigma_z + 3 \cdot \tau^2} \stackrel{!}{=} f_y \\ \Rightarrow \sigma_x^2 + \beta^2 \cdot \sigma_x^2 - \beta \cdot \sigma_x^2 &= f_y^2 \\ \Rightarrow \sigma_x &= \frac{f_y}{\sqrt{\beta^2 - \beta + 1}}\end{aligned}\quad (5.1)$$

mit: $\sigma_z = \beta \cdot \sigma_x$ (siehe Gl. (2.5))

Für die Untersuchungen zur Interaktion von Normalspannungen und Schub wird analog vorgefahren, indem der Interaktionsparameter $\beta_\tau = \tau/\sigma_x$ und der Interaktionswinkel θ_τ verwendet werden, siehe Gl. (5.2). Der Interaktionswinkel wird auch in kleinen Schritten von $\Delta\Theta_\tau = 5^\circ$ variiert, um den Interaktionsbereich abzudecken.

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \cdot \sigma_z + 3 \cdot \tau^2} \stackrel{!}{=} f_y \\ \Rightarrow \sigma_x^2 + 3 \cdot \beta_\tau^2 \cdot \sigma_x^2 &= f_y^2 \\ \Rightarrow \sigma_x &= \frac{f_y}{\sqrt{3 \cdot \beta_\tau^2 + 1}}\end{aligned}\quad (5.2)$$

mit: $\tau = \beta_\tau \cdot \sigma_x$

Unter Beachtung der aufgebrachten Spannungen in Bezug auf das von Mises Kriterium stellen die, aus den numerischen Simulationen resultierenden, LPFs direkt den globalen Reduktionsfaktor dar.



5.4 Zug-Druck

5.4.1 Überblick

Um das Beulverhalten von schlanken Beulfeldern mit einer Zug-Druck Belastung auszuwerten, wird im folgenden Abschnitt eine große Parameterstudie vorgestellt. Innerhalb der Parameterstudie wird eine Variation der aufgelisteten Parameter durchgeführt:

- Zug-Druck Verhältnis über die gesamte Bandbreite (Schritte $\Delta\Theta = 5^\circ$)
- Schlankheit $b/t = 30, 45, 65, 100, 150$ und 250
- Seitenverhältnis der Plattenfelder $\alpha = 1$ und 3
- Imperfektionsformen und Amplituden (eine, zwei und drei Halbwellen, $w_0 = b/200$ und $b/420$)
- Randbedingungen an den Kanten (in der Ebene verformbare gegen unverformbare Ränder, gelenkig gegen eingespannt)

Die Ergebnisse für quadratische Platten mit $\alpha = 1$ werden in Absch. 5.4.2 aufgeführt und die Ergebnisse für lange Platten mit $\alpha = 3$ in Absch. 5.4.3.

5.4.2 Untersuchungen an quadratischen Beulfeldern

Die Ergebnisse der Parameterstudie für Beulfelder mit einer Zug-Druck Belastung werden in Abhängigkeit der Randbedingungen der Kanten aufgeteilt, siehe Abb. 5.2 (BC-A, BC-B, BC-C mit gelenkigen Rändern und BC-Ac mit eingespannten Rändern). Zudem werden die Ergebnisse für BC-A durch die angewendete Imperfektionsform (eine, zwei und drei Halbwellen) unterteilt, um den Einfluss des Interaktionswinkels Θ auf das Beulverhalten zu zeigen. Deshalb zeigen Abb. 5.3 bis Abb. 5.6 die Ergebnisse für die Randbedingung BC-A, bei welcher die gedrückten Ränder in der Ebene gerade bleiben (unverformbar), während die Ränder, die mit Zug belastet werden frei in der Ebene verformbar sind. Um den Umfang dieses Kapitels gering zu halten, werden die Ergebnisse der anderen Randbedingungen als das Minimum aller untersuchter Imperfektionsformen gezeigt.

Einfluss der Imperfektionen

In Abb. 5.3 kann mit einer Halbwellen-Imperfektionsform für das b/t -Verhältnis bis 100 eine Erhöhung der Druckspannungen bis kurz vor Erreichen des von Mises Kriteriums beobachtet werden. Bei einem Verhältnis $b/t = 150$ und 250 stellt sich ein plötzlicher Abfall der Kurve ein. Dies geschieht aufgrund von Übergängen im Versagensfall, wo sich die Versagensform von einer einfachen Halbwellenform in eine dreifache Halbwellenform umwandelt. Die erhöhte Beanspruchbarkeit, die kurz vor dem Abfall auftritt entsteht dadurch, dass die Imperfektionsform die Platte „zwingt“ in einer Halbwellenform zu beulen. Bei den kleineren b/t -Verhältnissen, wo der Abfall der Kurve nicht auftritt, ist die Steifigkeit der Platte ausreichend, um sie in der vorbestimmten Beulform zu halten, während bei schlankeren Platten die Steifigkeit nicht groß genug ist und deshalb ein Moduswechsel stattfindet. Dies lässt sich ebenfalls durch den früheren Abfall der Interaktionskurve für das Beulfeld mit $b/t = 250$ im Vergleich zum Beulfeld mit $b/t = 150$ beobachten. Dieser Effekt wurde ebenfalls während des Experiments in Absch. 3.4 beobachtet.

Für die gedrungenen Beulfelder wird bei der zwei Halbwellen Imperfektion ein anderes Verhalten beobachtet, siehe Abb. 5.4, sodass die Kurven mit ansteigendem Zug fallen. Auf der anderen Seite beginnt die Kurve für reinen Druck auf einem höheren Niveau im Vergleich zu einer Halbwellenform, was zu einem Schnittpunkt der beiden Kurven führt. Bei schlankeren Beulfeldern kann ein ähnliches Verhalten für die beiden Imperfektionsformen beobachtet werden. Bei den Beulfeldern mit $b/t = 250$ zeigt sich wieder ein Abfall in der Kurve. Hierbei springt der Versagensmodus von zwei Halbwellen zu vier Halbwellen.

Abb. 5.5 zeigt die Interaktionskurve für Beulfelder mit einer drei Halbwellen Imperfektionsform. Es lässt sich feststellen, dass sich die Interaktionskurve für $b/t = 65, 100, 150$ scharf beugt. Zudem zeigt die Interaktionskurve für eine Platte mit $b/t = 250$ keine schlagartigen Abfall mehr auf. Eine weitere Beobachtung ist der Einfluss der Imperfektionsamplitude. Während allgemein festgestellt werden kann, dass mit einem erhöhten b/t -Verhältnis und daher auch einer höheren Schlankheit die Imperfektionsamplitude einen eher kleinen Einfluss hat. Um ein Bemessungsverfahren zu erhalten, welches auf der sicheren Seite liegt, werden die niedrigeren Hüllkurven der Interaktionskurve für weitere Analysen verwendet. Abb. 5.6 zeigt die maßgebende Interaktionskurve für die Randbedingung BC-A aller betrachteten Beulfelder. Die Interaktionskurve hat eher einen monotonen Verlauf und die plötzlichen Abfälle, die für schlanke Platten beobachtet wurden, gibt es nicht mehr, sodass keine Erhöhung der Tragfähigkeit durch Wechsel der Modi berücksichtigt wird.

Die Wirkung der Imperfektionsform wird für ausgewählte Fälle in Abb. 5.7 ($b/t = 150$) und Abb. 5.8 ($b/t = 250$) beispielhaft veranschaulicht, indem der Last-Proportionalitätsfaktor (LPF) gegen die Verschiebung des gedrückten Randes aufgetragen wird. Im Fall eines Beulfeldes mit $b/t = 150$, wie in Abb. 5.7 gezeigt, ist die Kurve glatt und die Versagensform hat bis zu einem Interaktionswinkel von $\Theta = 25^\circ$ eine Halbwelle. Für höhere Interaktionswinkel hat die Kurve einen Knick (mit einem Kreis markiert), wobei die Versagensform von einer Halbwelle zu drei Halbwellen verändert. Dies führt zu einem reduzierten Last-Proportionalitätsfaktor. Der Knick tritt für kleinere Amplituden früher auf. Bei einer Platte mit $b/t = 250$ hat die Kurve für einen Interaktionswinkel $\Theta = 65^\circ$ ein nicht lineares Verhalten, wobei sich das Beulverhalten von zwei Halbwellen zu vier Halbwellen verändert, siehe Kreise in Abb. 5.7 und Abb. 5.8. Für die Auswertung der Ergebnisse wird der zweite Höchstwert, der durch Dreiecke gekennzeichnet ist, in Betracht gezogen. In Abb. 5.9 werden die numerischen Ergebnisse, die auf den maßgebenden Imperfektionen basieren, in Bezug auf reinen Druck normiert, um den Einfluss der Zugspannungen auf Platten mit unterschiedlichen Schlankheiten zu zeigen. Es ist zu sehen, dass der Einfluss der Zugspannung sich mit erhöhtem b/t -Verhältnis zunimmt und im Vergleich zum reinen Druckfall für das Verhältnis $b/t = 250$ zu erhöhten zulässigen Druckspannungen von bis zu über 30% führt.



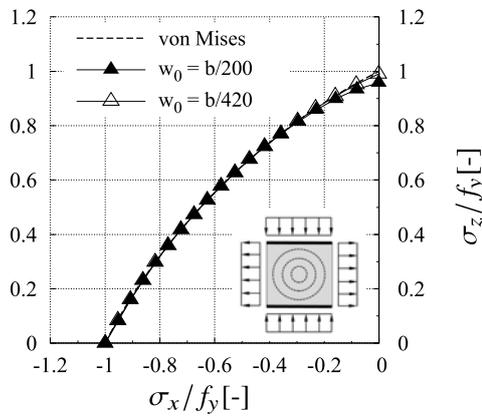
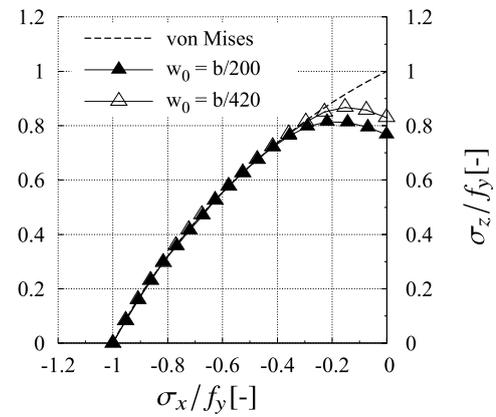
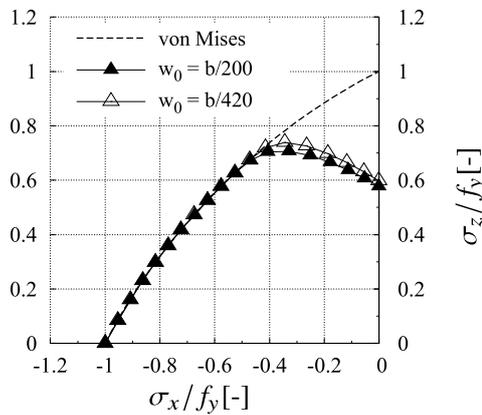
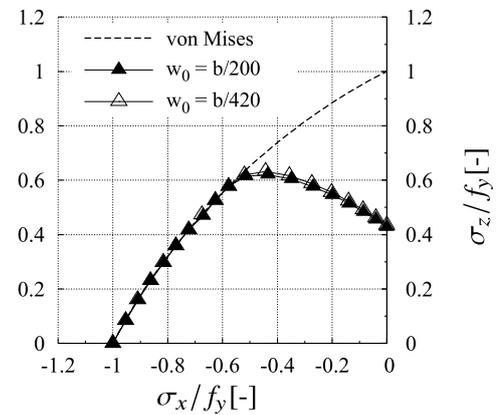
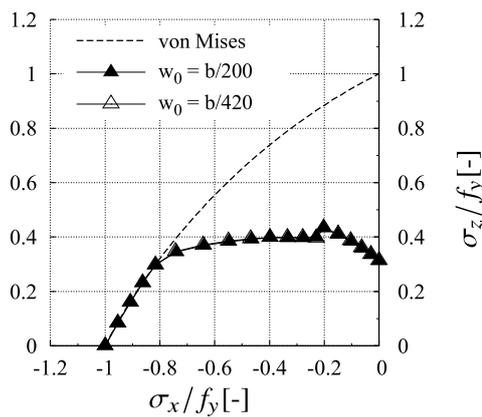
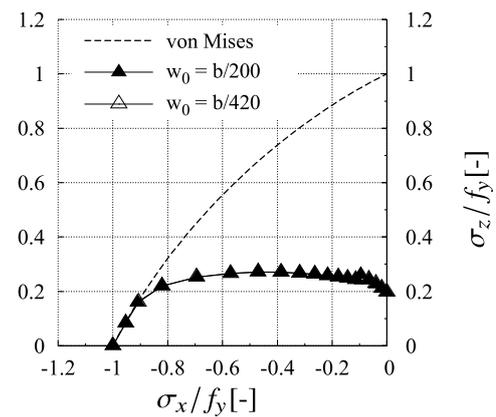
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.3: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern unter Druck (BC-A $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, 1 halbwellenförmige Imperfektion).

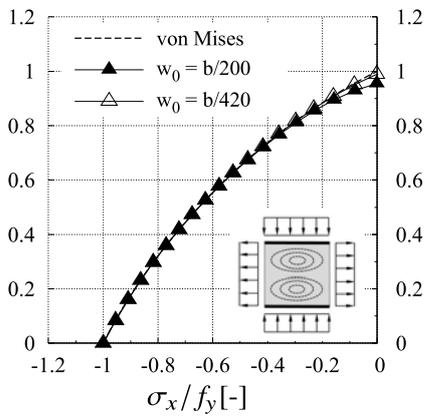
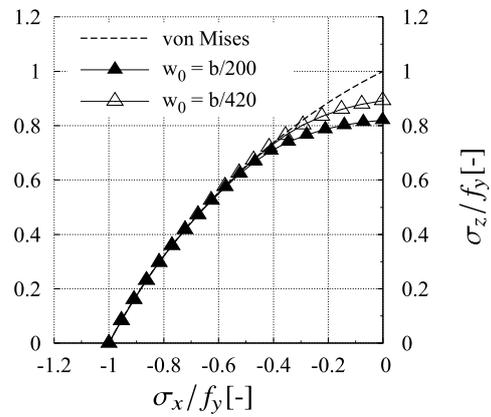
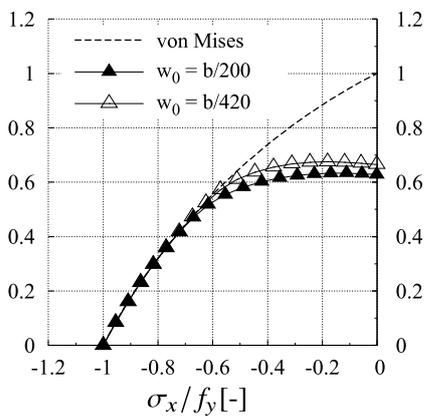
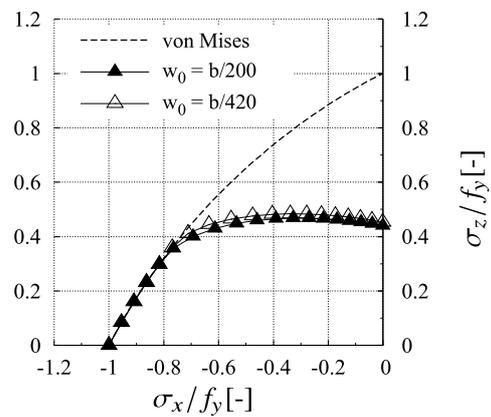
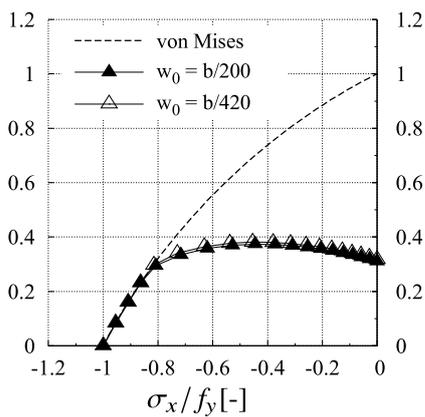
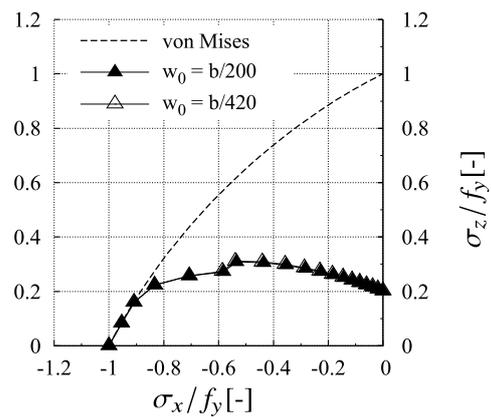
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.4: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern unter Druck (BC-A $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, 2 halbwellenförmige Imperfektion).



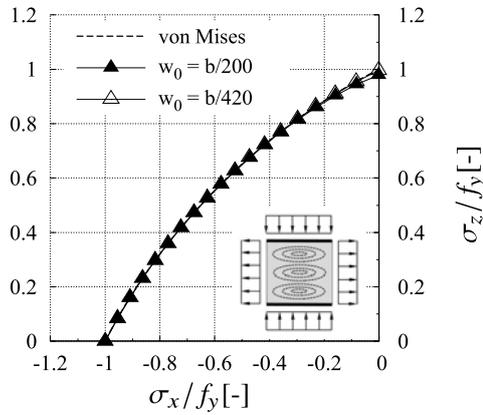
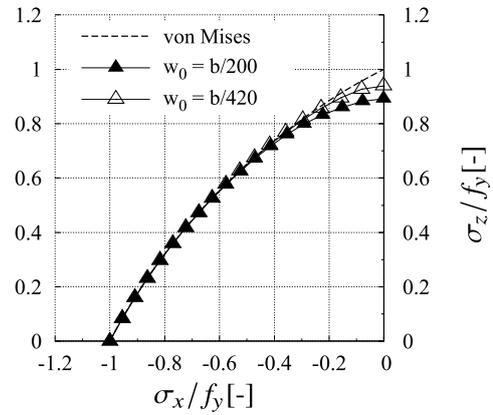
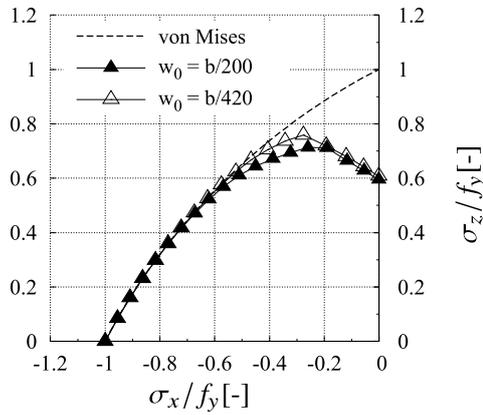
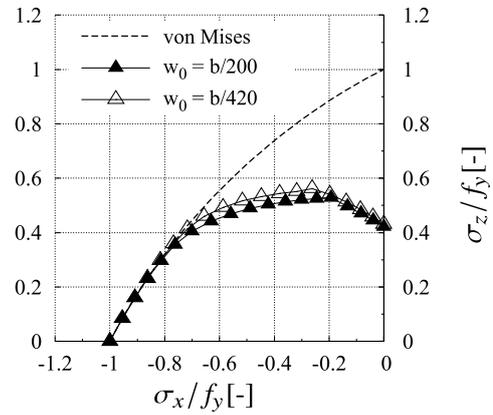
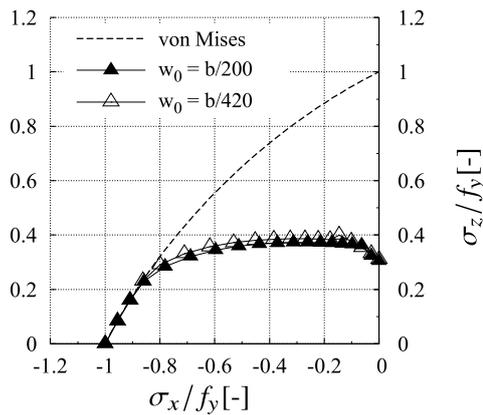
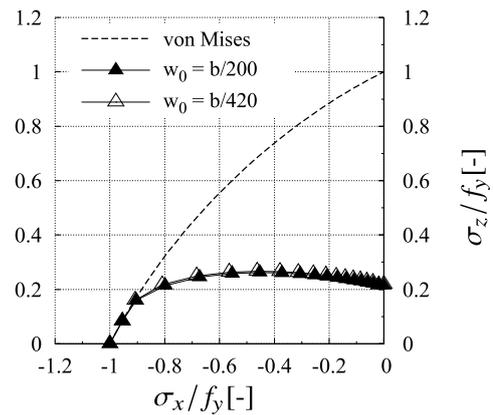
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.5: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern unter Druck (BC-A $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, 3 halbwellenförmige Imperfektion).

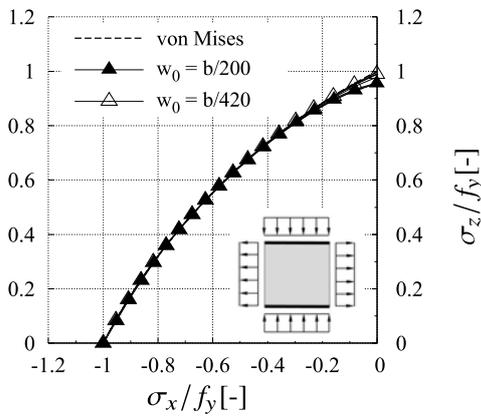
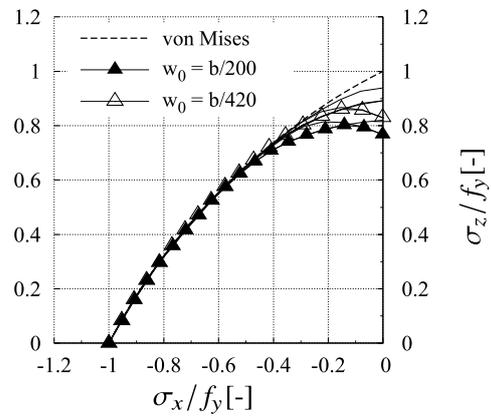
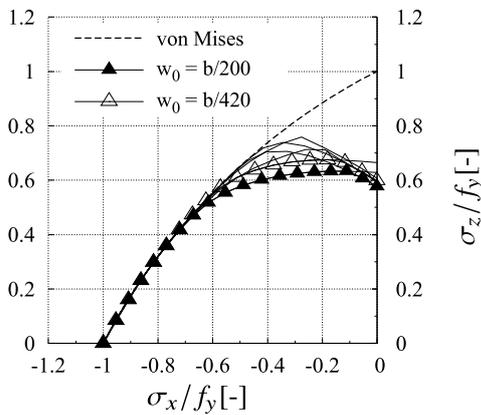
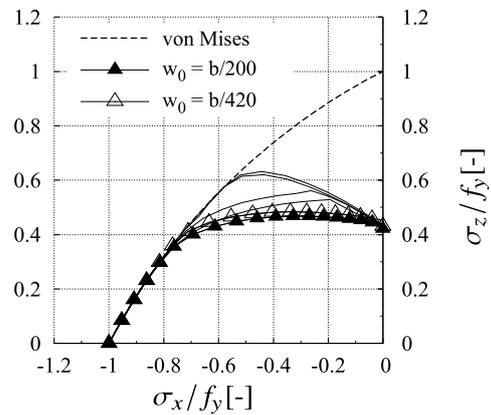
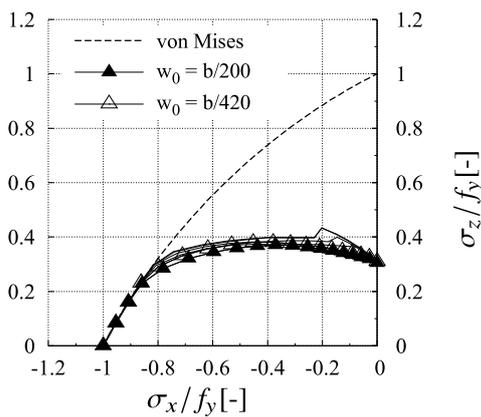
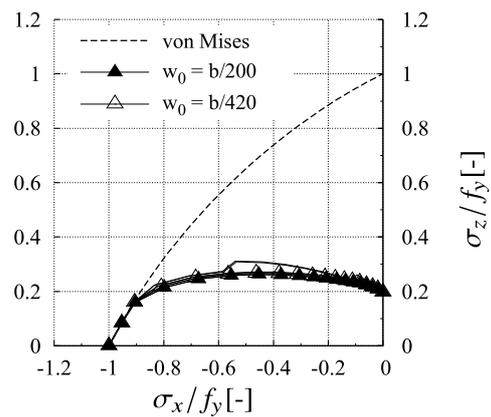
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.6: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern unter Druck (BC-A $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, maßgebende Imperfektion).



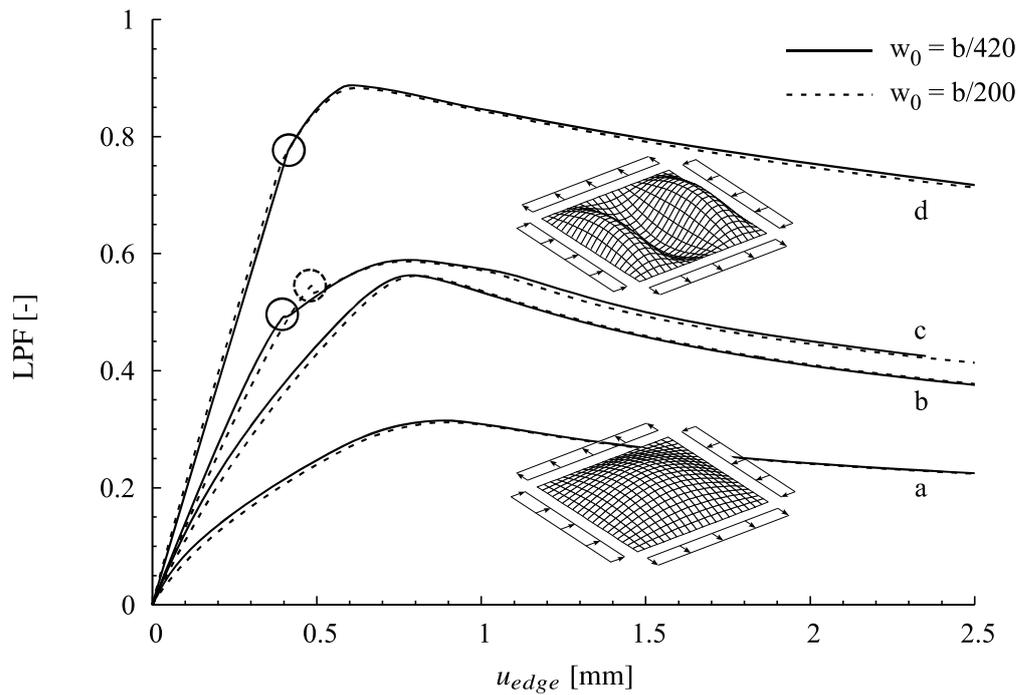


Abbildung 5.7: Laststeigerungsfaktor LPF gegen Stauchung (BC-A, $\alpha = 1$, $b/t = 150$, 1 Halb-Sinus-Welle Imperfektionsform).

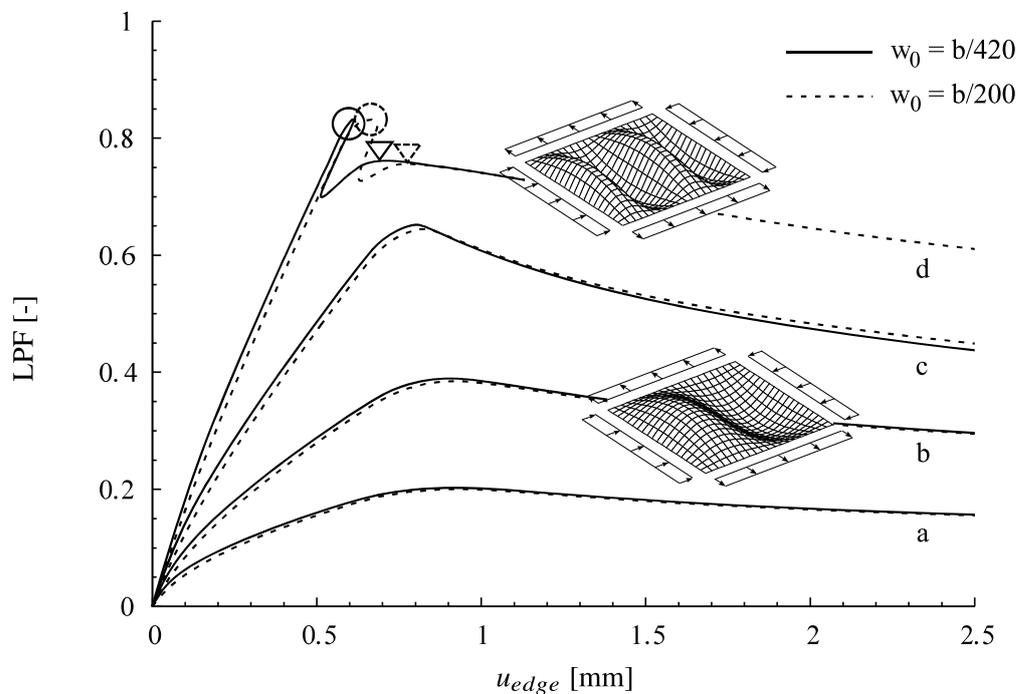


Abbildung 5.8: Laststeigerungsfaktor LPF gegen Stauchung (BC-A, $\alpha = 1$, $b/t = 250$, 2 halbwellige Imperfektion).

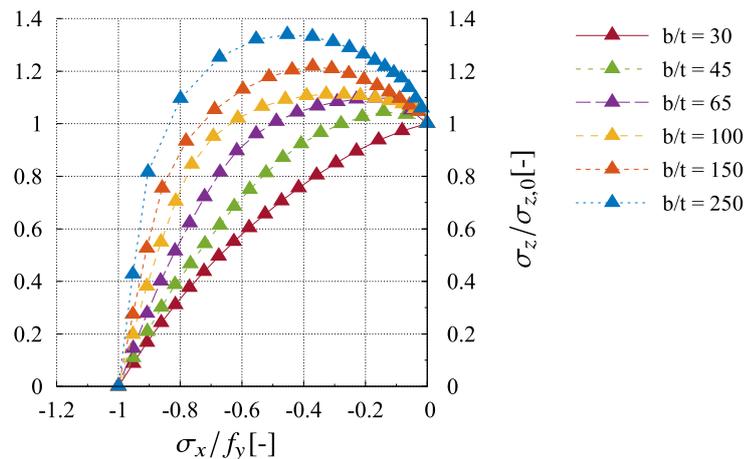


Abbildung 5.9: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern, normierte Werte (BC-A $\alpha = 1$, $w_0 = b/200$, Navier'scher Randbedingungen mit unverformbaren Rändern unter Druck, maßgebende Imperfektionsform).

Effekt der Randbedingungen

Da das Beulverhalten von den gewählten Randbedingungen abhängt, wie in der Neuberechnung der Beulkurven in Abschn. 4.4.4 und auch von BRAUN [10] gezeigt wurde, werden die Untersuchungen zu den Druck-Zug-Bereichen für verschiedene Randbedingungen durchgeführt. Dabei wird selbstverständlich das gleiche Verfahren wie für das Modell mit der Randbedingung BC-A durchgeführt. Die folgenden Kurven zeigen bereits die Kurven, die aus den maßgebenden Imperfektionen gewonnen wurden, um diesen Abschnitt überschaubarer zu gestalten.

Zuerst wird der Effekt der eingespannten Ränder untersucht und mit den gelenkigen Rändern in Abb. 5.10 verglichen. Deshalb werden die Ergebnisse für die eingespannten Ränder (auf Englisch: *clamped edges*) als BC-Ac bezeichnet. Die Steigerung der Tragfähigkeit ist für reinen Druck deutlich bemerkbar und beträgt um die 40%. Aus dem Vergleich der Kurven ist zu erkennen, dass mit zunehmender Zugspannung der Einfluss des eingespannten Randes abnimmt. Es ist auch zu erkennen, dass alle Kurven, unabhängig von den eingespannten oder gelenkigen Randbedingungen, das von Mises Kriterium bei einem gleichen Interaktionswinkel erreichen. Des Weiteren wird keine deutliche Erhöhung der aufgetragenen Druckspannungen über den gesamten Interaktionsbereich beobachtet, bis auf eine geringe Erhöhung für $b/t = 250$.

Der Effekt der unverformbaren Ränder in der Ebene wird in einem nächsten Schritt mit anderen Randbedingungen untersucht. Die Ergebnisse der Randbedingungen BC-A und BC-C sind in Abb. 5.11 dargestellt. Es lässt sich feststellen, dass der Effekt der unverformbaren Ränder hier eher klein ist und sich auf den Bereich des reinen Drucks konzentriert. Mit zunehmendem Zug nähern sich die Ergebnisse von BC-B sehr schnell den Ergebnissen von BC-A an. Das bedeutet, dass die unverformbaren Ränder in der Ebene in Wirkungsrichtung der Zugspannungen keine wichtige Rolle spielen.

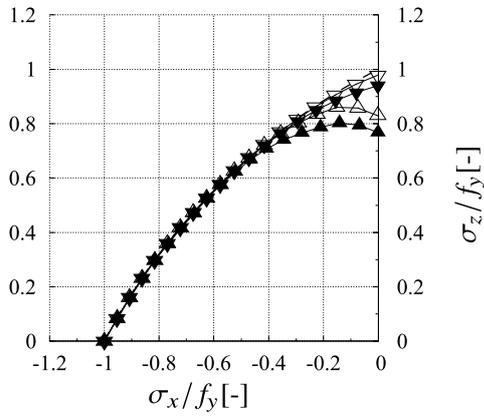
Im Gegensatz dazu zeigen die Ergebnisse der Randbedingung (BC-C), bei welcher alle Rän-



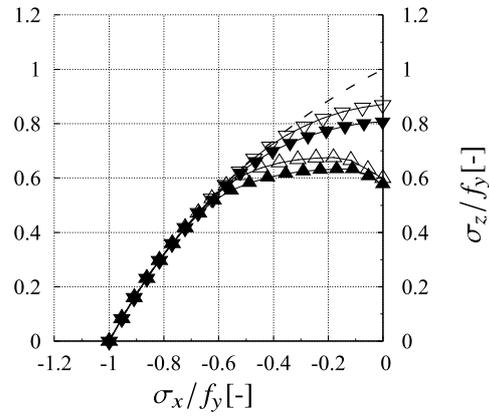
der in der Ebene verformbar sind, dass die unverformbaren Ränder eine Rolle spielen, siehe Abb. 5.12. Bei Beulfeldern mit $b/t = 30$ und 45 gibt es fast keinen Unterschied zwischen beiden Interaktionskurven, was offensichtlich ist, da die Beulkurve nach Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] sich ebenso der Winter Kurve für geringe Schlankheiten annähert. Dennoch erreichen die Kurven für alle betrachteten Beulfelder das von Mises Kriterium mit dem gleichen Interaktionswinkel.

Die Ergebnisse sind normiert und in Abb. 5.13 für alle Randbedingungen zusammengefasst. Wenn die Ergebnisse bezüglich druckbeanspruchten Beulfeldern normiert werden, ist zu sehen, dass die Randbedingung BC-C (mit unverformbaren Rändern) den größten Einfluss auf das Interaktionsverhalten von Druck und Zug hat. Eine Steigerung der Druckspannungen unter Berücksichtigung der Zugspannungen für die Randbedingung BC-C ist bis zu circa 50% möglich, während die Erhöhung der Beanspruchbarkeit für die Randbedingungen BC-B und BC-Ac vernachlässigt werden kann.

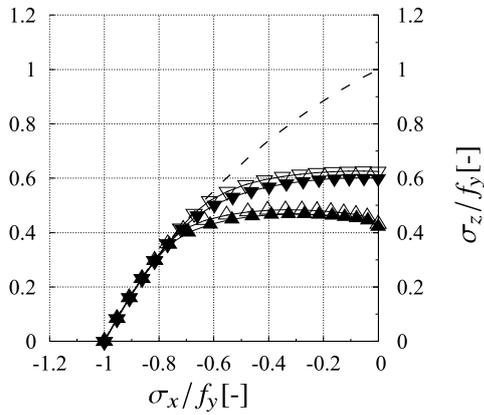
a) $b/t = 45$



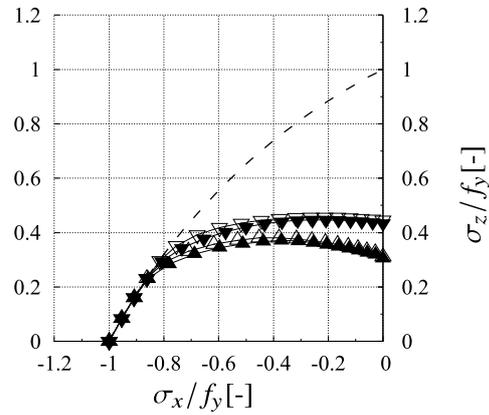
b) $b/t = 65$



c) $b/t = 100$



d) $b/t = 150$



e) $b/t = 250$

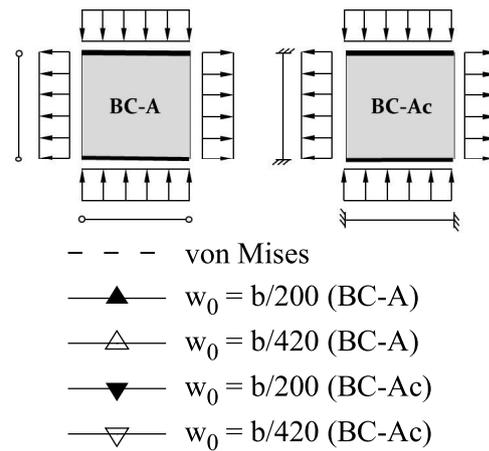
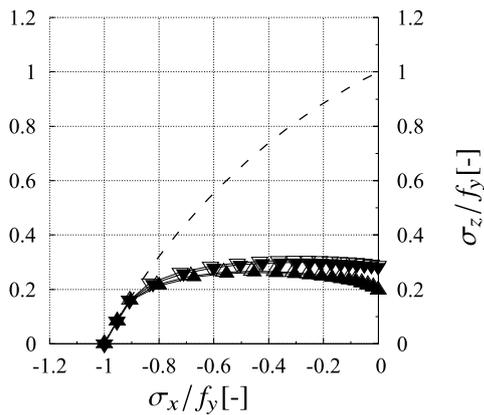


Abbildung 5.10: Effekt der gelenkigen Randbedingung (BC-A) im Vergleich zur eingespannten Randbedingung (BC-Ac) bei der Interaktion von Zug und Druck.



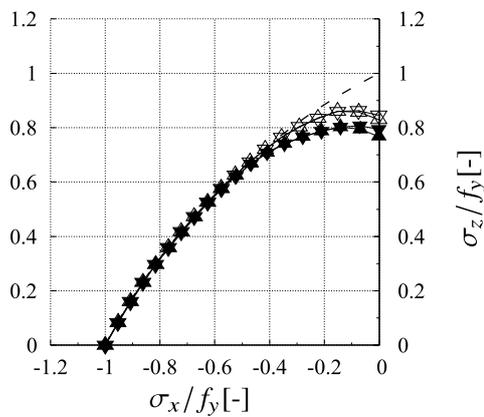
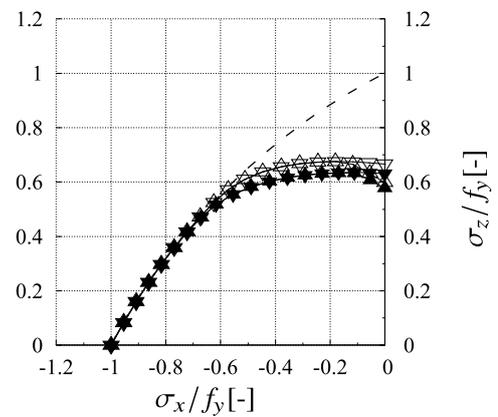
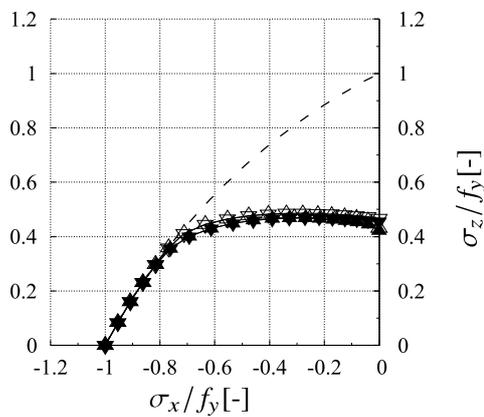
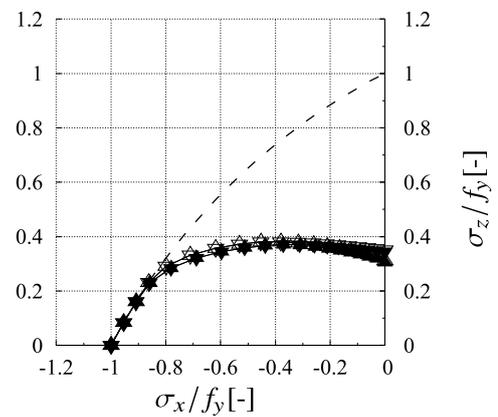
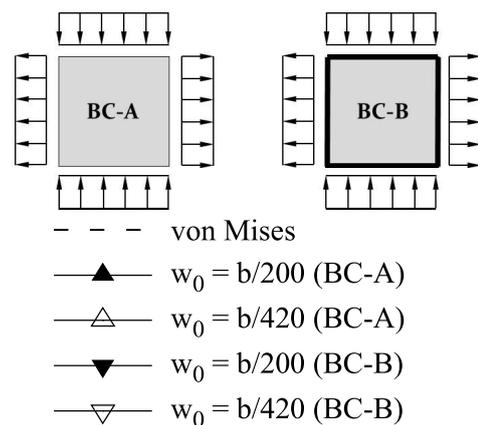
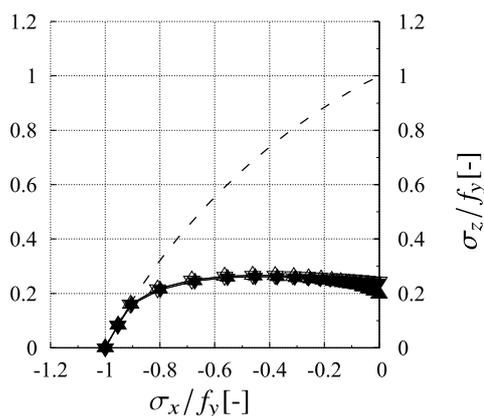
a) $b/t = 45$ b) $b/t = 65$ c) $b/t = 100$ d) $b/t = 150$ e) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.11: Vergleich von Randbedingung BC-A mit Randbedingung BC-B bei der Interaktion von Zug und Druck.

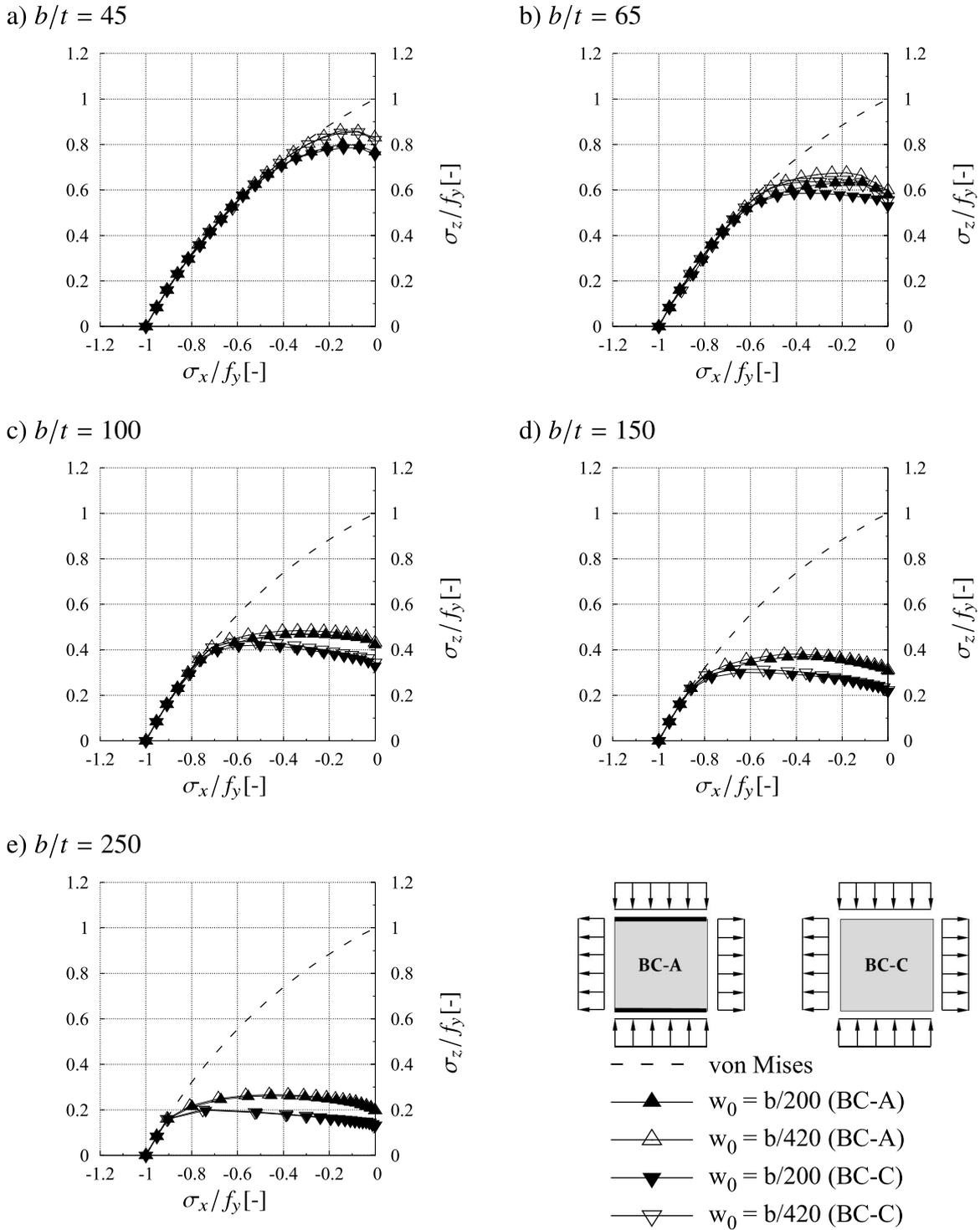


Abbildung 5.12: Vergleich von Randbedingung BC-A mit Randbedingung BC-C bei der Interaktion von Zug und Druck.



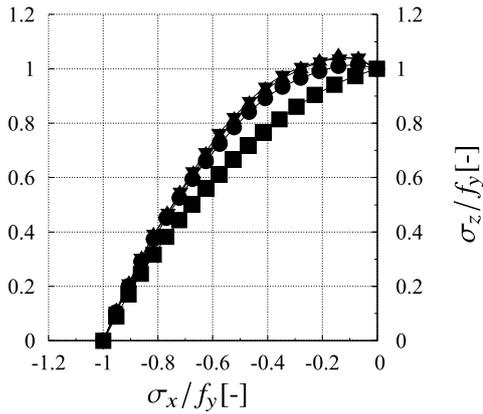
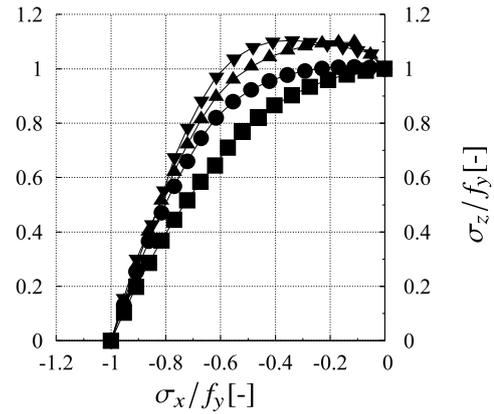
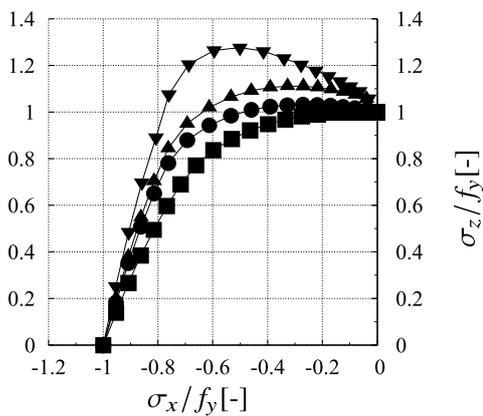
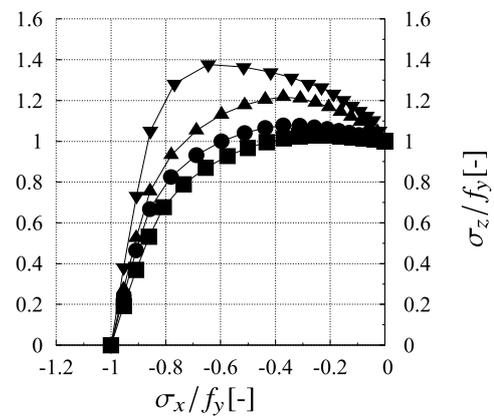
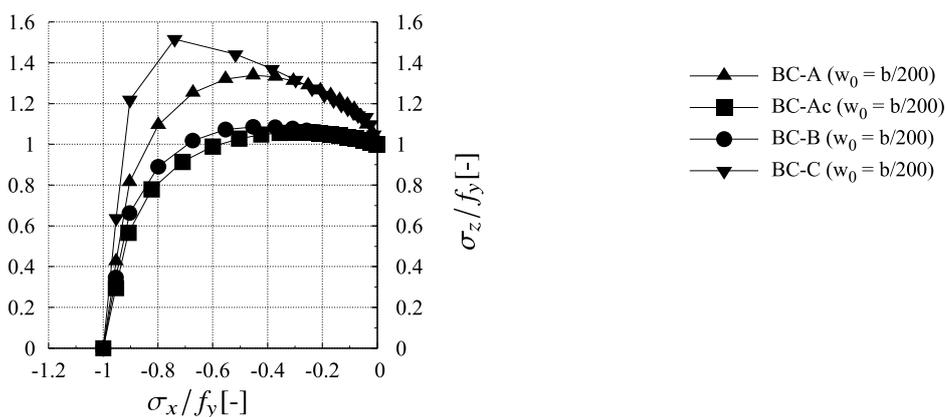
a) $b/t = 45$ b) $b/t = 65$ c) $b/t = 100$ d) $b/t = 150$ e) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.13: Effekt der Randbedingungen, Werte in Bezug auf reine Druckspannung ($\alpha = 1$ maßgebende Imperfektion).

5.4.3 Untersuchungen an langen Beulfeldern

Die Untersuchungen an langen Beulfeldern lassen sich in zwei Teile aufteilen. Der erste Teil beschäftigt sich mit langen Beulfeldern, deren kurze Seite mit Druckspannung belastet werden. Im zweiten Teil wird die lange Seite der Beulfelder mit Druckspannung belastet. Die Beulfelder mit Druckbeanspruchung auf der kurzen Seite weisen ein plattenartiges Verhalten auf und werden bereits durch die Untersuchungen an quadratischen Beulfeldern in Abschn. 5.4.2 behandelt. Trotzdem werden die Ergebnisse für lange Beulfelder mit Druckbelastung an der kurzen Seite zur Vollständigkeit im Folgenden dargestellt. Die Beulfelder werden auf der langen Seite mit Druck belastet, um den Einfluss der Zugspannungen auf das knickstabähnliche Verhalten zu untersuchen. Zwei oder drei Halbwellenformen führen in diesem Fall indirekt zu einer Versteifung des Beulfeldes und ergeben höhere Widerstände. Aus diesem Grund ist eine Halbwellenform die maßgebende Imperfektion für diesen Fall. Untersuchungen von BRAUN [10] an dem Beulverhalten von langen Beulfeldern unter biaxialem Druck bestätigen den Moduswechsel der maßgebenden Imperfektion von einer Halbwellenform zu drei Halbwellen, siehe Abb. 5.14.

Abb. 5.15 zeigt beispielhaft einen Vergleich eines aus der Ebene verformten langen Beulfeldes unter einwirkender Druckspannung an der kurzen Seite und langen Seite ($a = 3000$ mm, $b = 1000$ mm, $t = 10$ mm). Für beide dargestellten Fälle wurde eine halbwellenförmige Imperfektion angesetzt. Während das Modell mit der Druckspannung an der langen Seite ein Versagen mit einer Halbwellenform aufweist, zeigt das Beulfeld mit der Druckspannung an der kurzen Seite einen Moduswechsel und beult mit drei Halbwellen aus. Es lässt sich feststellen, dass eine drei halbwellenförmige Imperfektion bei einem, an der kurzen Seite beanspruchten, Beulfeld zu einem geringeren Widerstand führt, während diese Imperfektionsform für ein, an der langen Seite beanspruchtes, Beulfeld zu einer Versteifung des Systems führt.

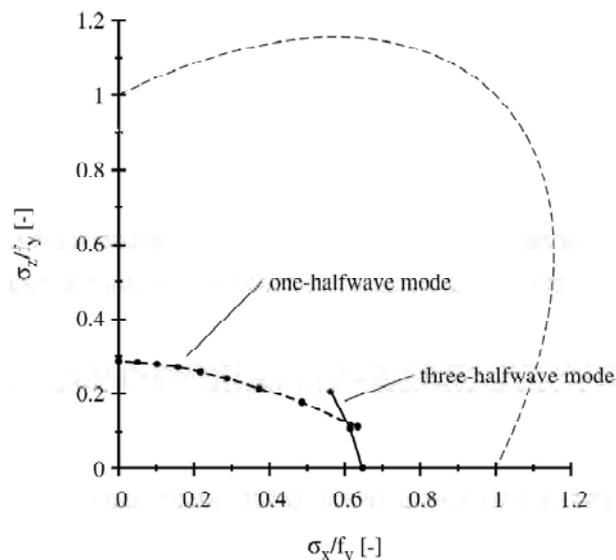
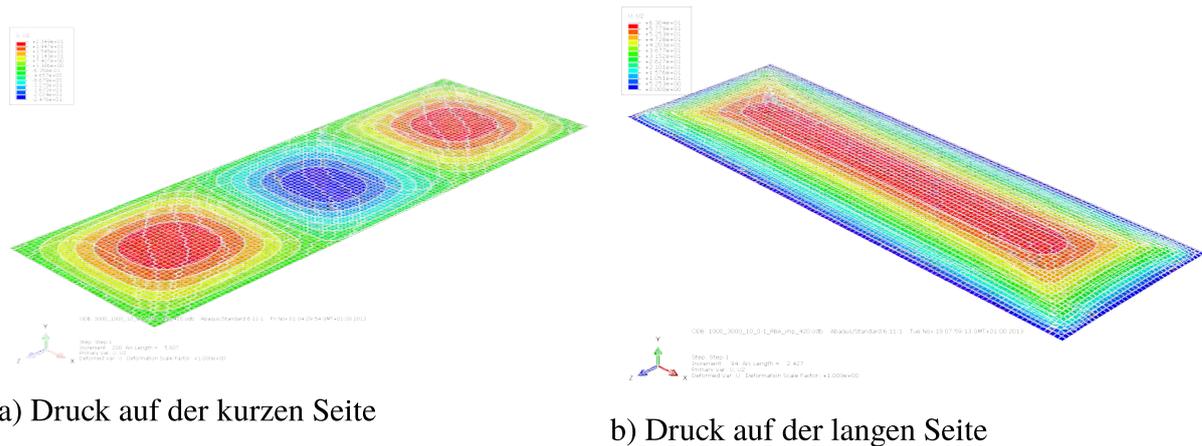


Abbildung 5.14: Effekt des Seitenverhältnisses auf den Beulmodus für Interaktion von Druck-Druck, beispielsweise für $\alpha = 3$ gezeigt [10].



a) Druck auf der kurzen Seite

b) Druck auf der langen Seite

Abbildung 5.15: Numerische Verformung des Beulfeldes mit einachsiger Druckspannung auf der kurzen und langen Seite.

Lange Beulfelder mit Druckspannung auf der kurzen Seiten

Die Untersuchungen an langen Beulfeldern, die an der kurzen Seite mit Druckspannung belastet werden, sind in Abb. 5.16 für BC-A zusammengefasst. Die Ergebnisse zeigen ein ähnliches Verhalten, wie für quadratische Platten, siehe Abb. 5.5. Die hier gezeigten Ergebnisse stellen auch schon die geringste Traglast für verschiedene Imperpektionsformen dar. Wie auch für die quadratischen Beulfelder beobachtet, treten Moduswechsel auf, was an den plötzlichen Abfällen der Kurven zu sehen ist. Obwohl die Knicke in den Kurven hauptsächlich durch die Anwendung verschiedener Imperpektionsformen ausgeglichen werden, sind noch leichte Knicke zu beobachten, die auf die Empfindlichkeit des numerischen Modells zurückzuführen sind.

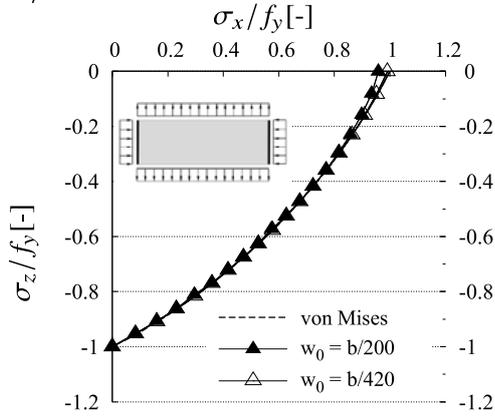
Weil die Ergebnisse für quadratische Beulfelder auf der sicheren Seite liegen und stabiler sind, werden diese Ergebnisse als Bezug für die weitere Auswertung der Beulregeln für plattenartiges Verhalten gewählt.

Lange Beulfelder mit Druckspannung auf der langen Seiten

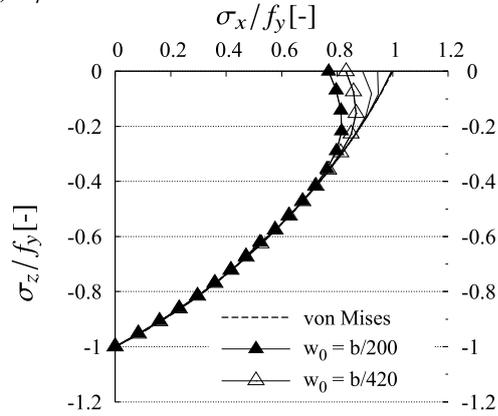
Die Ergebnisse für Beulfelder mit Druckspannung auf der langen Seiten sind in Abb. 5.17 bis Abb. 5.19 für die untersuchten Randbedingungen dargestellt. Wie erwartet liegen die Kurven unterhalb der für Beulfelder mit Druckspannung auf der kurzen Seite berechneten Kurven, da knickstabähnliches Verhalten einen entscheidenden Einfluss auf das Beulverhalten hat. Deshalb nimmt die Beanspruchbarkeit des Beulfeldes ab. Die Verformungen der Kurven zeigen, dass sich Zugspannungen günstig auswirken. Sie erreichen das von Mises Kriterium bei einem großen Interaktionswinkel Θ . Ein großer Einfluss durch Zugspannung wird aber nicht beobachtet.

Im Vergleich zu den Beulfeldern mit Druckspannung auf der langen Seiten stimmen hier die Schnittpunkte der Kurven mit dem von Mises Kriterium nicht überein. Dies zeigt, dass selbst mit hohen Zugspannungen immer noch knickstabähnliches Verhalten vorherrscht.

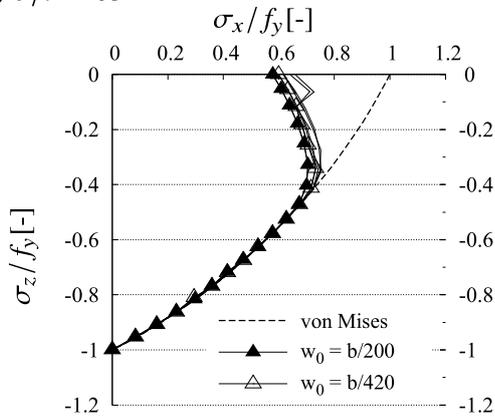
a) $b/t = 30$



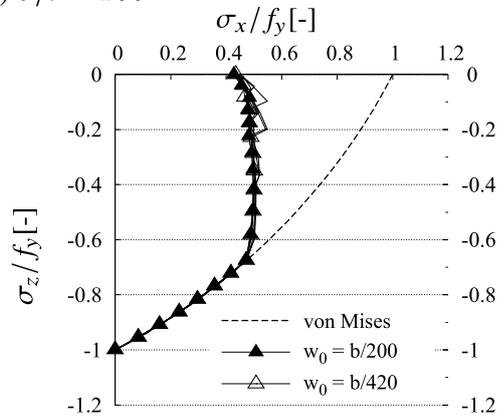
b) $b/t = 45$



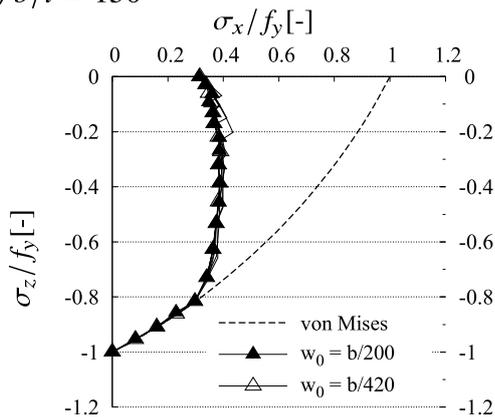
c) $b/t = 65$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

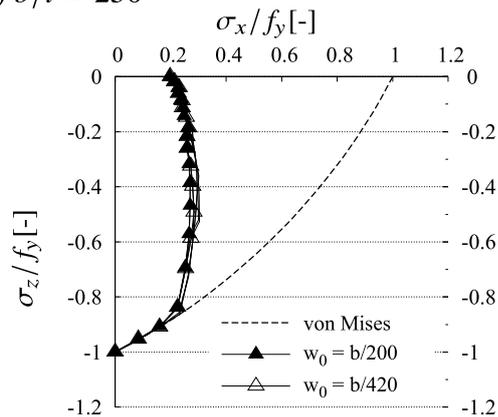


Abbildung 5.16: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern (kurze Seite) unter Druck (BC-A $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, maßgebende Imperfektion).



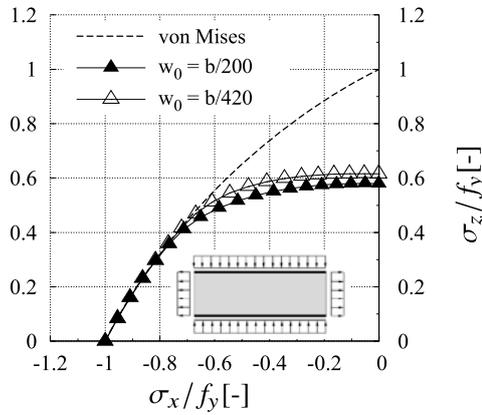
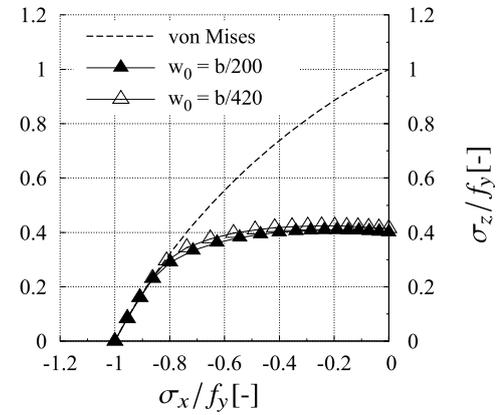
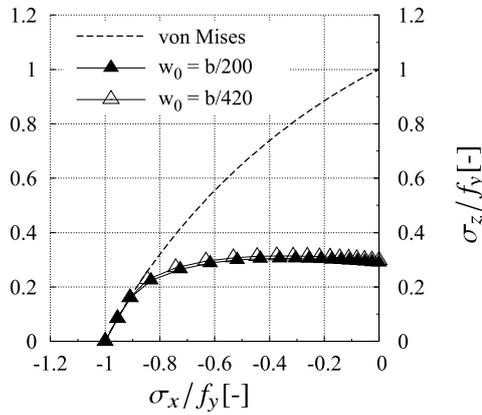
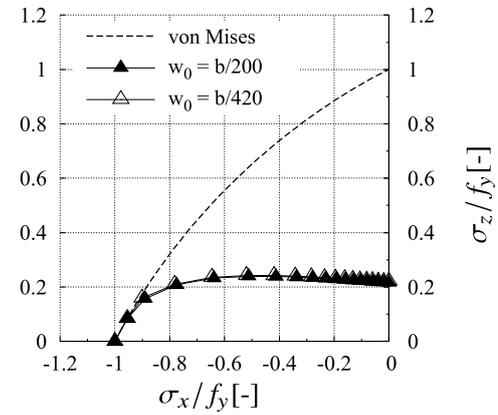
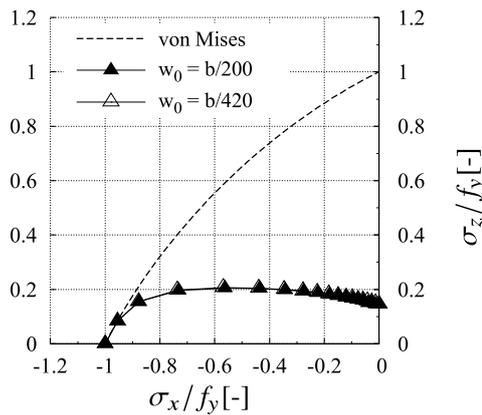
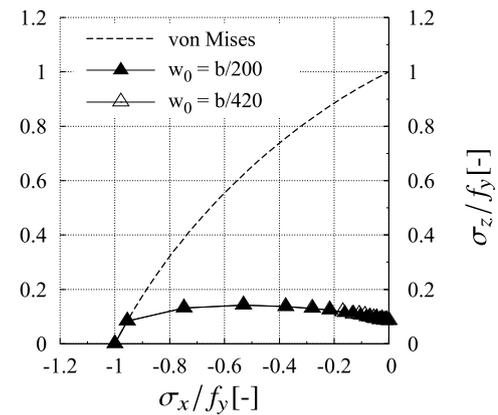
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.17: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern (lange Seite) unter Druck (BC-A $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen).

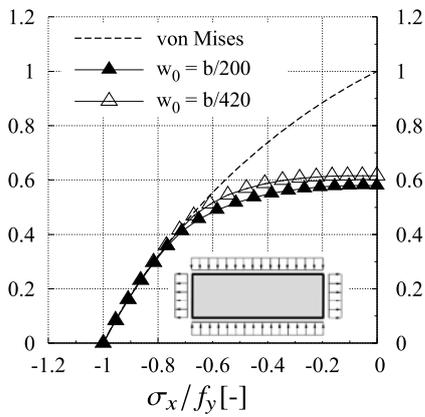
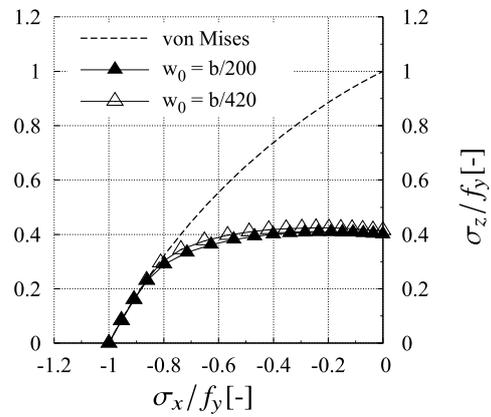
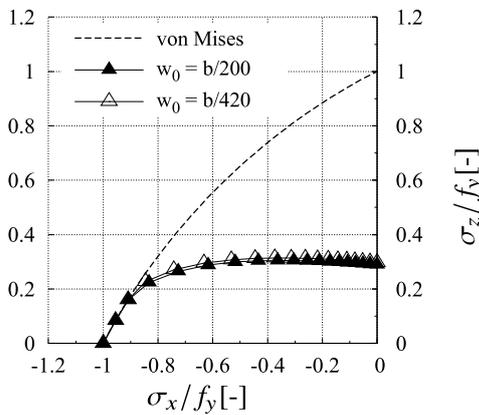
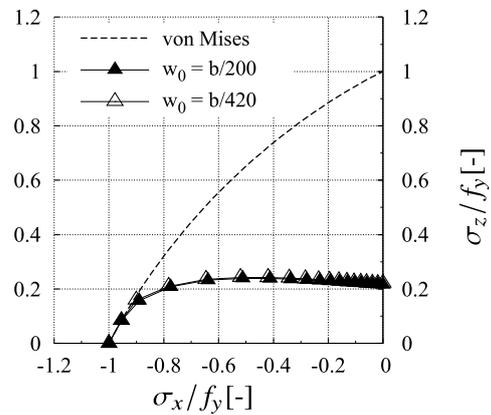
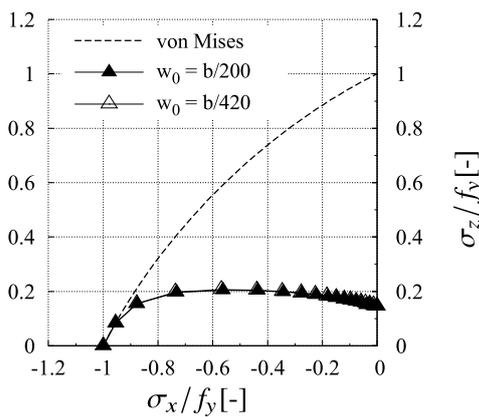
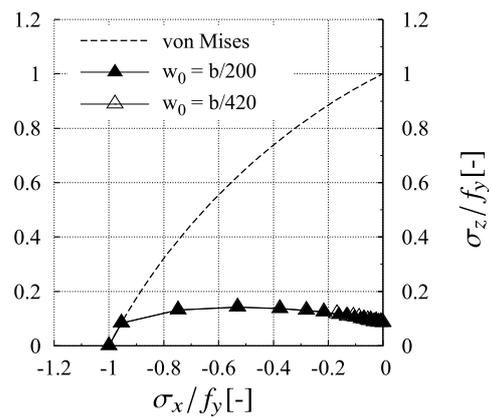
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.18: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit unverformbaren Rändern, lange Seite unter Druck (BC-A $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen).



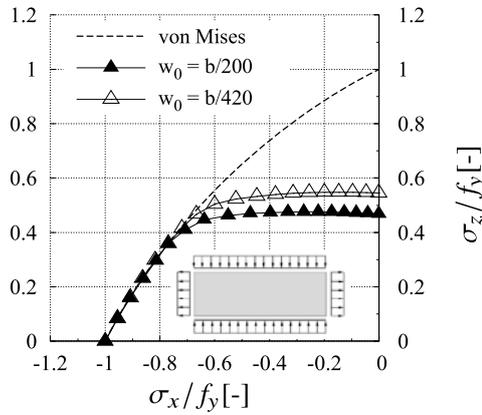
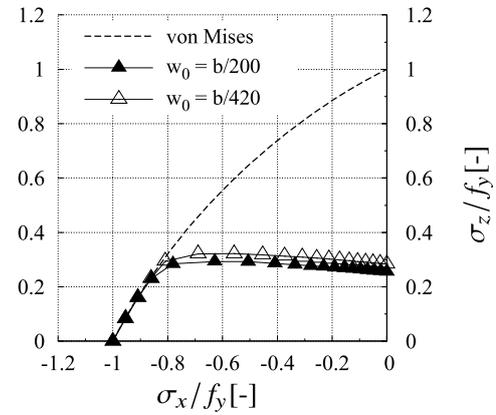
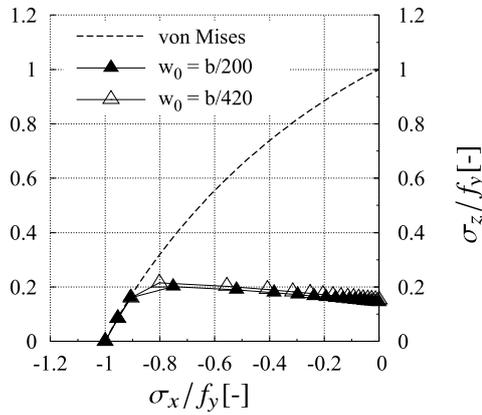
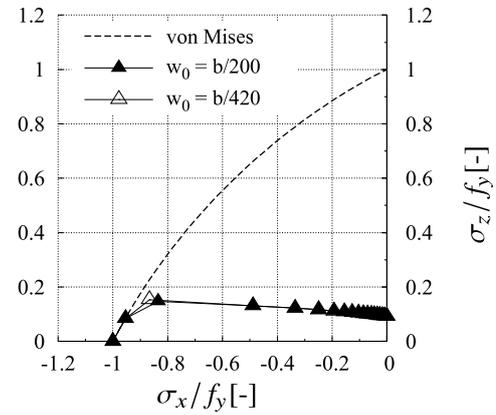
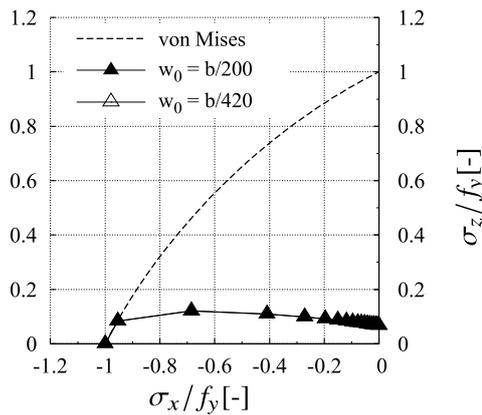
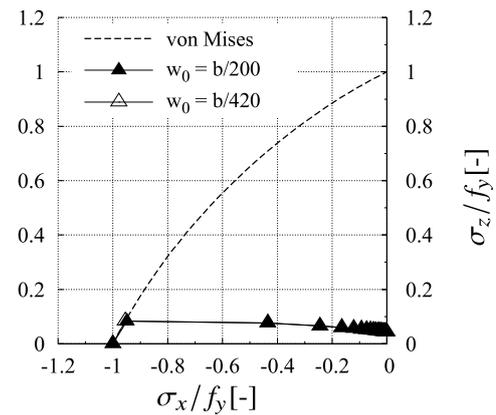
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 5.19: Numerische Ergebnisse von Beulfeldern mit verformbaren Rändern, lange Seite unter Druck (BC-A $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen).

5.5 Zug-Schub

Um das Beulverhalten von schlanken Beulfeldern, die durch Zug und Schub belastet werden, zu beurteilen, variieren die Verhältnisse von Zug- und Schubspannungen variiert. Dabei werden auch die verschiedenen Spannungsgradienten $\psi = 1; 0,5; \text{ und } -0,5$ berücksichtigt.

Die b/t -Verhältnisse wurden etwas anders gewählt, als für die Zug-Druck Analyse, um den Interaktionsbereich, auch im Hinblick auf die nachfolgende Druck-Schub Simulationen in Absch. 5.6, besser abzudecken. Nach DIN EN 1993-1-5 [22] muss Schubbeulen berücksichtigt werden, wenn das Kriterium aus Gl. (5.3) erfüllt wird. Da erst ab einer Schlankheit von $b/t = 58,6$ die Platten beulgefährdet sind, wird für die untersuchten Beulfelder eine Schlankheit von $b/t = 60$ angesetzt, um den Übergangsbereich darzustellen, in welchem entweder Fließen oder Beulen für reinen Schub, mit einem Spannungsgradienten von $\psi = 1$, entscheidend wird. Jedoch ist dieser Fall offensichtlich bei Interaktionen von Zug und Schubspannung nicht von Interesse. Er ist dann von Interesse, wenn Druckspannungen einbezogen werden, sodass in diesem Fall die Ergebnisse für $b/t \geq 70$ dargestellt werden.

$$\frac{h_w}{t_w} \geq 72 \cdot \frac{\varepsilon}{\eta} \quad (5.3)$$

mit: $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$

In Abb. 5.20 werden die Ergebnisse für ein Zugspannungsverhältnis von $\psi = 1$ normiert und zusammengefasst. Sie zeigen den Einfluss der Zugspannungen bezogen auf die reine Schubbeanspruchbarkeit. Wie auch für den Fall von Zug-Druck beobachtet wurde, nimmt der positive Effekt der Zugspannungen mit der Erhöhung des b/t -Verhältnisses zu. Die Ergebnisse in dem Interaktionsbereich von Zug-Schub zeigen eine ausgeprägte Wirkung der Zugspannungen auf die Schubbeanspruchbarkeit.

Effekt des Spannungsverhältnisses ψ

Da in vielen praktischen Fällen, wie zum Beispiel für Stege, Schubspannungen zusammen mit Biegemomenten auftreten, die zu Spannungsgradienten für Normalspannungen führen, wird die Wirkung dieser Spannungsgradienten ebenfalls untersucht, um das Bemessungsverfahren zu überprüfen. Die Ergebnisse für den Einfluss des Spannungsgradienten ψ auf die Schubbeanspruchbarkeit werden in Abb. 5.21 zusammengefasst. Für einen besseren Überblick werden nur die Ergebnisse dargestellt, die mit einer Imperfektionsamplitude von $w_0 = b/200$ erhalten werden und auf $b/t = 70; 100; 150$ und 250 begrenzt sind.

Wie erwartet, kann die maximale Erhöhung der Schubbeanspruchbarkeit für den Fall der gleichzeitig wirkenden reinen Zugspannung ($\psi = 1$) beobachtet werden. Bei einem Spannungsverhältnis von $\psi = 0,5$ kann, im Vergleich zur reinen Zugbelastung ($\psi = 1$), nur ein kleiner Einfluss der Zugspannungen beobachtet werden, da die positive Wirkung der Zugspannungen immer noch vorherrschend ist. Im Gegensatz dazu sinkt die Schubbeanspruchbarkeit bei Beulfeldern mit einem Spannungsverhältnis $\psi = 0$ deutlich für $b/t \geq 100$, während die gedungenen Beulfelder mit $b/t = 70$ fast unbeeinflusst bleiben. Wenn das Spannungsverhältnis negativ ist und somit auch kleine Druckspannungen auftreten ($\psi = -0,5$), ist ein starker Abfall



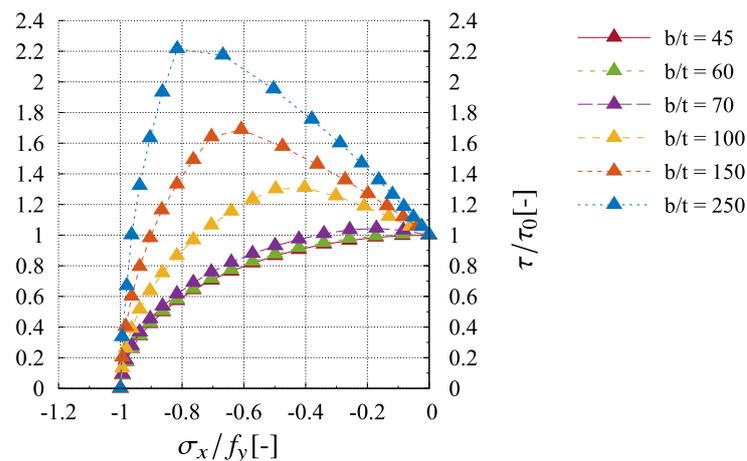


Abbildung 5.20: Numerische Ergebnisse für kurze und in der Ebene verformbare Kanten unter Zugspannung, bezogen auf die reine Schubbeanspruchbarkeit τ_0 (BC-A, $\alpha = 2$, $w_0 = b/200$, Navier'scher Randbedingungen).

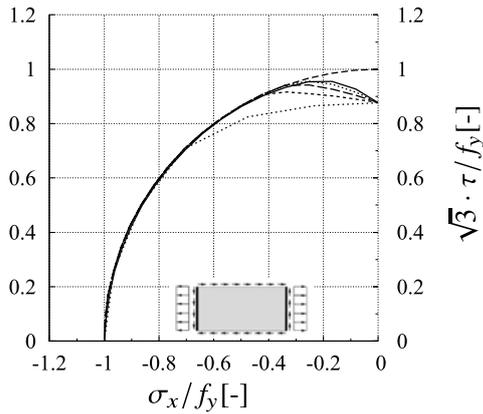
der Kurven für $b/t \geq 100$ zu erkennen. Auch hier zeigt das Spannungsverhältnis für gedrungene Beulfelder ($b/t = 70$) nur marginale Änderungen, während für die Spannungsverhältnisse $\psi \geq 0$ generell eine Erhöhung der Schubbeanspruchbarkeit festgestellt wird.

5.6 Druck-Schub

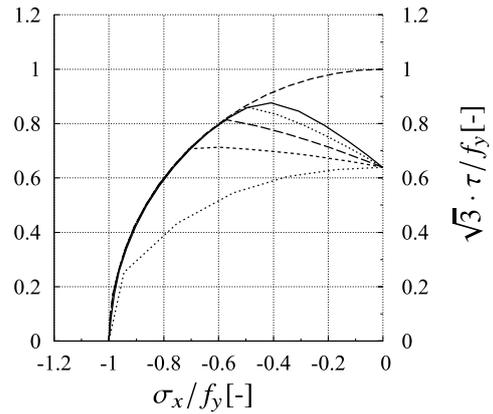
Zusätzlich zu der Wirkung der Zugspannungen auf das Schubbeulverhalten wird eine Parameterstudie für die Untersuchung des Einflusses der Druckspannungen durchgeführt. Deshalb werden die gleichen Parameter wie in Absch. 5.5 benutzt. Jedoch ist die Druckspannung im Fall von $\psi \neq 1$ größer als die Zugspannung.

In Abb. 5.22 werden die Ergebnisse für einen Spannungsgradienten $\psi = 1$ bezogen auf reine Schubbeanspruchung normiert und es wird gezeigt, dass die Form der Interaktionskurve fast unabhängig von der Plattenschlankheit ist. Außerdem zeigt die Krümmung der Kurven, dass die Schubbeanspruchbarkeit viel empfindlicher gegenüber Druckspannungen ist als umgekehrt. Dieser Effekt wird in den nicht normierten Ergebnissen in Absch. A.2 viel deutlicher dargestellt. Kleine Schubspannungen reduzieren die aufgebrachten Druckspannungen nur sehr gering, während bereits vergleichbar kleine Druckspannungen die Schubbeanspruchbarkeit deutlich reduzieren. Für $b/t \geq 100$ hat die Imperfektionsamplitude keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit, während die Tragfähigkeit für kleinere b/t -Verhältnisse durch die Imperfektionsamplitude deutlich beeinflusst wird. Insbesondere für $b/t = 45$ sind die Auswirkungen der Imperfektionsamplitude offensichtlich ausgeprägt und nahezu konstant über den gesamten Bereich.

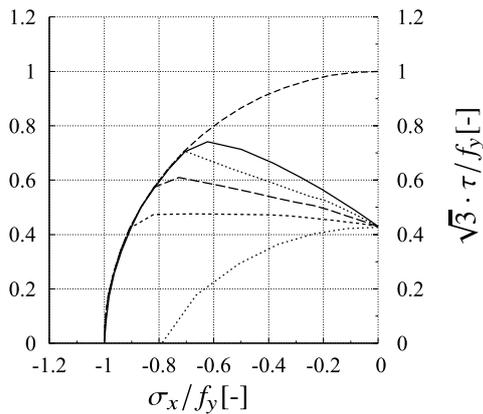
a) $b/t = 70$



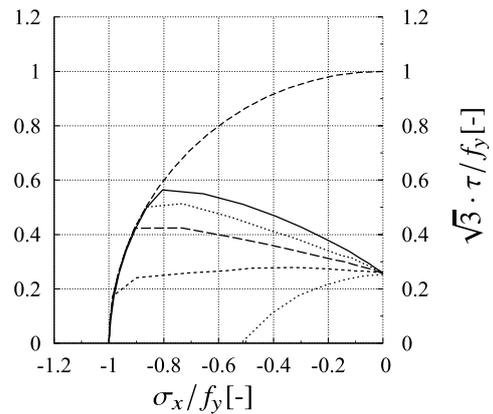
b) $b/t = 100$



c) $b/t = 150$



d) $b/t = 250$



- - - - - von Mises - - - - - $\psi = 0$
 ————— $\psi = 1$ ······ $\psi = -0.5$
 ······ $\psi = 0.5$ ······ $\psi = -1$

Abbildung 5.21: Einfluss des Spannungsgradienten ψ auf Numerische Ergebnisse (BC-A $\alpha = 2$, $w_0 = b/200$, Navier'scher Randbedingungen).



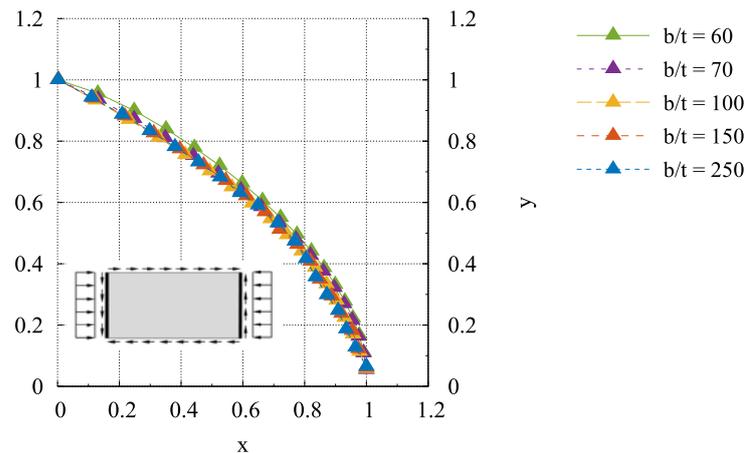


Abbildung 5.22: Numerische Ergebnisse für kurze Seite unter Zugspannung und unverformbar in der Ebene, bezogen auf reine Schubbeanspruchbarkeit τ_0 (BC-A, $\alpha = 2$, $w_0 = b/200$, Navier'scher Randbedingungen).

Effekt des Spannungsverhältnisses ψ

Da in vielen praktischen Fällen, wie zum Beispiel für Stege, Schubspannungen zusammen mit Biegemomenten auftreten, die zu Spannungsgradienten für Normalspannungen führen, wird die Wirkung dieses Spannungsverhältnisses ebenfalls untersucht. Die Ergebnisse für den Einfluss des Spannungsverhältnisses ψ auf die Schubbeanspruchbarkeit werden in Abb. 5.24 zusammengefasst. Für einen besseren Überblick werden nur die Ergebnisse dargestellt, die mit einer Imperfektionsamplitude von $w_0 = b/200$ erhalten werden und auf $b/t = 70$; 100; 150 und 250 begrenzt sind.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen, die aus der Interaktion von reinem Druck und Schub resultieren, hängen die Formen der Abminderungskurven im Fall von Biegung und Schub von der Plattenschlankheit ab. Deshalb werden die normierten Ergebnisse für ein Spannungsverhältnis $\psi = -1$ in Abb. 5.23 zusammengefasst. Die Ergebnisse zeigen, dass die Kurve für ein höheres b/t -Verhältnis flacher wird. Die aktuelle Bemessungsformel Gl. (2.19) berücksichtigt nicht, dass die Form der Interaktionskurve von der Schlankheit abhängig ist. Da die Exponenten konstant sind und die Schlankheit aus den kritischen Beulanalysen berechnet wird, siehe Absch. 2.2.3, scheint dieser Fall relevant, um den Bemessungsansatz in einem späteren Absch. 6 zu überprüfen.

5.7 Numerische Untersuchungen von ausgesteiften Beulfeldern unter biaxialem Druck

5.7.1 Allgemein

Untersuchungen, die von BRAUN in [10] durchgeführt wurden, konzentrieren sich auf das Beulverhalten von unausgesteiften schlanken Platten, die durch biaxiale Druckspannung be-

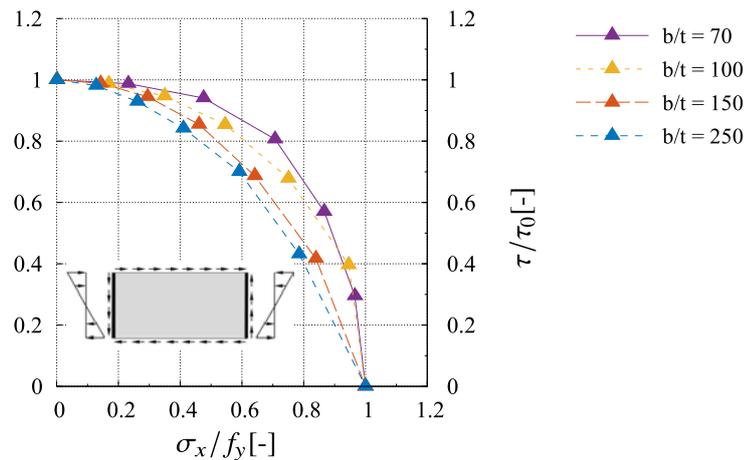


Abbildung 5.23: Numerische Ergebnisse für unverformbare Ränder unter Druckspannung, bezogen auf reine Schubbeanspruchbarkeit τ_0 (BC-A, $\alpha = 2$, $w_0 = b/200$, $\psi = -1$, Navier'scher Randbedingungen).

lastet werden. Dabei wird ein „V-Faktor“ vorgeschlagen, welcher Abweichungen zwischen den numerischen Ergebnissen und aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] überwinden soll, siehe Abschn. 2.4.8. Jedoch kam in der Praxis kürzlich die Frage auf, ob der vorgeschlagene Faktor auch für ausgesteifte Beulfelder angewendet werden soll. Bisher wurde nach unserem Wissen keine systematische Untersuchung zum Beulverhalten von biaxial beanspruchten, ausgesteiften Beulfeldern [66], [65], [89] im Bauwesen betrieben. Das Problem wird auch in [63] erwähnt und es wird betont, dass Untersuchungen immer noch ausstehen und wünschenswert sind. Um die Bemessungsregeln mit dem Verhalten von ausgesteiften Beulfeldern unter biaxialer Druckspannung zu überprüfen, werden in diesem Kapitel Parameterstudien auf der Grundlage des verifizierten Modells aus Abschn. 4.5 gezeigt.

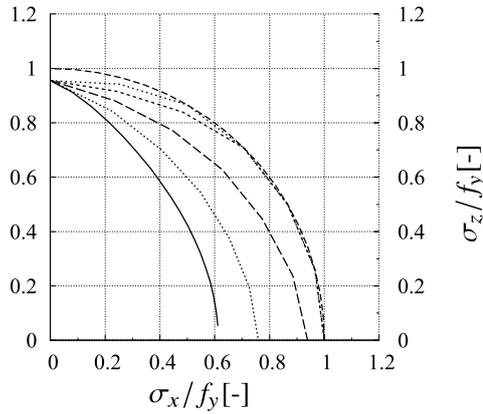
5.7.2 Imperfektionen

Die Imperfektionen für alle numerischen Modelle werden nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] angesetzt, indem Sinusfunktionen für die lokalen und globalen Imperfektionsformen verwendet werden. Dieser Ansatz wurde auch erfolgreich in Abschn. 4.5.3 für die Verifizierung des numerischen Modells angenommen und erlaubt eine systematische Vorgehensweise für die Kombinationen verschiedener Imperfektionsformen. Bei einem aus einer linear elastischen Beulanalyse resultierendem Beulmodus, der eventuell aus „gemischten“ Formen besteht, wird es schwierig eine Aufteilung in einzelne Imperfektionsformen durchzuführen, um vergleichbare Imperfektionen für alle Fälle zu erhalten. Des Weiteren ermöglicht die Annahme von Sinusfunktionen weitgehend automatisierte Imperfektionsformen.

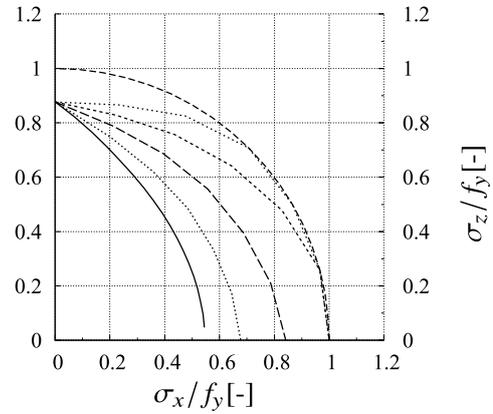
Für die globale Imperfektionsform wird die „Interpretation 3“ nach Abb. 4.26 angenommen, die in der Realität gefundene Imperfektionsformen darstellt. Die Verifizierung dieses Modells wird mit diesem Ansatz erfolgreich durchgeführt. Die lokalen Imperfektionen müssen mehrmals betrachtet werden. Wie in Abschn. 5.4.3 für die langen Platten herausgefunden wurde, hängen die entscheidenden lokalen Imperfektionsformen von der Art der Belastung ab. Da



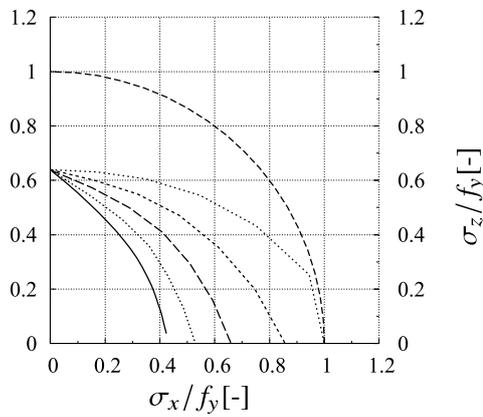
a) $b/t = 60$



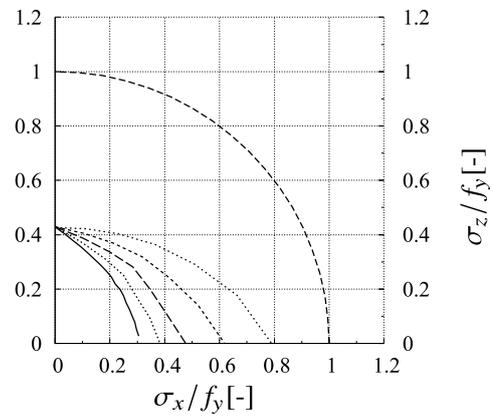
b) $b/t = 65$



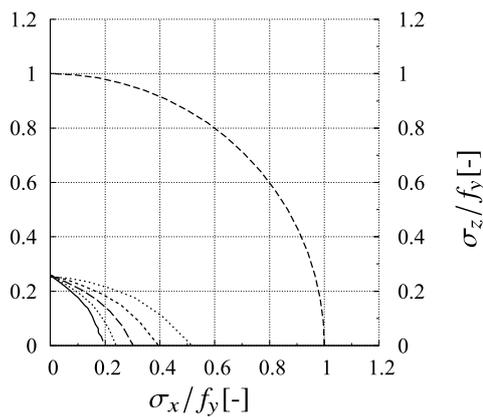
c) $b/t = 100$



d) $b/t = 150$



e) $b/t = 250$



- von Mises
- $\psi = 1$
- $\psi = 0.5$
- - - $\psi = 0$
- $\psi = -0.5$
- $\psi = -1$

Abbildung 5.24: Effekt des Spannungsverhältnisses ψ auf die numerischen Ergebnisse (BC-A, $\alpha = 2$, $w_0 = b/200$, Navier'scher Randbedingungen, $\sigma_{Druck} \geq \sigma_{Zug}$, Druck auf der kurzen Seiten).

die lokalen Einzelfelder der Platte in diese Kategorie fallen, ist eine Sonderbehandlung erforderlich, sodass mehrere lokale Imperfektionsformen nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] betrachtet und kombiniert werden. Deswegen werden für das Modell aus einer und mehreren Halbwellen bestehende Imperfektionsformen angesetzt. Die geringste Traglast aus den erhaltenen Ergebnissen wird als entgültiges Ergebnis angenommen und für die Ergebnisse in Abschn. 5.7.4 dargestellt. Die untersuchten Imperfektionskombinationen sind in Tab. 5.1 angegeben.

Tabelle 5.1: Kombinationen der Imperfektionen für Parameterstudie.

Kombination	Beschreibung
1	Global
2	Lokal (eine Halbwelle)
3	Lokal (mehrere Halbwellen)
4	Global +0,7 lokal (mehrere Halbwellen)
5	Global +0,7 lokal (mehrere Halbwellen)
6	Lokal (eine Halbwelle) +0,7 global
7	Lokal (mehrere Halbwellen) +0,7 global

5.7.3 Parameter

Die untersuchten Parameter sind in Tab. 5.2 angegeben. Die Geometrie des Beulfeldes für die Parameterstudie entspricht der angesetzten Geometrie für die Validierung des numerischen Modells in Abschn. 4.5. Um die Daten überschaubar zu halten, wurden die b/t -Verhältnisse zu vier stellvertretenden Werten reduziert. Das Spannungsverhältnis wird durch den Interaktionswinkel Θ von 270° bis 360° in Schritten von $\Delta\Theta = 5^\circ$ variiert, um den gesamten Interaktionsbereich des biaxialen Drucks abzudecken, siehe Abb. 2.1. Somit ergeben sich für das Spannungsverhältnis 2052 mögliche Parameterkombinationen. Wenn alle Imperfektionsformen berücksichtigt werden, werden über 14000 numerische Simulationen durchgeführt. Wie bereits für die Verifizierung des numerischen Modells erwähnt, werden die Geometrien der Steifen so gewählt, dass kein Drillknicken der Steifen auftritt, siehe Abschn. 4.5.2.

Tabelle 5.2: Parameter für die Untersuchung an ausgesteiften Blechfeldern unter biaxiale Druckspannung.

Beulfeld Seitenverhältnis α	Steifigkeit der Längssteifen γ	Schlankheit b/t	Anzahl der Längssteifen N	Interaktionswinkel Θ
1; 1,5; 2	7; 25; 65	65; 100 150, 250	1; 2; 4	0° bis -90° $\Delta\Theta = 5^\circ$



5.7.4 Numerische Ergebnisse

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen werden in mehrere Gruppen unterteilt, um einen besseren Überblick und eine bessere Vergleichbarkeit zu ermöglichen. Somit werden die Ergebnisse für Beulfelder mit einer Steife getrennt für verschiedene Seitenverhältnisse α in Abb. 5.25 bis Abb. 5.27 dargestellt. Da die Ergebnisse mit einer Steife bei der Verifizierung in Absch. 4.5.4 gezeigt haben, dass sie am besten den Bemessungsregeln entsprechen und konservativ im Vergleich zu Beulfeldern mit mehr als einer Steife, die eine etwas höhere Beanspruchbarkeit ergeben, sind, werden die Ergebnisse der Parameterstudie für Platten mit einer Steife im Folgenden diskutiert. Zur Vollständigkeit werden die Ergebnisse für Beulfelder mit zwei und vier Steifen im Anhang, siehe Absch. A.3, dargestellt.

In Abb. 5.25 werden die Ergebnisse für ein Seitenverhältnis $\alpha = 1$ und für drei Steifigkeiten der Steife $\gamma = 7, 25$ und 65 dargestellt. Das Verhältnis σ_x/f_y bezeichnet die Tragfähigkeit in Längsrichtung, während σ_z/f_y die Tragfähigkeit in Querrichtung, etwa senkrecht zur Steife, beschreibt. Die Kurven zeigen, dass die Traglast bei reinem Druck in Querrichtung für alle b/t -Verhältnisse fast unabhängig von der Steifigkeit der Steifen ist. Eine schwache Steife reicht in diesem Fall aus, um globales Beulen zu verhindern, sodass lokales Beulen maßgebend wird. Eine Erhöhung der Tragfähigkeit in Längsrichtung kann deutlich für $\gamma = 7$ bis $\gamma = 25$ festgestellt werden. Bei $\gamma = 25$ ist lokales Beulen, außer bei $b/t = 250$, bereits vorhanden. Aus diesem Grund ist die Erhöhung der Tragfähigkeit bei $\gamma = 25$ bis $\gamma = 65$ geringer.

Für den Interaktionsbereich kann eine sehr interessante Beobachtung gemacht werden, denn im Fall von schwachen Steifen wird eine sehr ungünstige Interaktion gefunden. Insbesondere für $b/t = 250, 150$ und 100 ist eine eher flache Interaktion sichtbar, wobei Querspannungen zu einer großen Reduzierung der Tragfähigkeit in Längsrichtung führen, da Abtriebskräfte maßgebend werden. Stärkere Steifen führen zu einem ziemlich abgerundeten, bauchförmigem und günstigem Interaktionsverhalten, welches durch lokales Beulen dominiert wird. Die Ergebnisse für das Seitenverhältnis $\alpha = 1,5$ werden in Abb. 5.26 dargestellt. Für schwache Steifen, wie auch für $b/t = 150$ und 250 und Steifen mit $\gamma = 25$, wird ein fast lineares Interaktionsverhalten festgestellt. Jedoch führt knickstabähnliches Verhalten in Querrichtung für $\alpha = 1,5$ verglichen mit $\alpha = 1$ zu geringeren Tragfähigkeiten. Für Beulfelder mit einem Seitenverhältnis von $\alpha = 2$ wird die Tragfähigkeit in Querrichtung für schwache Steifen noch mehr reduziert, da globales Beulen auftritt. Für steife Steifen ist die Interaktion ziemlich günstig, da lokales Beulen der Einzelfelder maßgebend wird.

Schlussendlich hängt das Beulverhalten stark von dem Seitenverhältnis, der Schlankheit und der Steifigkeit der Steifen ab, was zu komplett verschiedenen Eigenschaften für die Interaktionskurven im biaxialen Druckbereich führt. Ähnliche Schlüsse können auch für Beulfelder mit zwei oder vier Steifen gezogen werden, siehe Absch. A.3. Außerdem hat eine Erhöhung der Anzahl der Steifen, im Fall von schwachen Steifen, nur einen kleinen Einfluss auf die Tragfähigkeit. Aus den Ergebnissen der numerischen Studie kann empfohlen werden, keine schwachen Steifen zu verwenden, da insbesondere bei biaxialem Druck das Beulverhalten ungünstig ist.

Wenn globales Versagen vermieden werden soll, gibt Kapitel 9, DIN EN 1993-1-5 [22] Informationen zu Steifen und weiteren Details. Für Quersteifen definiert die Norm Mindestanforderungen an Steifen, um eine starre Lagerung der Steife zu gewährleisten. Dazu muss die Steife nach Theorie zweiter Ordnung nachgewiesen werden. Der Nachweis der Steife wird erfüllt, wenn die maximale Spannung in der Steife f_y/γ_{M1} nicht überschreitet und die Verfor-

mung nicht größer als $b/300$ ist. Jedoch beinhaltet DIN EN 1993-1-5 [22] in Bezug auf die Mindestanforderungen für Längssteifen keine genaue Vorgaben. Jüngste Veröffentlichungen wie [8] und [63] nehmen, um den Nachweis gegen globales Beulen zu führen, die Mindestanforderungen für Quersteifen auch für Längssteifen an. Im Rahmen dieses Berichts werden die schwachen Steifen absichtlich verwendet, um zu untersuchen, ob die Bemessungsregeln das globale Beulverhalten richtig abdecken. Daher werden die Längssteifen innerhalb des Beulnachweises nachgewiesen.

Effekt von kombinierten Lasten auf das lokale und globale Beulverhalten

Das Verhältnis von Quer und Längsspannungen hat eventuell einen maßgebenden Einfluss auf die Versagensform von ausgesteiften Beulfeldern. Aufgrund der großen Menge an Daten wird auf eine detaillierte Darstellung aller Versagensfälle in diesem Bericht verzichtet, sodass ein stellvertretender Fall gewählt wird, der die Effekte darstellt. So wird ein Seitenverhältnis von $\alpha = 2$ mit $b/t = 65$ und 25 gewählt. Abb. 5.28 zeigt die verschiedenen Verformungen aus der Ebene für (a) $\Theta = -90^\circ$, (b) $\Theta = 70^\circ$, (c) $\Theta = -45^\circ$ und (d) $\Theta = 0^\circ$, wenn die Traglast erreicht wird, wobei – nur zu Erinnerung – ein Interaktionswinkel von $\Theta = -90^\circ$ reinen Druck in Längsrichtung und $\Theta = 0^\circ$ reinen Druck in Querrichtung bedeutet.

Die deformierten Formen zeigen deutlich die unterschiedlichen Versagensmodi, die in den numerischen Simulationen auftauchen. Während für einachsigen Druck, jeweils in Längs- und Querrichtung, reines lokales Beulen für die Einzelfelder beobachtet wird, wird für die kombinierte Belastung globales Beulen beobachtet. Dies betont, dass Querspannungen zu Abtriebskräften in den Steifen führen, was in Kombination mit Längsspannungen zu globalem Beulen des Gesamtfeldes führt. Der gleiche Effekt tritt ebenfalls umgekehrt auf, wobei Längsspannungen zu Abtriebskräften und globalem Beulen führen, wenn Querspannungen vorherrschend sind.

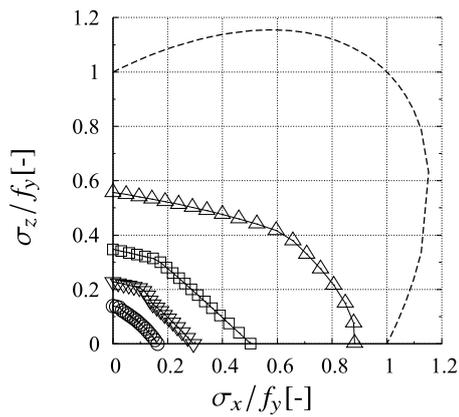
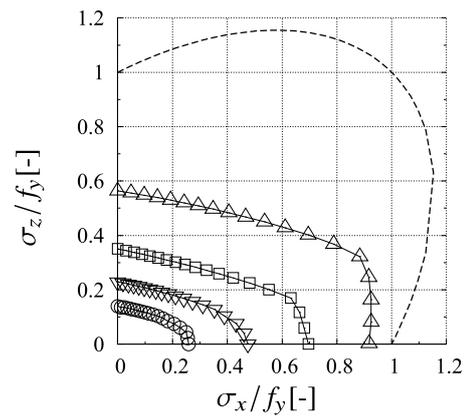
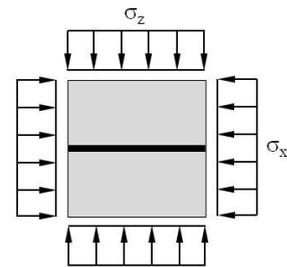
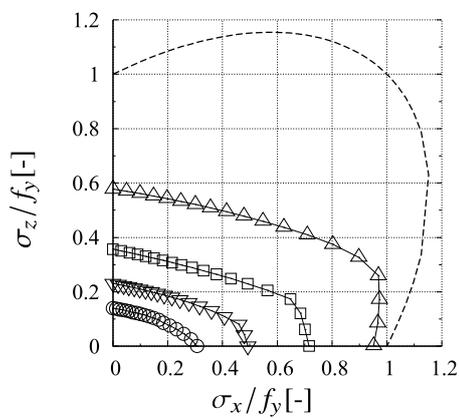
Außerdem ist in Abb. 5.28 die maßgebende Kombination für die Mindesttragfähigkeit gegeben. Durch den Vergleich der maßgebenden Kombination mit Tab. 5.1 wird deutlich, dass für einachsigen Druck die Kombination Nummer 7 mit vorherrschender mehrfacher Halbwellen Imperfektion zur Mindesttragfähigkeit führt, während für einachsige Querspannungen die maßgebende Kombination Nummer 6 mit vorherrschender einfacher Halbwellen Imperfektion relevant ist. Für kombinierte Belastungen werden die Kombinationen Nummer 5 und 6 mit vorherrschenden globalen Imperfektionen maßgebend. Dabei wird die globale Imperfektion für vorherrschenden Druck in Längsrichtung mit der lokalen Imperfektion mit mehrfachen Halbwellen kombiniert. Für vorherrschende Querspannungen wird die globale Imperfektionsform mit der lokalen Imperfektion mit einer Halbwelle kombiniert.

Es ist anzumerken, dass dieser Effekt, bei welchem lokales Beulen für die reinen einachsigen Druckfälle und globales Beulen für die kombinierten Fälle auftritt, bei solchen langen Platten ausgeprägter ist, in welchen Abtriebskräfte die Längssteifen verbiegen können, insbesondere dann, wenn die Steifen nicht steif genug sind.

5.8 Zusammenfassung

Die Analyse des Beulverhaltens bei mehrachsigen Spannungszuständen wird mittels numerischer Parameterstudien an den verifizierten numerischen Modellen durchgeführt. Da das

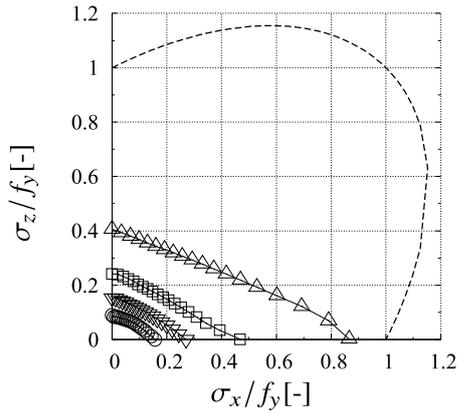


a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

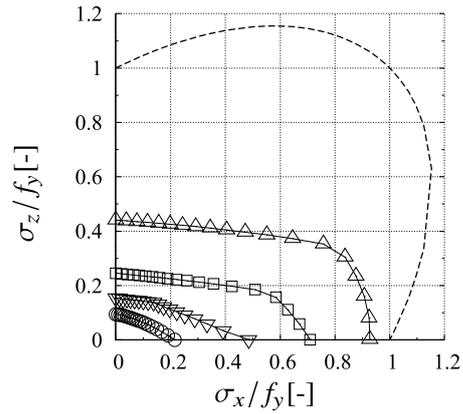
- von Mises
- △— $b/t = 65$
- $b/t = 100$
- ▽— $b/t = 150$
- $b/t = 250$

Abbildung 5.25: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung ($\alpha = 1, n1, b/t = 30, 45, 65$ und 100).

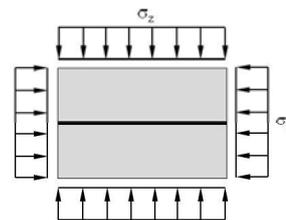
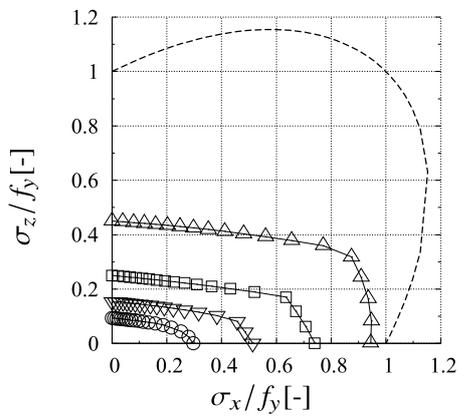
a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



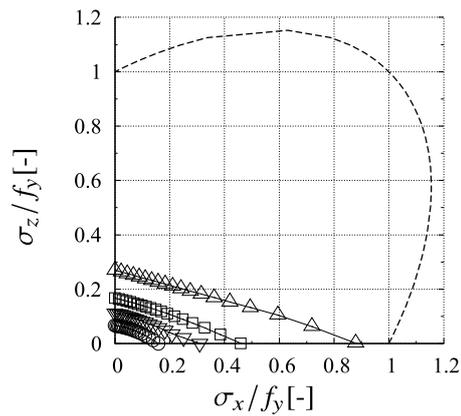
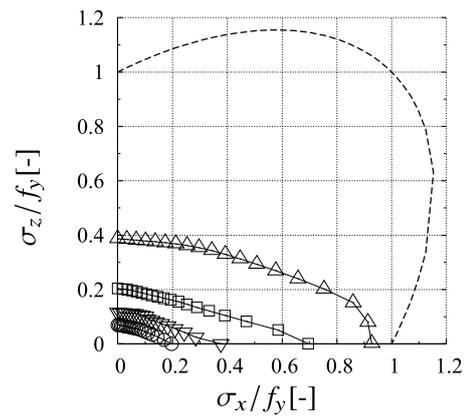
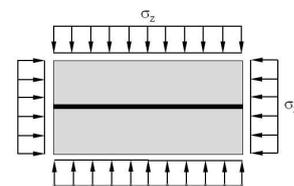
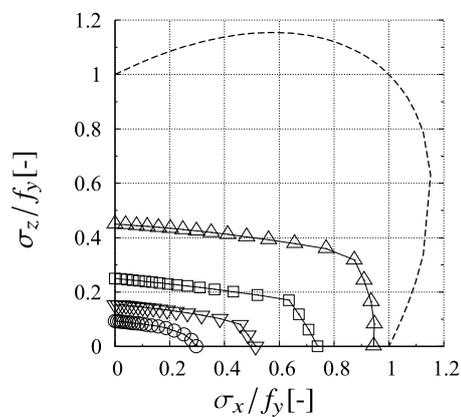
c) $\gamma = 65$



- von Mises
- △— b/t = 65
- b/t = 100
- ▽— b/t = 150
- b/t = 250

Abbildung 5.26: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung ($\alpha = 1,5, n1, b/t = 30, 45, 65$ und 100).

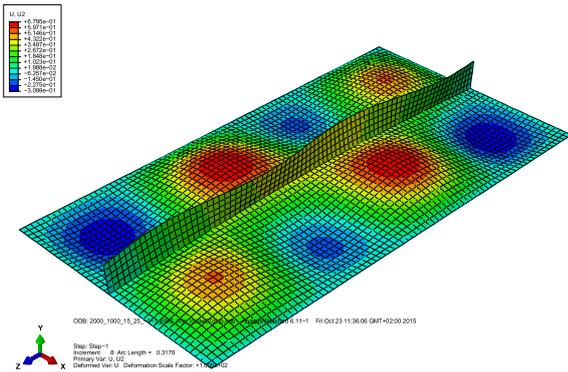


a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

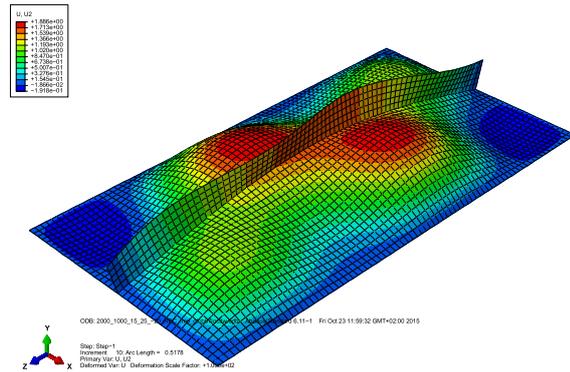
- von Mises
- △— $b/t = 65$
- $b/t = 100$
- ▽— $b/t = 150$
- $b/t = 250$

Abbildung 5.27: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung ($\alpha = 2, n1, b/t = 30, 45, 65$ und 100).

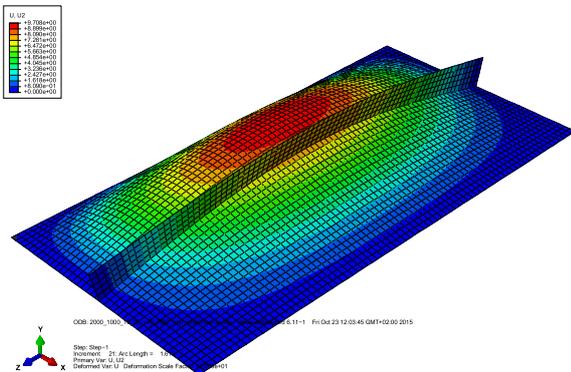
a) $\Theta = 90^\circ$



b) $\Theta = -70^\circ$



c) $\Theta = -45^\circ$



d) $\Theta = 0^\circ$

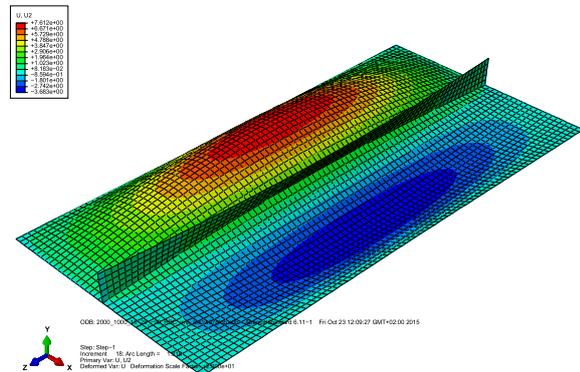


Abbildung 5.28: Versagensformen in Abhängigkeit vom Spannungszustand und maßgebende Imperfektionen ($\alpha = 2, n = 1, b/t = 65, \gamma = 25$).



Spannungsverhältnis, wie schon während den experimentellen Untersuchungen festgestellt wurde, einen maßgebenden Einfluss auf den Versagensmodus hat, werden viele initiale Imperfektionsformen angesetzt, um auf eine geringere, auf der sicheren Seite liegende Grenze für die Ergebnisse abzielen und um unterdrückte Übergänge bei den Versagensfällen zu verhindern. Die Parameterstudie wird mit dem ABAQUS-intern Python Interpreter [83] und einem parametrisierten Modell, indem die jeweiligen Parameter und Imperfektionen durch ein MATLAB Unterprogramm angewendet werden, durchgeführt.

Die Ergebnisse für Beulfelder mit Zug-Druck Beanspruchung werden für mehrere Randbedingungen und Seitenverhältnisse des Beulfeldes gezeigt und verglichen. Es können unterdrückte Modusübergänge beobachtet werden. Diese werden beispielhaft an einer quadratischen Platte gezeigt. Bei der Anwendung einer einzelnen Halbwellen Imperfektion wird eine Traglast erreicht, welche schlagartig sinkt, wenn das Zug-Druck Verhältnis zunimmt, sodass schlussendlich für weitere Untersuchungen die untere Hüllkurve der Ergebnisse, unter Berücksichtigung mehrerer Imperfektionsformen, benutzt wird. Es zeigt sich, dass die Randbedingungen hauptsächlich für vorherrschenden einachsigen Druck einen Einfluss auf die Traglast haben. Mit zunehmendem Zug verschwinden die Unterschiede. Die Untersuchungen an langen Beulfeldern werden in Beulfelder unterteilt, die einerseits auf der kurzen Seite durch Druck und andererseits auf der langen Seite mit Druck belastet werden. Die Beulfelder, die auf der kurzen Seite mit Druck belastet werden, sind bereits durch die Untersuchungen an quadratischen Beulfeldern abgedeckt, während die Beulfelder mit Druckspannung an der langen Seite höhere Absenkungen zeigen, da dort knickstabähnliches Verhalten eine Rolle spielt. Die maßgebende Imperfektionsform ist in diesem Fall eine einfache Halbwellenform.

Um den Effekt von Zug- sowie Druckspannungen auf Schubbeulen zu bewerten, werden weitere Parameterstudien durchgeführt. Da Schubspannungen in der Praxis meist zusammen mit Biegung auftreten, wird der Effekt des Spannungsgradienten ψ in den Untersuchungen berücksichtigt. Beulfelder die durch Schub und überwiegend Zug belastet werden, zeigen eine positive Wirkung der Zugspannungen, besonders für $\psi \geq 0$. Bei Beulfeldern unter Schub- und überwiegend Druckspannung zeigen die numerischen Ergebnisse, dass die Normalspannungen einen stärkeren Einfluss auf die Schubbeanspruchbarkeit haben als umgekehrt. Während für einachsigen Druck die Form der Interaktionskurven unabhängig von der Plattenschlankheit ist, hat die Schlankheit im Falle von Spannungsgradienten einen Einfluss auf die Form der Interaktionskurven.

Weitere numerische Untersuchungen konzentrieren sich auf das Beulverhalten von ausgesteiften Beulfeldern mit biaxialer Druckspannung. Dazu sind verschiedene Kombinationen von Imperfektionen nach Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] für das numerische Modell anzuwenden. Die Untersuchungen berücksichtigen verschiedene Schlankheiten, das Seitenverhältnis des Beulfeldes, die Steifigkeit der Steifen wie auch die Anzahl der Steifen. Die Ergebnisse betonen die Empfindlichkeit des ausgesteiften Beulfeldes gegenüber biaxialem Druck bei schwachen Steifen. Ähnliche Ergebnisse treten auch bei langen Platten auf, wo globales Beulen maßgebend für Querspannungen werden kann, während für kleinere Seitenverhältnisse und sogar für schwache Steifen normalerweise lokales Beulen auftritt. In bestimmten Fällen tritt lokales Beulen für einachsigen Druck in beiden Richtungen auf, während globales Beulen im Interaktionsbereich auftritt. Folglich scheint eine „allgemeine Trennung der Lastfälle“ für ausgesteifte Beulfelder nicht sinnvoll zu sein, da Abtriebskräfte eventuell zu einem globalen Versagen führen.

6 Entwicklung des Nachweiskonzeptes

6.1 Allgemein

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen aus Absch. 5 werden mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], Absch. 6.3 verglichen. Die Vergleiche der numerischen Untersuchungen mit den aktuellen Bemessungsregeln zeigen einige Schwachstellen, welche deshalb durch einen Verbesserungsvorschlag in Absch. 6.3 behoben werden sollen. In Absch. 6.5 wird für die Bestimmung eines Teilsicherheitsbeiwertes eine statistische Auswertung nach DIN EN 1990 [21] durchgeführt.

6.2 Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln

6.2.1 Überblick

Die Vergleiche werden in Absch. 6.2.2 in unausgesteifte Beulfelder unter Normalspannung unterteilt. Dabei werden die Effekte von Zugspannungen auf das Beulverhalten bei einer mehrachsigen Interaktion von Zug-Druck untersucht. Die numerischen Ergebnisse für den Einfluss von Druck, Zug, sowie Biegung beim Schubbeulen werden mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] in Absch. 6.2.3 verglichen. Die Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter zweiachsiger Druckspannung werden nach DIN EN 1993-1-5 [22] in Absch. 6.2.4 dargestellt.

Um diesen Bericht übersichtlicher zu gestalten, werden nur die Ergebnisse für ausgewählte Fälle gezeigt. Zudem wird für die fehlenden Fälle auf Absch. B im Anhang verwiesen.

6.2.2 Beulfelder unter Normalspannungen

Die numerischen Ergebnisse werden mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen. Dabei wird der Beulwert, wie in Gl. (2.6) und in Abb. 2.2 gezeigt, berechnet, um die Zugspannungen für die Bestimmung der Schlankheit zu berücksichtigen, siehe Abb. 2.11. Somit entsprechen die Interaktionskurven für die Randbedingung BC-A der Abb. 2.14. Die numerischen Ergebnisse der Randbedingungen BC-B und BC-C werden mit der Winterkurve, siehe Abb. 4.13 und der Beulkurve nach Anhang B, EN 1993-1-5 [31] verglichen, was auch in Absch. 4.4.4.2 zu sehen ist.

Im Allgemeinen werden die Ergebnisse von Beulfeldern unter Normalspannung in quadratische und lange Platten unterteilt, da sich das Beulverhalten gegenüber dem knickstabähnlichen Verhalten unterscheidet. Um diesen Abschnitt übersichtlich zu gestalten, werden nur die Unter-



suchungen an BC-C dargestellt. Die anderen Ergebnisse sind in Absch. B.1 zusammengefasst.

Quadratische Beulfelder

Die Vergleiche für quadratische Platten werden für BC-C in Abb. 6.1 und in Abb. B.1 dargestellt. In Abb. B.2 sind die Ergebnisse für BC-A und BC-C zusammengefasst. Es lässt sich feststellen, dass der Einfluss der Zugspannungen auf das Beulverhalten positiv zu bewerten ist. Der Interaktionswinkel Θ hat bei der Überschneidung des von Mises Kriteriums den gleichen Wert wie bei der Bemessung nach DIN EN 1993-1-5 [22] sowie bei den numerischen Simulationen. Im Bereich dazwischen können jedoch einige unsichere Ergebnisse gefunden werden. Deshalb würden die aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] zu einer Überschätzung der Traglasten führen, wenn Zugspannungen bei der Bemessung berücksichtigt werden würden.

Eine weitere Beobachtung aus dem direkten Vergleich ist das Fehlen der Knicke in den Ergebnissen der numerischen Simulationen, während die Interaktion nach DIN EN 1993-1-5 [22] Knicke im Kurvenverlauf aufweist. Diese Knicke resultieren, wie bereits in Absch. 2.3.2 erwähnt, aus den Spitzenwerten an den Übergangspunkten der Beulformen, siehe Absch. 2.2. Die Spitzenwerte führen zu erhöhten Beulwerten und dadurch zur Abnahme der Schlankheit des Beulfeldes. Aus diesem Grund sind die erwähnten Knicke zu sehen. Der Vergleich zeigt eindeutig, dass das Bemessungsverfahren verbessert werden muss, um die positive Wirkung der Zugspannungen zu berücksichtigen und die Ergebnisse auf der sicheren Seite liegen.

Lange Beulfelder

In Abb. 6.2 ist der Vergleich der aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] zu sehen. Diese zeigt den positiven Einfluss der Zugspannungen aus den numerischen Ergebnissen von BC-C. Die Ergebnisse der Randbedingungen BC-A und BC-B sind in Abb. B.6 und Abb. B.7 abgebildet. Obwohl die Ergebnisse der aktuellen Bemessungsregeln für BC-A und BC-B auf der sicheren Seite liegen, zeigen die Diagramme eine über den Interaktionsbereich variable Abweichung. Es ist wichtig, dass das Verfahren nicht nur zu auf der sicheren Seite liegenden Ergebnissen führt, sondern auch die numerischen Ergebnisse berücksichtigt, um das Verfahren in der Zukunft auch zuverlässig anwenden zu können.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen für die Randbedingungen BC-A und BC-C, ergibt der Vergleich für BC-C in Abb. 6.2 fast über den gesamten Interaktionsbereich, sogar für Druck, unsichere Ergebnisse. Dies wurde auch von BRAUN [10] beobachtet, welcher die zweiachsige Druckbeanspruchung an langen Beulfeldern untersucht hat. Dieser ging jedoch nicht näher auf das Problem ein. Ähnliche Lösungen erarbeitete sich SEITZ [80] durch seine Forschungen und machte einen Vorschlag für eine modifizierte Interpolationsformel (siehe Gl. (2.33)) bei knickstabähnlichem Verhalten, siehe Absch. 2.4.7.

6.2.3 Beulfelder unter Normal- und Schubspannung

Die Vergleiche von Beulfeldern mit Normal- und Schubspannungsspannung mit vorherrschendem Zug werden in Abb. 6.3 für $\psi = 1$ und in Abb. 6.4 für $\psi = -0,5$ dargestellt. Für vorherrschenden Druck werden die Ergebnisse in Abb. 6.5 für $\psi = 1$ und in Abb. 6.6 für

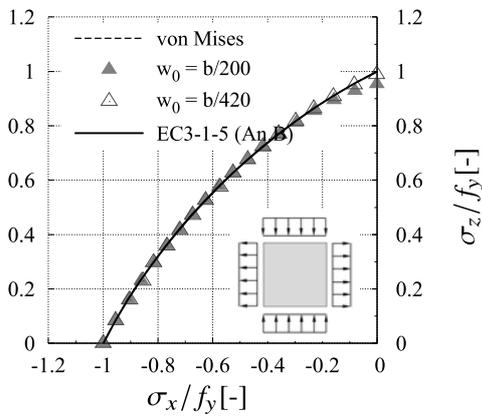
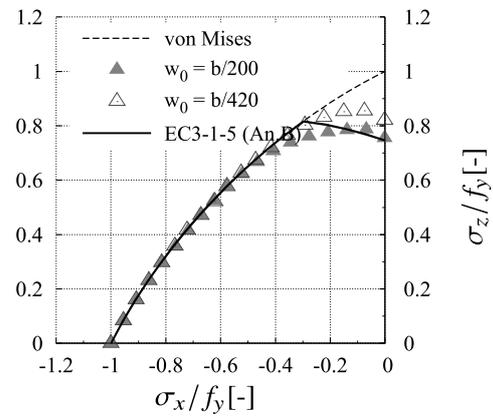
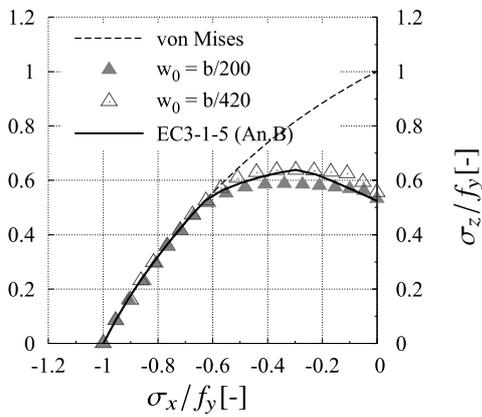
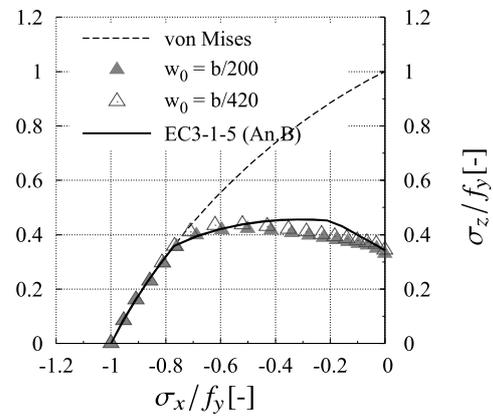
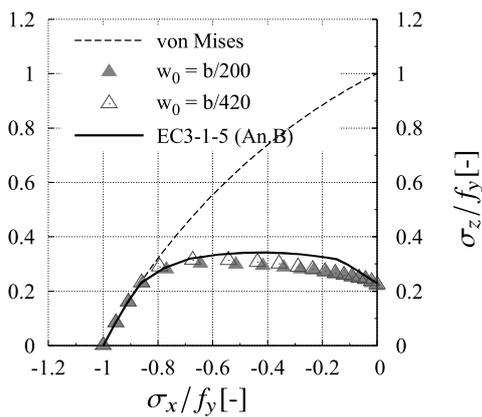
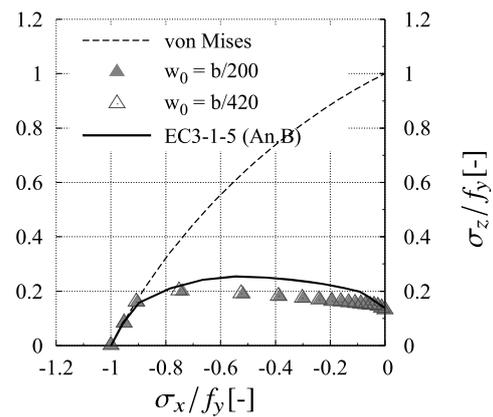
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 6.1: Vergleich der numerischen Ergebnisse den mit aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] unter Verwendung von Anhang B (BC-C, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, maßgebende Imperfektion).



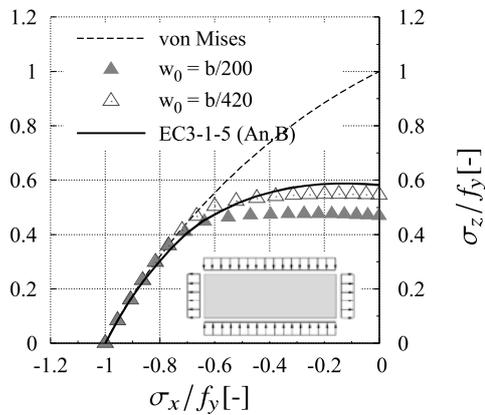
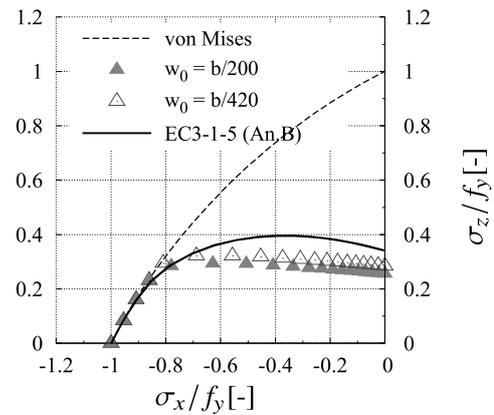
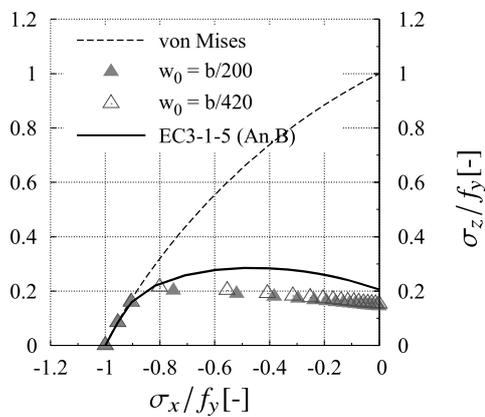
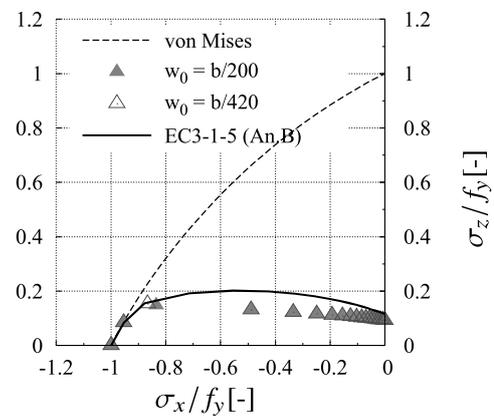
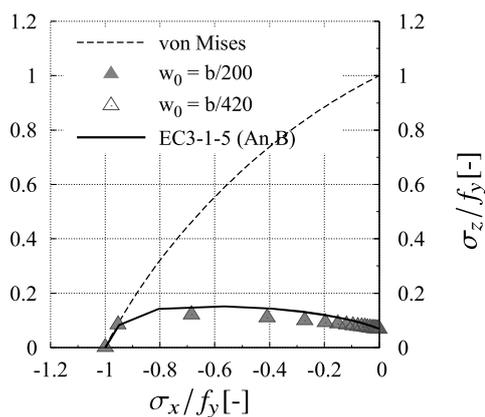
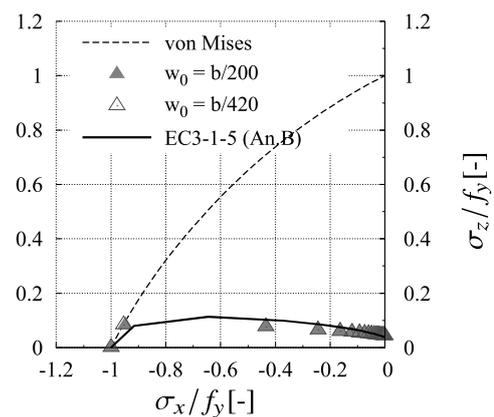
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 6.2: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] unter Verwendung von Anhang B (BC-C, $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, Druck auf der langen Seite).

$\psi = -1$ verglichen. Die übrigen Vergleiche sind in Absch. B.1 dargestellt.

Der Vergleich zwischen den numerischen Ergebnissen für Zug-Schub ($\psi = 1$) und den Bemessungsregeln ergibt eine gute Übereinstimmung. Da der Effekt der Zugspannung richtig berücksichtigt wird, ist eine Anpassung der Bemessungsregeln für diesen Fall nicht notwendig. In Abb. 6.4 wird der Vergleich beispielhaft mit einem Spannungsgradienten für Normalspannungen $\psi = -0,5$ dargestellt. Daher werden die zwei möglichen Interpretationen A und B, wie bereits in Absch. 2.3.2 und Abb. 2.21 erläutert, aufgegriffen. Bei der Interpretation A wird der Beulnachweis an der Stelle mit der maximalen Spannung geführt. Die Ergebnisse dieser Variante führen im Vergleich mit Interpretation B zu eher konservativen Ergebnissen. Bei der Interpretation B wird eine Fallunterscheidung zwischen Beulen und Versagen berücksichtigt. Die Ergebnisse werden in Abb. 2.21 visualisiert. Der Vergleich der numerischen Ergebnisse mit beiden Interpretationen führt zu dem Schluss, dass Interpretation B wirtschaftlichere Ergebnisse liefert, da sie den numerischen Ergebnissen besser ähnelt. Außerdem ist Interpretation B zeitaufwändiger als Interpretation B. Beim Nachweis zur Interpretation B muss ein Beulnachweis sowie zusätzlich ein Festigkeitsnachweis durchgeführt werden. Daher können Stege theoretisch teilweise plastisches Verhalten aufweisen, was bei der Interpretation A nicht möglich ist.

Bei der Interaktion zwischen Druck und Schub gibt es für reinen Schub ($\psi = 1$) eine gute Übereinstimmung zwischen den Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] und den numerischen Simulationen, siehe Abb. 6.5. Die Interaktionskurve stimmt gut mit den numerischen Kurven überein. Nur für gedrungene Beulfelder ($b/t = 45$) lassen sich einige Überschätzungen der Traglasten feststellen. Dies wurde bereits von BRAUN [10] für zweiachsigen Druck festgestellt, da die Beulfelder in diesem Fall empfindlicher gegenüber den angesetzten Imperfektionsamplituden sind. Deshalb stellt sich vor allem bei gedrungenen Beulfeldern die Frage, welche Imperfektionsamplitude bei numerischen Simulationen sinnvoll ist. Dennoch zeigt der Vergleich, dass die Norm allgemein zutreffende Ergebnisse liefert und sich daher für die Berechnung von Beulfeldern mit Druck-Schub Interaktion eignet. Die numerischen Simulationen für Biegung und Schub mit vorherrschendem Druck ($\sigma_c \geq \sigma_t$) werden für $\psi = -1$ in Abb. 6.6 gezeigt. Die weiteren Vergleiche sind in Absch. B.1 abgebildet. Die Neuberechnungen der Beulkurven in Absch. 4.4.4 stimmen für Biegebeanspruchungen gut mit den numerischen Simulationen und den Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] überein. Deshalb werden für die Vergleiche von der Biegeinteraktion mit Schub die Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] und nach DIN 18800-3 [18] (in den Diagrammen mit „DC“ bezeichnet) verwendet. Die Interaktionskurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] zeigen gute Ergebnisse. Bei der Annäherung an reine Druckspannungen sind die Kurven eher konservativ und sollten deshalb optimiert werden, wobei die Kurven nach DIN 18800-3 [18] sehr gut zu den Ergebnissen der numerischen Simulationen passen. Jedoch wird die Interaktion überschätzt. Schlussendlich lässt sich feststellen, dass die aktuelle Norm [22] zu sicheren Ergebnissen führt. Die Kurven nach DIN 18800-3 [18] könnten das vorhandene Potential ausschöpfen, jedoch ist dafür eine Anpassung der aktuellen Bemessungsformel notwendig.

6.2.4 Ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung

Die numerischen Ergebnisse ausgesteifter Beulfelder unter zweiachsiger Druckspannung werden beispielhaft für eine Längssteife und $\alpha = 1$ mit den Interaktionskurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen, siehe Abb. 6.7. Die anderen Vergleiche sind in Absch. B.3 abge-



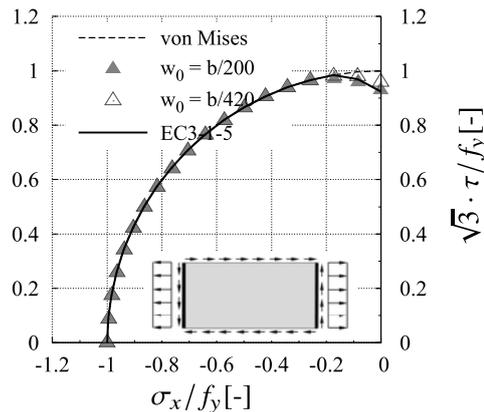
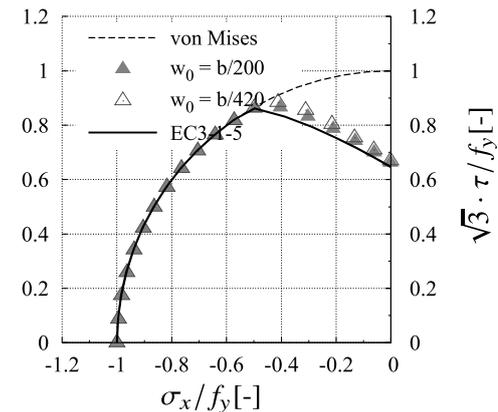
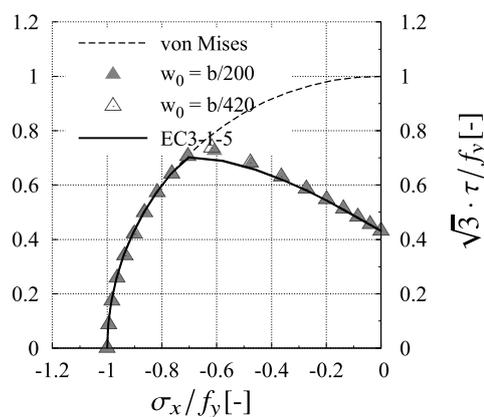
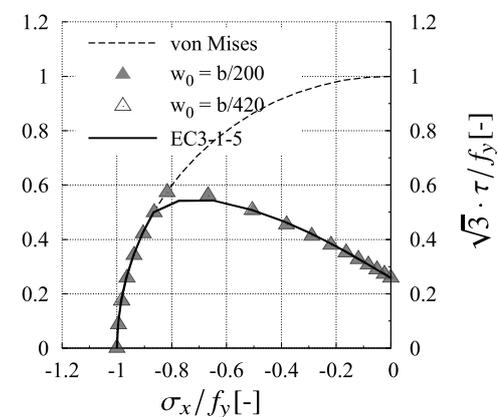
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

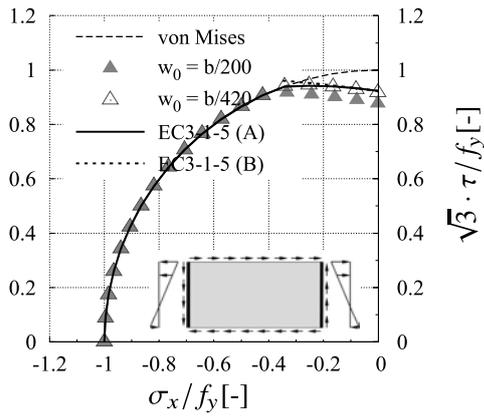
Abbildung 6.3: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] (BC-A, $\psi = 1$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).

bildet. Die numerischen Ergebnisse werden mit und ohne Berücksichtigung des V-Faktors nach BRAUN [10] mit DIN EN 1993-1-5 [22] verglichen. Allgemein lässt sich erkennen, dass der Verlauf der Interaktionskurven mit V-Faktor passender ist. Die Nichtberücksichtigung des Faktors führt in fast jedem Fall zu einer Überschätzung der Traglasten. Die Kurven mit der Berücksichtigung des V-Faktors hingegen passen sehr gut zu den numerischen Ergebnissen. Selbst bei schwachen Steifen, bei welchen globales Beulen maßgebend ist, werden die eher linearen Eigenschaften der numerischen Ergebnisse von den Interaktionskurven berücksichtigt. Jedoch führt die Anwendung schwacher Steifen zu einer starken Interaktion, welche vor allem in der Praxis zu vermeiden ist. Trotzdem können schwache Steifen zum Beispiel bei der Neuberechnung bereits gebauter Brücken berücksichtigt werden. Für die stärkeren Steifen stimmen die numerischen Simulationen und die Interaktionskurve sehr gut überein. Dies beweist, dass die Anwendung des V-Faktors für ausgesteifte Beulfelder geeignet ist.

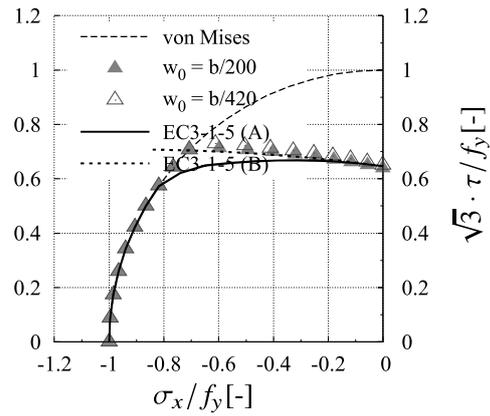
Des Weiteren kann in fast jedem Fall eine Überschätzung der Traglasten in Querrichtung beobachtet werden. Diese Überschätzung tritt in dem Bereich auf, in dem knickstabähnliches Verhalten auftritt. Dies wurde für nicht ausgesteifte Beulfelder bereits in Absch. 6.2.2 und von SEITZ [80] und BRAUN [10] festgestellt.

Die Beanspruchbarkeit nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] wird in Abb. 6.8 mit und ohne

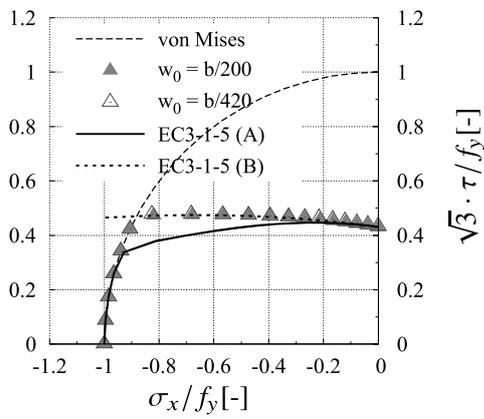
a) $b/t = 70$



b) $b/t = 100$



c) $b/t = 150$



d) $b/t = 250$

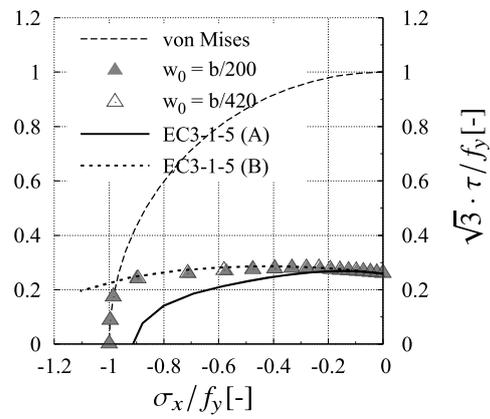


Abbildung 6.4: Vergleich der numerische Ergebnisse mit aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] (BC-A, $\psi = -0,5$, $\sigma_t > \sigma_c$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



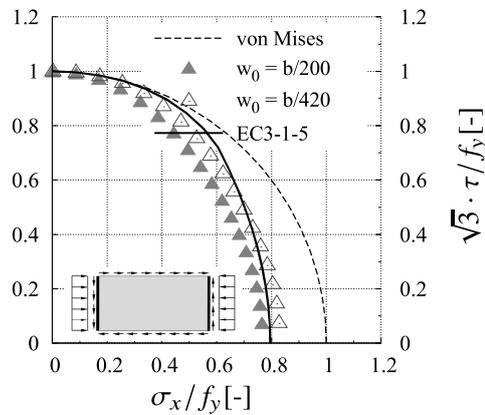
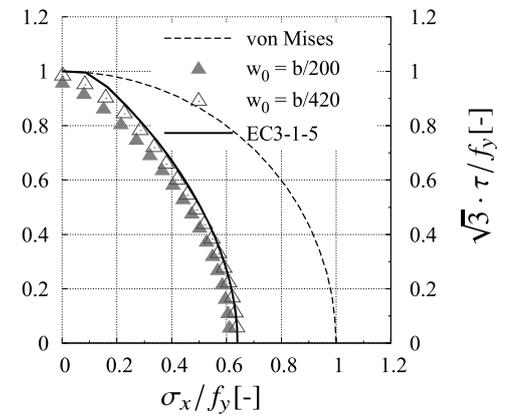
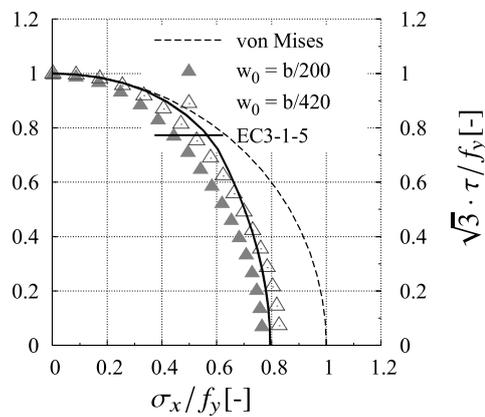
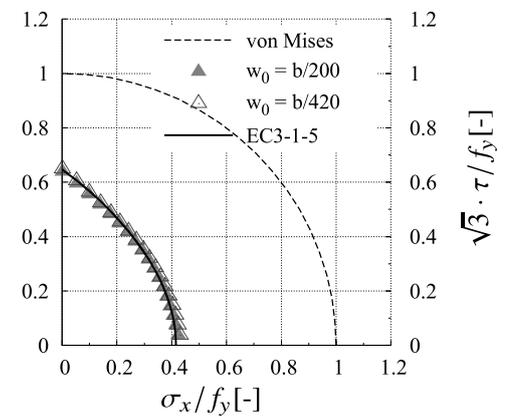
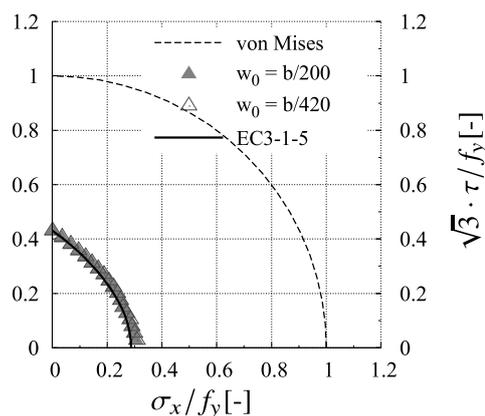
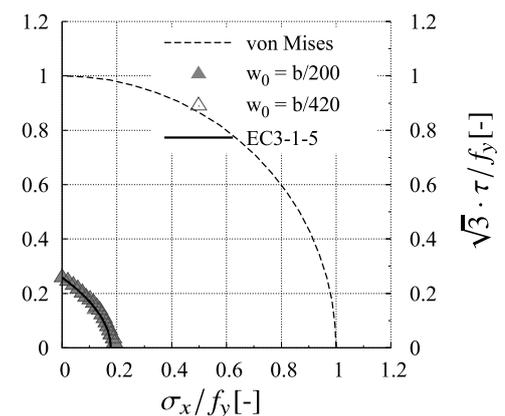
a) $b/t = 45$ b) $b/t = 60$ c) $b/t = 70$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 6.5: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] (BC-A, $\psi = 1$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).

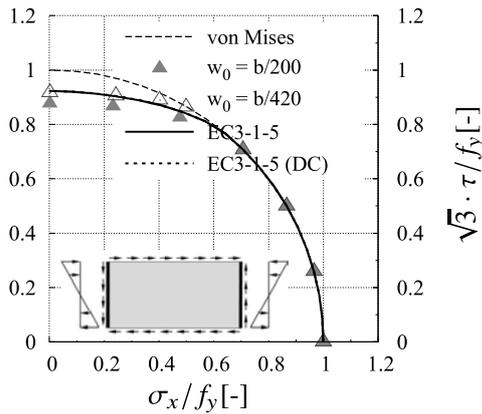
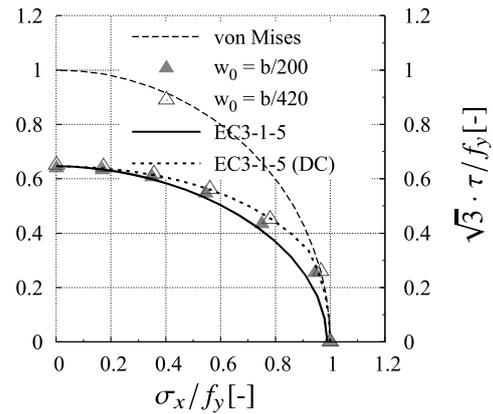
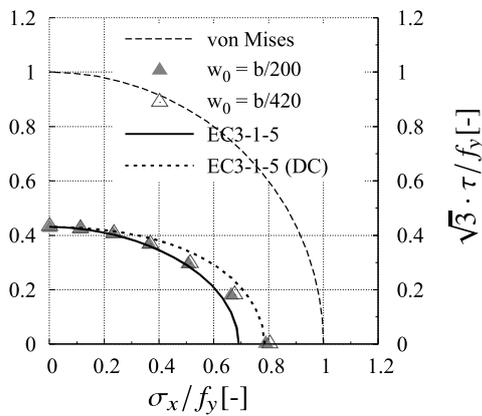
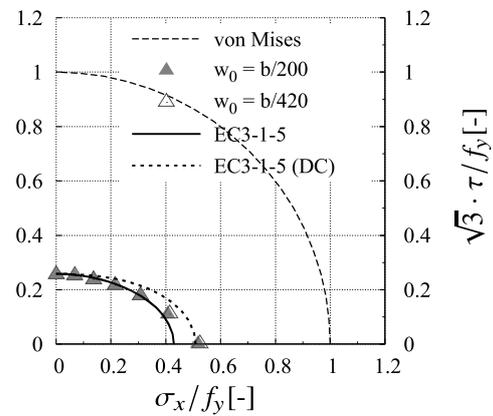
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

Abbildung 6.6: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] (BC-A, $\psi = -1$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



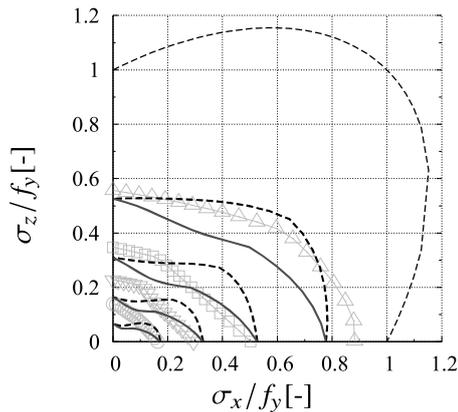
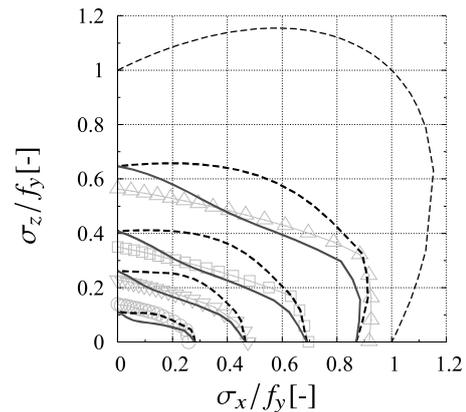
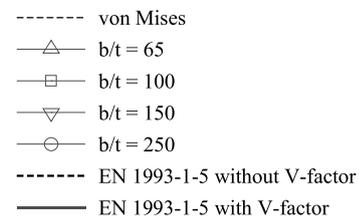
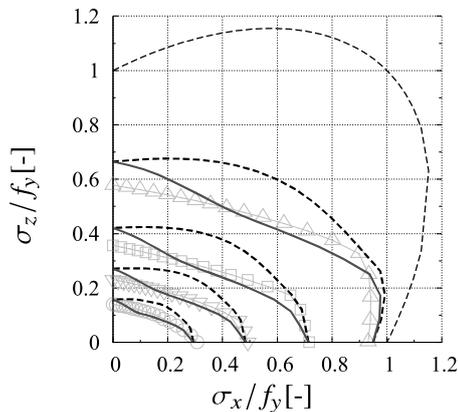
a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

Abbildung 6.7: Vergleich der numerische Ergebnisse mit aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung ($\alpha = 1, n = 1, b/t = 65, 100, 150$ und 250).

V-Faktor über der Anzahl der numerischen Simulationen dargestellt. Es zeigt sich, dass eine nicht Berücksichtigung des Faktors zu unsicheren Ergebnissen mit einer Traglast, die 50 % über den Ergebnissen der numerischen Simulationen liegt, führt. Zudem tritt auch eine starke Schwankung des Verhältnisses auf. Durch den V-Faktor kann diese Schwankung größtenteils angepasst werden. Es ist jedoch immer noch eine Streuung sichtbar. Die Spitzen mit unsicheren Ergebnissen sind die Folge von vorherrschenden Querspannungen bei knickstabähnlichem Verhalten.

Einfluss der Interpolation zwischen knickstabähnlichem und plattenartigem Verhalten

Der Vergleich der numerischen Simulationen mit den Bemessungsregeln zeigt, dass die Traglast bei Querspannungen systematisch überschätzt wird. Um dieses Problem zu beheben, sollte

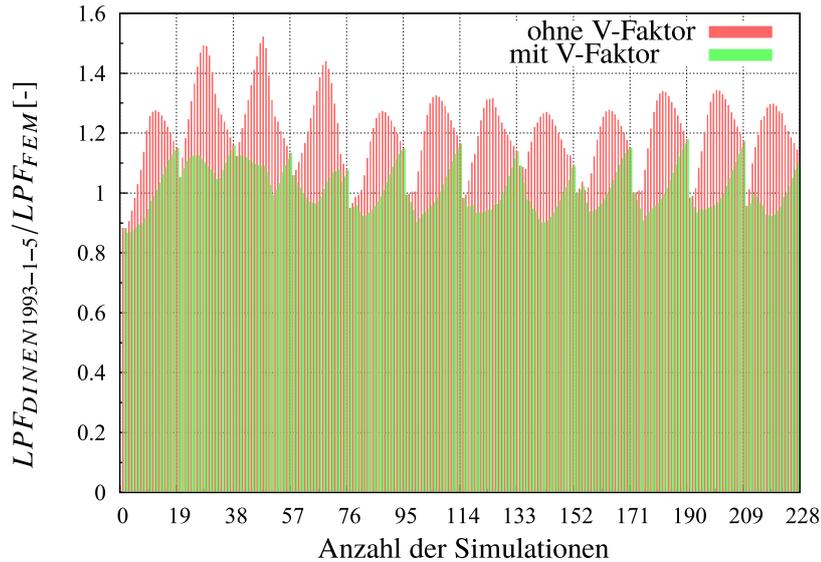
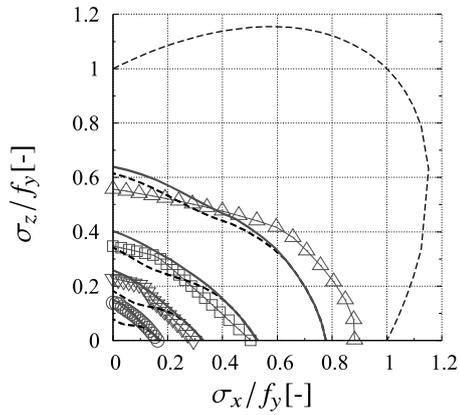
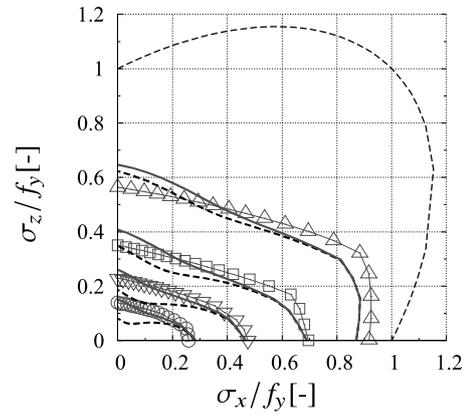
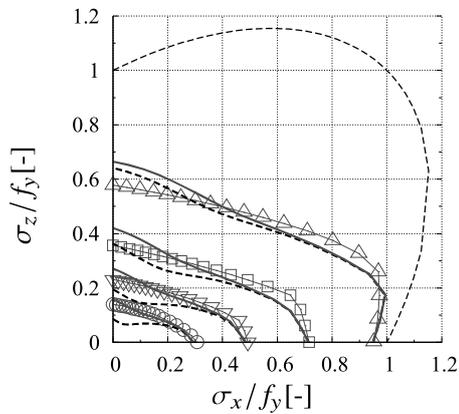


Abbildung 6.8: Einfluss des V-Faktors auf die Traglasten nach Kapitel 10, DIN EN 1993-1-5 [22] im Vergleich mit numerischen Simulationen ($\alpha = 1$, $n = 1$).

die Formel modifiziert werden. Eine weitere Möglichkeit ist, eine andere Abminderungskurve zu verwenden. Dies wird in diesem Bericht jedoch nicht weiter untersucht.

SEITZ [80] hat eine modifizierte Formel vorgeschlagen, die die Interpolation von plattenartigem und knickstabähnlichem Beulverhalten berücksichtigt. Diese Änderung wurde jedoch auf Basis unausgesteifter Beulfelder durchgeführt. Um jedoch einen Vergleich durchführen zu können, wird dieser Vorschlag beispielhaft in Querrichtung für ausgesteifte Beulfelder in Abb. 6.9 angewendet. Die Ergebnisse zeigen, dass die Interpolation von SEITZ [80] zu geringen Traglasten führt. Der Vorschlag von SEITZ [80] zeigt immer noch unsichere Ergebnisse. Somit lässt sich feststellen, dass diese Formulierung für ausgesteifte Beulfelder neu modifiziert werden muss. Dies wird in diesem Bericht jedoch nicht untersucht.



a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

- von Mises
- △— $b/t = 65$
- $b/t = 100$
- ▽— $b/t = 150$
- $b/t = 250$
- interpolation acc. to SEITZ
- interpolation acc. to EN 1993-1-5

Abbildung 6.9: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln [22] unter Verwendung des V-Faktors und der Interpolationsgleichung von SEITZ [80] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung ($\alpha = 1$, $n = 1$, $b/t = 65$, 100, 150 und 250).

6.3 Verbesserung des Nachweiskonzeptes

6.3.1 Vorschlag

Wie bereits in den vorherigen Kapiteln gezeigt wird, führt das aktuelle Bemessungsverfahren für mehrachsige beanspruchte Beulfelder eventuell zu unsicheren Ergebnissen. Die numerischen Untersuchungen haben für unausgesteifte Beulfelder mit Zug-Druck Beanspruchung Unstimmigkeiten gezeigt. Um dieses Problem zu lösen, wird eine Erweiterung des V-Faktors vorgeschlagen. Weiterhin haben die Untersuchungen an Beulfeldern mit Zug- und Schubspannung gezeigt, dass die aktuellen Bemessungsregeln mit den numerischen Simulationen gut übereinstimmen, sodass für diesen Fall keine Anpassung notwendig ist. Für Druck oder Biegung und Schub ergeben sich mit dem aktuellen Bemessungsverfahren ebenfalls gute Resultate. Jedoch zeigen die Neuberechnungen der Beulkurven für Biegung, dass die aktuellen Beulkurven eher konservative Ergebnisse ergeben, während die Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] sehr gut zu den numerischen Simulationen passen, siehe Absch. 4.4.4.2. Vergleiche in Absch. 6.2.3 zeigen, dass für den Fall von reiner Biegung, wenn für den Nachweis die Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] verwendet werden würden, die Ergebnisse viel besser zu den numerischen Ergebnissen passen würden. Jedoch können im Interaktionsbereich auch unsichere Ergebnisse auftreten. Da die Form der Interaktionskurven von der Schlankheit des Beulfeldes abhängt, wird für den Fall Biegung-Schub eine Modifikation des Exponenten e_3 vorgeschlagen.

Die allgemeine Formulierung der Interaktionsformel wird in Gl. (6.2) gezeigt. Nach DIN EN 1993-1-5 [22] werden alle Exponenten e_1 , e_2 und e_3 zu 2 und $V = 1$ gesetzt. Die vorgeschlagenen Exponenten und der V-Faktor werden unter der Gleichung definiert. Bei dem neuen Vorschlag bleiben die Exponenten e_1 und e_2 unverändert, während für e_3 eine Modifikation vorgeschlagen wird, um bei der Interaktion von Biegung und Schub bessere Ergebnisse zu erhalten, wenn die günstigeren Kurven nach DIN 18800-3 [18] verwendet werden.

Um den Vorschlag an die Anforderungen eines harmonisierten Formates der Normen anzupassen, orientiert sich die vorgeschlagene Formulierung des Exponenten e_3 an EN 1993-1-6 [32]. Jedoch wird die Schlankheit nach EN 1993-1-6 [32] getrennt für jede Richtung bestimmt. Außerdem wird der V-Faktor, der von BRAUN [10] vorgeschlagen wird, für den Fall einwirkender Zugspannungen angepasst. Die numerischen Simulationen für lange Beulfelder zeigen, dass in Querrichtung, wo normalerweise verformbare Randbedingungen vorhanden sind, die positive Wirkung von Zugspannungen für andere Randbedingungen überschätzt wird. Aus diesem Grund enthält die Formulierung des V-Faktors für knickstabähnliches Verhalten unter Berücksichtigung der Interpolation nach SEITZ [80] eine Abhängigkeit von dem Wichtungsfaktor ξ_z .

Tab. 6.1 zeigt eine Zusammenfassung der verschiedenen Definitionen für den Exponenten e_3 . Der neue Vorschlag wird nur für den Interaktionsfall Biegung-Schub empfohlen, wenn die Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] verwendet werden. Wenn jedoch die Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] verwendet werden, ist der derzeitige Exponent $e_3 = 2$ ausreichend und kann angesetzt werden, siehe Absch. 6.2.3. In Tab. 6.2 ist ein Überblick für den Exponenten e_3 gegeben.

Die Spitzen des Beulwerts, welche bereits in Absch. 2.2.2 diskutiert wurden, werden, wie auch schon von LINDNER & RUSCH in [61] vorgeschlagen, nicht in Betracht gezogen, da die folgenden erhöhten Beanspruchbarkeiten weder in der Realität noch in den numerischen Simulationen beobachtet werden. Außerdem wird für die Interpolation von plattenartigem



und knickstabähnlichem Verhalten der Vorschlag von SEITZ [80], wie in Absch. 2.4.7 gezeigt, angenommen, da die aktuelle Norm, DIN EN 1993-1-5 [22] für die Randbedingung BC-C (mit verformbaren Ränder in der Ebene) zu unzutreffenden Ergebnissen führt. Für einen besseren Überblick wird hier nochmal die Interpolation für die Berücksichtigung des knickstabähnlichen Verhaltens in Querrichtung nach SEITZ [80] dargestellt.

$$\rho_c = \chi_c + (\rho - \chi_c) \cdot f \quad (6.1)$$

wobei: $f = \bar{\lambda}_p^{-0,5} \cdot \ln(\xi_z + 1)^{0,9}$ und $\xi_z = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1$

$$\left(\frac{\sigma_x}{\rho_{c,x} \cdot f_y}\right)^{e_1} + \left(\frac{\sigma_z}{\rho_{c,z} \cdot f_y}\right)^{e_2} - V \cdot \left(\frac{\sigma_x}{\rho_{c,x} \cdot f_y}\right) \left(\frac{\sigma_z}{\rho_{c,z} \cdot f_y}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \tau}{\chi_w \cdot f_y}\right)^{e_3} \leq 1 \quad (6.2)$$

mit: $e_1 = e_2 = 2$

$e_3 = 1,25 + 0,75 \cdot \chi_w^2$ für den allgemeinen Fall, (wenn für die Bestimmung des Reduktionsbeiwert ρ_x die Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] verwendet werden, sonst $e_3 = 2$)

$e_3 = 2$ wenn σ_x und/oder σ_z reiner Zug oder reiner Druck sind/ist

$V = \rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}$ wenn σ_x und σ_z Druck sind [10]

$V = 1/(\rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}^{2-\xi_z})$ wenn σ_x und/oder σ_z Zug sind/ist

$\rho_{c,x}$ der Reduktionsbeiwert nach Tabelle 1, DIN 18800-3 [18] oder nach Absch. 4.5.4(1), DIN EN 1993-1-5 [22]

für die Längsrichtung, falls erforderlich unter Berücksichtigung knickstabähnlichen Verhaltens

$\rho_{c,z}$ der Reduktionsbeiwert nach Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] für die Querrichtung, falls erforderlich unter

Berücksichtigung knickstabähnlichen Verhaltens

der Reduktionsbeiwert für Schubbeulen

nach 5.3(1), DIN EN 1993-1-5 [22]

Tabelle 6.1: Verschiedene Definitionen für den Exponent e_3 .

Faktor e_3	nach	Bezeichnung
$e_3 = 2$	DIN EN 1993-1-5 [22]	-
$e_3 = 1 + \kappa_x \cdot \kappa_z \cdot \chi_\tau^2$	DIN 18800-3 [18]	V1
$e_3 = 1,5 + 0,5 \cdot \chi_\tau^2$	EN 1993-1-6 [32] (allgemeiner Fall)	V2
$e_3 = 1,75 + 0,25 \cdot \chi_\tau$	EN 1993-1-6 [32] (Zylinderschale)	V3
$e_3 = 1,25 + 0,75 \cdot \chi_w^2$	Neuer Vorschlag	New



Tabelle 6.2: Überblick für das Exponent e_3 im Fall von Biegung.

	Abminderungskurve nach DIN 18800-3 [18]	Abminderungskurve nach DIN EN 1993-1-5 [22]
Formel	$\rho = c \cdot \left(\frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \right) \leq 1$ mit $c = 1,25 - 0,25 \cdot \psi \leq 1,25$	$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p^{-0,055 \cdot (3+\psi)}}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0$
$e_3 =$	$1,25 + 0,75 \cdot \chi_w^2$	2

6.3.2 Beulfelder unter Normalspannung

Der Vergleich des verbesserten Nachweiskonzeptes wird im Folgenden mit den numerischen Untersuchungen aus Absch. 5 durchgeführt und für quadratische und lange Beulfelder unterteilt, um den Einfluss von plattenartigem Verhalten zu untersuchen. Um diesen Abschnitt nicht zu ausführlich zu gestalten, werden hier nur die Ergebnisse für die Randbedingung BC-C dargestellt, wohingegen die Randbedingungen BC-A und BC-B in `secdrefcompnumnewannexdirect` zu finden sind.

Quadratische Beulfelder

Abb. 6.10 zeigt den Vergleich zwischen dem vorgeschlagenen neuen Nachweisformat und den numerischen Simulationen für die Randbedingung BC-C. Es lässt sich erkennen, dass die vorgeschlagenen Interaktionskurven und die numerischen Ergebnissen einen gleichen Verlauf haben, sodass die positive Wirkung der Zugspannungen beim Bemessungsverfahren berücksichtigt werden kann. Die Vergleiche für die Randbedingungen BC-A und BC-B werden in Abb. C.1 und Abb. C.2 dargestellt. Die Abbildungen zeigen auch eine Übereinstimmung der vorgeschlagenen Interaktionskurven und den numerischen Ergebnissen, sodass angenommen werden kann, dass der Vorschlag unabhängig von den Randbedingungen zu zutreffenden Ergebnissen führt.

Aus den Vergleichen der numerischen Simulationen mit dem verbesserten Nachweisformat kann gefolgert werden, dass der Vorschlag für alle betrachteten Randbedingungen gute Ergebnisse liefert. Deshalb ist eine sichere und zuverlässige Bemessung für schlanke Beulfelder unter mehrachsigen Spannungszuständen im gesamten Parameterbereich möglich.

Lange Beulfelder

Der Vergleich der langen Beulfelder mit der Randbedingung BC-C wird in Abb. 6.11 dargestellt. Da im Fall von plattenartigem Verhalten der Vergleich zwischen den numerischen Ergebnissen und den aktuellen Regeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], wie in Absch. 6.2.2 gezeigt, ein empfindlicheres Verhalten von Beulfeldern mit der Randbedingung BC-C ergab, wird eine Fallunterscheidung durch den Exponent für ρ_z von $(2 - \xi_z)$ in der Definition des V-Faktors eingeführt, siehe Gl. (6.2). Da die Verformungen in x-Richtung normalerweise konstant bleiben, wird der Exponent nur für die Querrichtung angewendet, wo der Rand in der Ebene frei



verformbar ist. Die vorgeschlagenen Interaktionskurven stimmen gut mit den numerischen Simulationen überein, siehe Abb. 6.11. Zusätzlich zu dem neuen Vorschlag werden die Kurven ohne die Anwendung des genannten Exponentes zum Vergleich in Abb. 6.11 gezeigt und dort als „NEW*“ bezeichnet.

Die Ergebnisse für die Randbedingungen BC-A und BC-B sind in Abb. C.6 und Abb. C.7 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass der neue Vorschlag zu guten Ergebnissen für alle Fälle führt, sodass die positive Wirkung der Zugspannungen auch für Beulfelder berücksichtigt werden kann, bei welchen plattenartiges Verhalten maßgebend wird. Es ist anzumerken, dass bei der Berechnung der Interaktionskurven bereits der Vorschlag von SEITZ [80] angesetzt ist.

6.4 Beulfelder unter Normal- und Schubspannungen

Wie in Abb. 6.5 zu sehen ist, ergibt das aktuelle Nachweiskonzept gute Ergebnisse für die Interaktionen von Schub und reinem Druck ($\psi = 1$) und ebenso für Zug-Schub, sodass für diese Fälle ein Exponent von $e_3 = 2$ empfohlen wird. Jedoch wird die Interaktionskurve für den Exponenten e_3 , nach Tab. 6.1, zur Vollständigkeit in Abb. 6.12 dargestellt. Sie zeigt für alle Fälle sichere Ergebnisse, jedoch eher konservative Ergebnisse für den neuen Vorschlag, welcher für den Fall Biegung-Schub kalibriert ist.

Der Vergleich zwischen den numerischen Ergebnissen und den Interaktionskurven wird für den Fall Biegung-Schub in Abb. 6.13 dargestellt. Die Interaktionskurven sind mit den Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] berechnet worden, was im Fall von $\psi \neq 1$ besser zu den numerischen Simulationen als zu den Beulkurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] passt, siehe Absch. 4.4.4.2. Der neue Vorschlag stimmt für den Fall von $\psi \neq -1$ mit den numerischen Ergebnissen wie auch den anderen betrachteten Fällen überein, siehe Abschnitt D.2. Deshalb führt der Vorschlag auch für Beulfelder mit Normal- und Schubspannungen zu sicheren Ergebnissen.

6.5 Statistische Auswertung des entwickelten Nachweiskonzepts

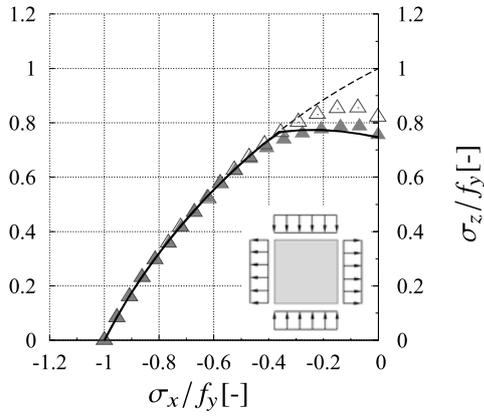
6.5.1 Allgemein

Bei der konstruktiven Auslegung wird die Tragfähigkeit als Bemessungswert unter Berücksichtigung von mehreren Unsicherheiten berechnet. Es wird eine statistische Auswertung des neuen Vorschlags durchgeführt, um die Zuverlässigkeit zu prüfen. DIN EN 1990 [21] enthält die Grundlage für die Bemessung nach dem Eurocode und gibt detaillierte Informationen zur Durchführung statistischer Analysen. Die Festlegung des Teilsicherheitsbeiwerts ist in DIN EN 1990, Anhang D.8 [21], gegeben und gibt im Allgemeinen zwei Methoden an:

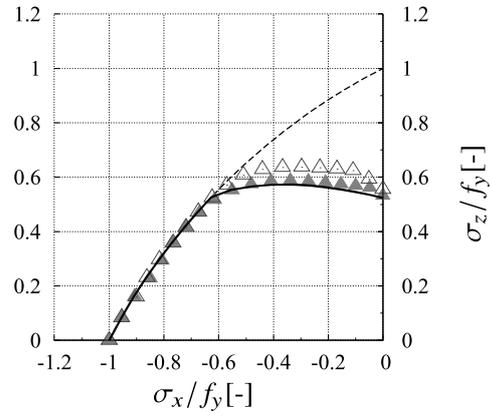
- Statistische Bestimmung einer einzelnen Eigenschaft (Anhang D, Kapitel 7)
- Statistische Bestimmung eines Widerstandsmodells (Anhang D, Kapitel 8)

Die erste Methode gibt Details zur Ableitung von Bemessungswerten für eine einzelne Eigenschaften, wie die Festigkeit als einzige statistische Variable, an. DIN EN 1990 setzt für die Anwendung dieser Methode spezifische Test-Typen voraus, um direkt die Tragfähigkeit oder Gebrauchstauglichkeit für gegebene Belastungsbedingungen, wie z.B. für Ermüdungs- oder

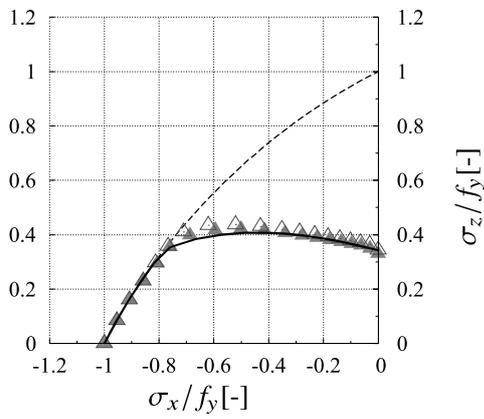
a) $b/t = 45$



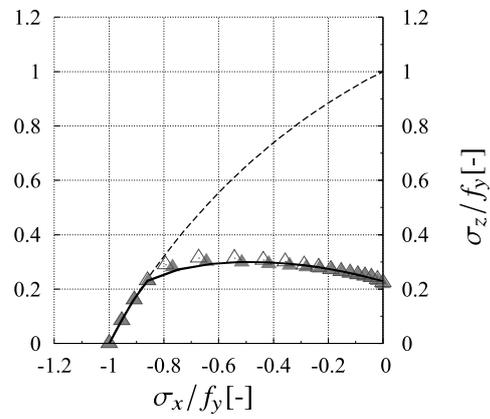
b) $b/t = 65$



c) $b/t = 100$



d) $b/t = 150$



e) $b/t = 250$

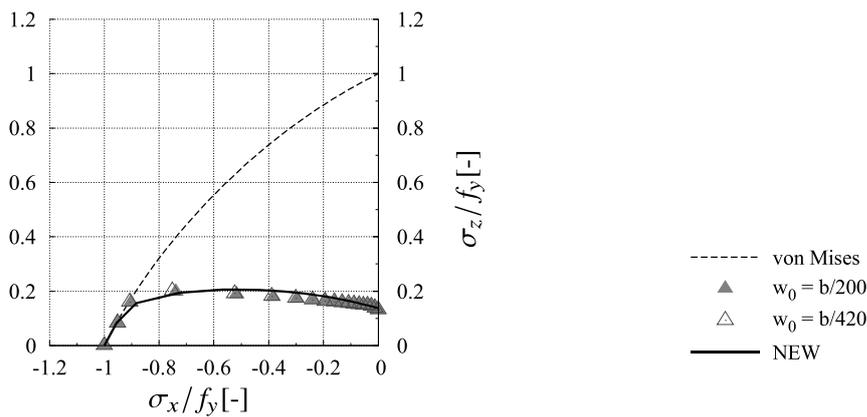


Abbildung 6.10: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit dem neuen Vorschlag unter Verwendung der Beulkurve nach Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22] (BC-C, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, maßgebende Imperfektion).



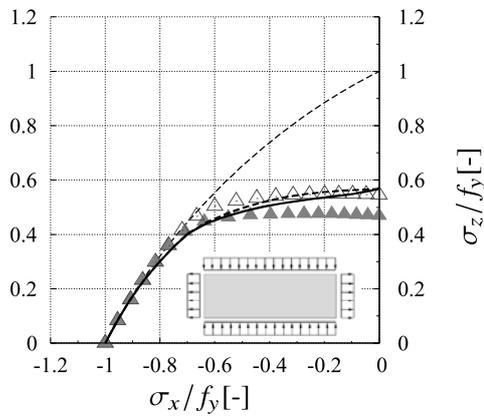
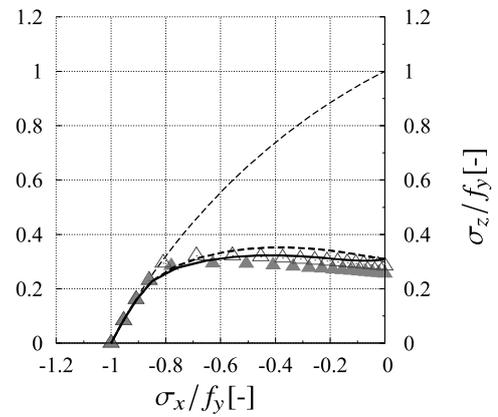
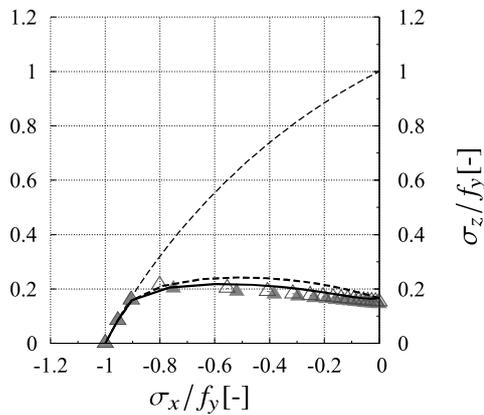
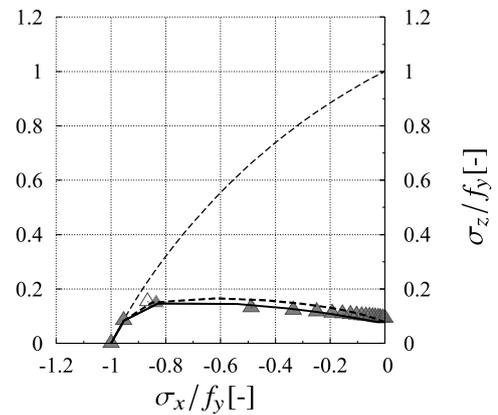
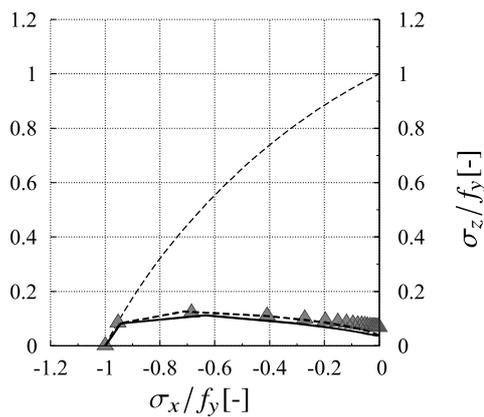
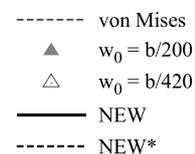
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung 6.11: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit dem neuen Vorschlag (BC-C, $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, Druck auf der langen Seite).



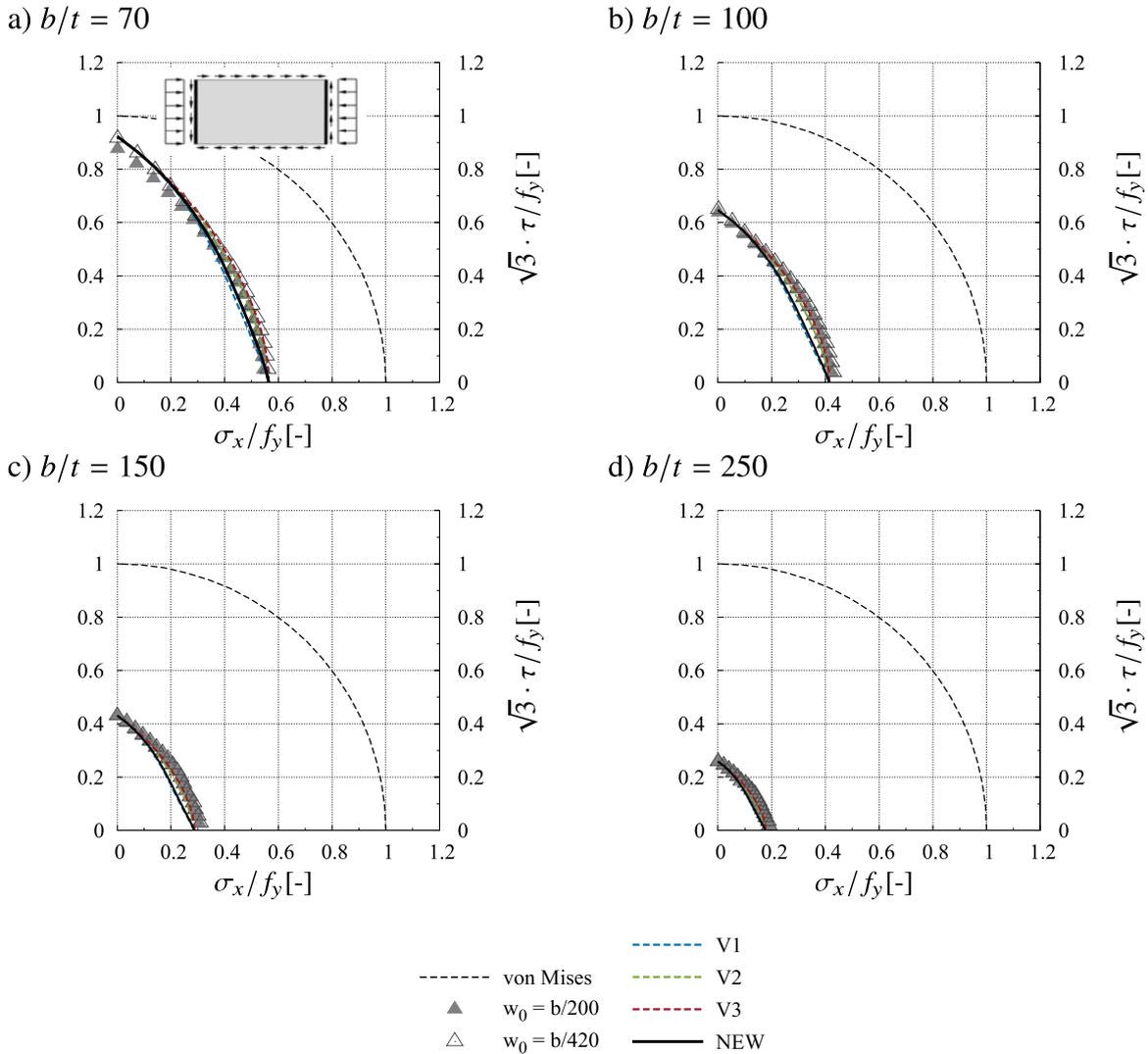


Abbildung 6.12: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit verschiedenen Ansätzen für den Exponent e_3 (BC-A, $\psi = 1$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



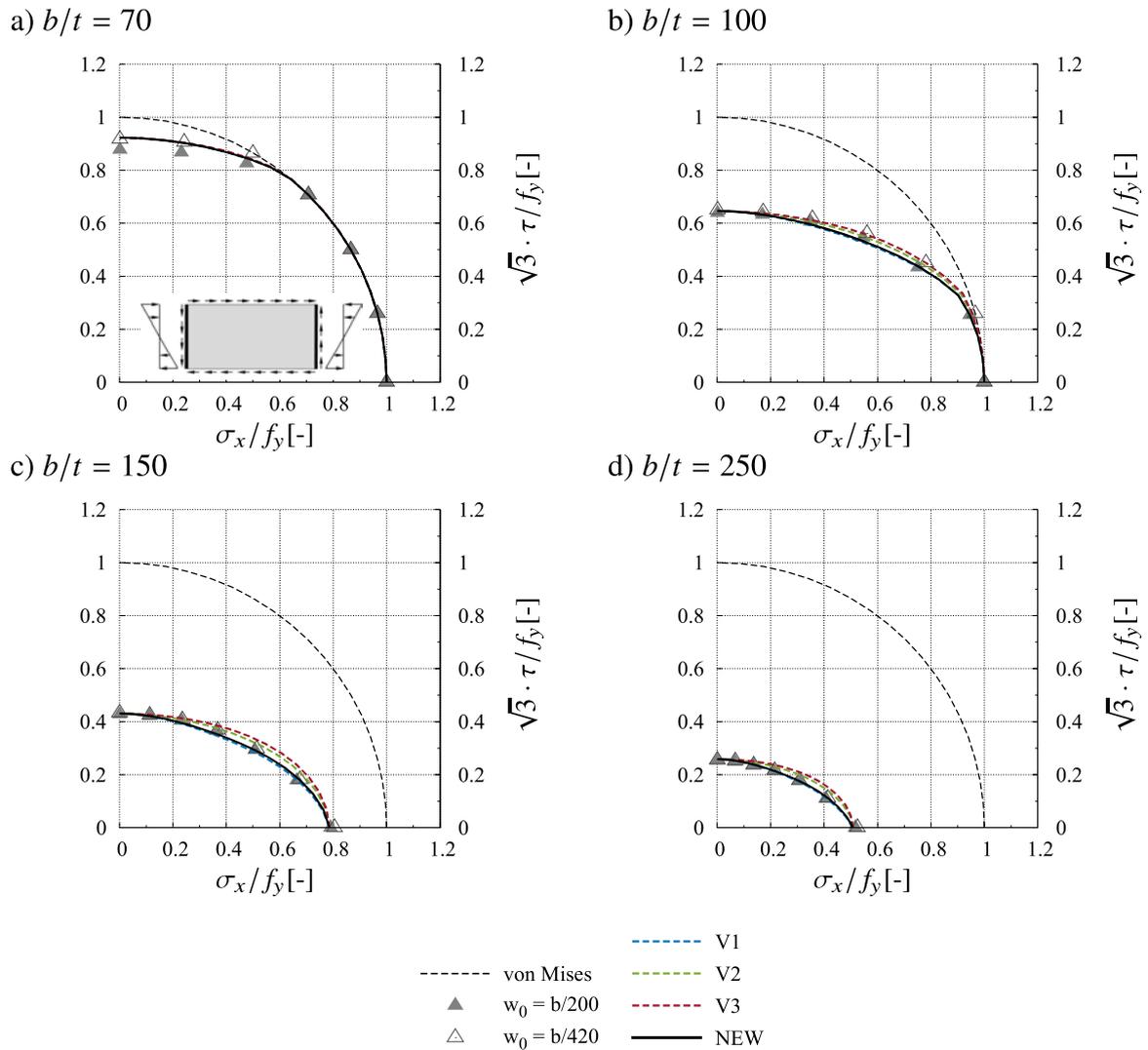


Abbildung 6.13: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit verschiedenen Ansätzen für den Exponent e_3 (BC-A, $\psi = -1$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).

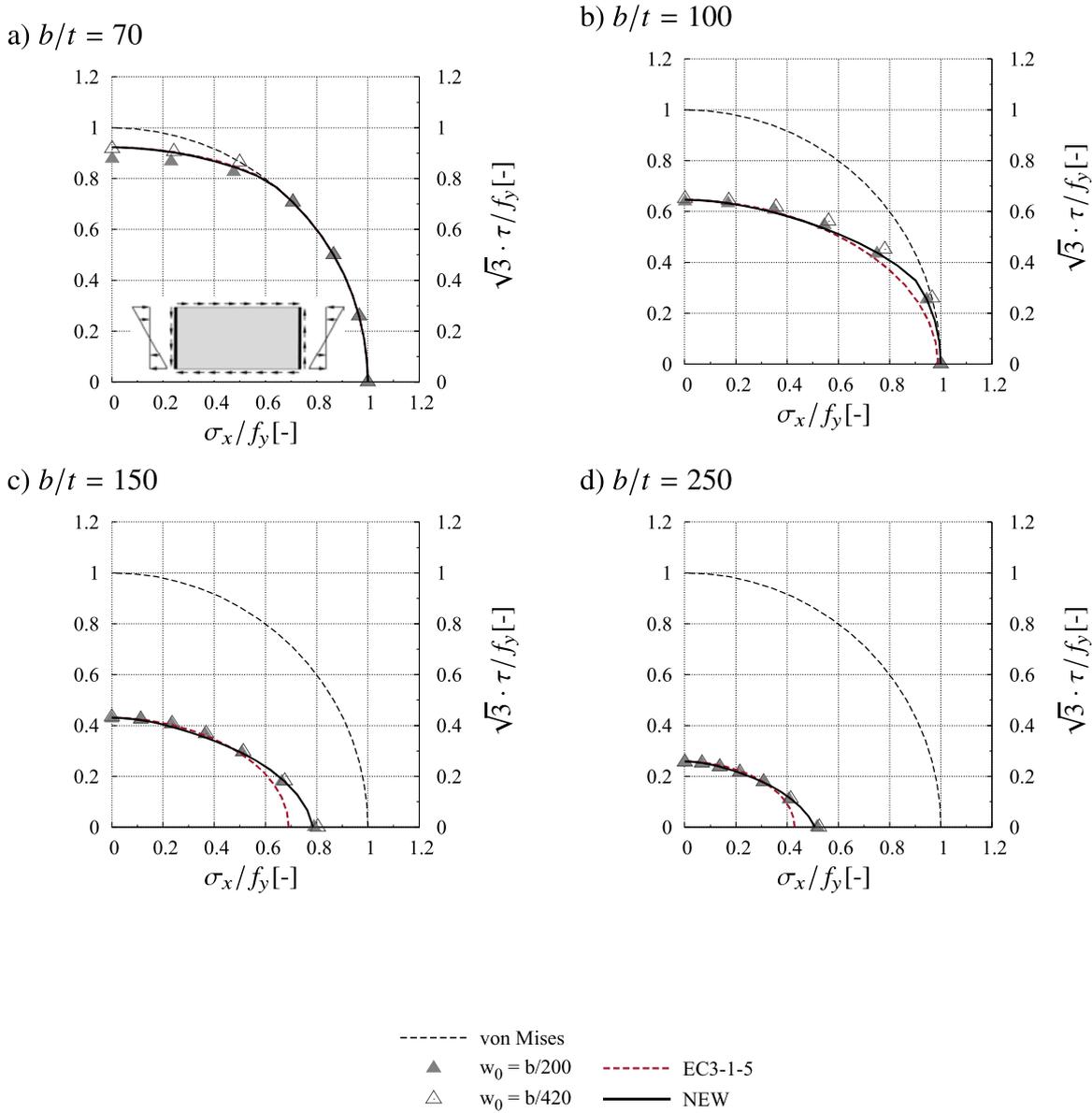


Abbildung 6.14: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit dem aktuellen Bemessungskonzept nach dem neuen Vorschlag (BC-A, $\psi = -1$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



Stoßbelastungen zu ermitteln. Weiterhin eignet sich das Verfahren für Versuche, um mit Hilfe bestimmter Prüfverfahren spezifische Materialeigenschaften zu erhalten. Da die Anforderungen für die Anwendung der ersten Methode nicht erfüllt sind, wird im Rahmen dieses Berichts die allgemeinere Vorgehensweise nach DIN EN 1990, Anhang D.8 [21] angenommen. Diese Methode berücksichtigt den Einfluss der Variationen der Parameter, die nicht durch die numerischen Simulationen abgedeckt sind. Im Folgenden wird das Verfahren wie in DIN EN 1990 [21] Schritt für Schritt beschrieben.

6.5.2 Statistische Auswertung eines Widerstandsmodells

In DIN EN 1990, Anhang D.8 [21], ist das Verfahren für die statistische Auswertung in sieben Schritte unterteilt. KÖVESDI [50] sowie SINUR [84] fügen noch einen Schritt für die Bestimmung von V_{FEM} hinzu. KÖVESDI [50] behandelt die Materialeigenschaften separat, die auch innerhalb dieses Berichts separiert werden und so in Übereinstimmung mit den Grundsätzen der DIN EN 1990 [21] behandelt werden. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte zur Bestimmung der Teilfaktoren gezeigt. Beispielhaft wird das Vorgehen für den Fall von Zug-Druck-Belastung von quadratischen Platten demonstriert.

Schritt 1: Entwickeln des Bemessungsmodells

Es muss ein theoretisches Widerstandsmodell entwickelt werden, das den numerischen Ergebnissen entspricht und eine Funktion einer unabhängigen Variablen \underline{X} darstellt, siehe Gl. (6.3). Das Theoretische Modell wurde in Absch. 6.3 vorgestellt und wird im Folgenden evaluiert.

$$r_t = g_{rt}(\underline{X}) \quad (6.3)$$

Schritt 2: Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte

Die numerischen Ergebnisse (r_e) werden nun mit den theoretischen Werten (r_t) in einem Diagramm verglichen, um zu überprüfen, ob das Widerstandsmodell gut funktioniert und jeder systematische Fehler in der Widerstandsfunktion ausgeschlossen ist. Ist die Widerstandsfunktion exakt und vollständig, so sollten alle Berechnungspunkte auf der halbierenden Gerade liegen. In der Praxis streuen die Punkte jedoch. Abb. 6.15 zeigt beispielhaft das Bezugsdiagramm ($r_e - r_t$) für den zuvor genannten Fall. Die anderen relevanten Diagramme werden bereits im jeweiligen Kapitel zusammen mit den Interaktionskurven gezeigt.

Schritt 3: Schätzen des Mittelwertkorrekturfaktors b

Wie in Schritt 2 erwähnt, weichen die Punkte in der Praxis von der Winkelhalbierenden ab. Dies führt auf den berechneten Parameter b zurück, welcher mit der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt wird:

$$b = \frac{\sum_i r_{ei} \cdot r_{ti}}{\sum_i r_{ti}^2} = 1,0104 \quad (6.4)$$

Schritt 4: Abschätzen des Variationsfehlerkoeffizienten

Der Fehlerterm für jeden Wert wird mit dem Mittelwertkorrekturfaktor in Schritt 3 bestimmt. Nachfolgend wird das folgende Verfahren durchgeführt, um schließlich den Variationskoeffi-



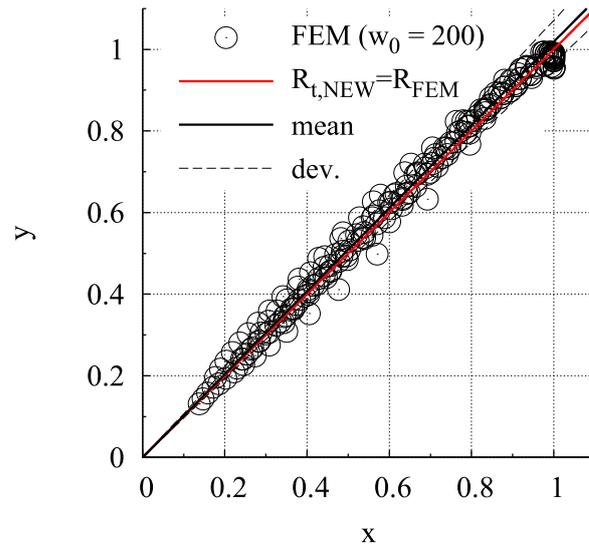


Abbildung 6.15: r_e - r_t Diagramm (Zug/Druck).

zienten des Modells zu ermitteln.

- Fehlerterm für jeden Wert:

$$\delta_i = \frac{r_{ei}}{b \cdot r_{ti}} \quad (6.5)$$

- Logarithmus der Fehlerterme:

$$\Delta_i = \ln(\delta_i) \quad (6.6)$$

- Mittelwert des Logarithmus der Fehlerterme:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = 0,0064 \quad (6.7)$$

- Standardabweichung der Fehlerterme:

$$s_{\Delta}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2 = 0,0027 \quad (6.8)$$

- Schließlich ist der Variationskoeffizient der Fehlerterme definiert als:

$$V_{\delta} = \sqrt{\exp(s_{\Delta}^2) - 1} = 0,0517 \quad (6.9)$$

Schritt 5: Verträglichkeitsprüfung

Die Verträglichkeitsprüfung hat zwei Hauptziele. Eines ist, im Fall hoher Streuung, wirtschaftliche Widerstandsfunktionen zu ermitteln, wobei das Bemessungsmodell korrigiert werden muss oder b und V_{δ} durch Aufteilung der Grundgesamtheit in geeignete Untergruppen geändert



Tabelle 6.3: Variation des Fehlerterms für die verschiedene Randbedingungen .

Randbedingung	V_δ
BC-A	0,0570
BC-B	0,0186
BC-C	0,0446

Tabelle 6.4: Variationskoeffizienten der Grundvariable nach [43].

	Variationskoeffizienten
Dicke t	0,05
Breite	0,005

werden. Das zweite Ziel ist es, durch Umwandlung der Ergebnisse in Untermengen und durch einen Vergleich der Mittelwerte mit den Variationskoeffizienten, den Einfluss von wichtigen Parametern auf die Streuung zu bestimmen. Da in den vorangegangenen Kapiteln die Ergebnisse für jedes b/t -Verhältnis und mehrere Randbedingungen grafisch getrennt dargestellt worden sind, ist die Kompatibilität der Widerstandsfunktion bereits erfolgreich überprüft.

Aus Gründen der Vollständigkeit wird jedoch die Variation der Fehlerterme für die verschiedenen Randbedingungen berechnet und in Tab. 6.3 zusammengefasst. Die Abweichung ist in allen Fällen sehr klein und ähnlich. Für BC-B wird sogar ein extrem kleiner Variationskoeffizient gefunden, was logisch daraus folgt, dass die Referenzkraft für einachsige Belastung auf numerischen Berechnungen basiert. Dies zeigt, dass in diesem Fall das Widerstandsmodell fast perfekt agiert.

Schritt 6: Bestimmung des Variationskoeffizienten V_{X_i} der Basisvariablen

Da die Streueffekte der Basisparameter nicht durch den Test gezeigt werden können, sind für die Ermittlung der Variation weitere Informationen erforderlich. In [43] sind die Werte für V_t und V_b angegeben, siehe Tab. 6.4. Dieser Ansatz wurde bereits von GABERLER [37], KÖVESDI [50], SINUR [84] und TIMMERS [85], wie auch für den gegenwärtigen Bericht angewendet. KÖVESDI [50] führte die statistische Auswertung zusätzlich mit Variationskoeffizienten von JCSS [44] durch, wobei die Abweichungscharakteristiken wie in Gl. (6.10) und Gl. (6.11) beschrieben werden können. TIMMERS [85] wies darauf hin, dass die gegebenen Abweichungen für schlanke Platten zu hoch scheinen, sodass er eine kleinere Standardabweichung für die genannten Fälle vorschlug. Für die statistische Auswertung wurden letztlich die Werte aus [43] benutzt. Weiterhin ist anzumerken, dass die in JCSS [44] angegebenen Werte nur auf einigen vorläufigen Ergebnissen für warmgewalzte I-Profile (IPE 80 bis 200) beruhen, welche in der Tschechischen Republik durchgeführt wurden, siehe [33]. Daher ist es fraglich, ob diese Werte direkt auf andere Fälle übertragbar sind, sodass dieser Bericht auf dem in [43] angegebenen Ansatz beruht.

- Mittelwert:

$$-1,0\text{mm} \leq X \leq +1,0\text{mm} \quad (6.10)$$



Tabelle 6.5: Variationskoeffizienten des FE-Modells.

BC	ψ	V_{FEM}
A	+1,0	0,0449
A	+0,5	0,0287
A	0	0,0346
A	-0,5	0,0116
A	-1,0	0,0216
C	+1,0	0,0355
Versuche	+1,0	0,0362

- Standardabweichung:

$$s_x \leq 1,0\text{mm} \quad (6.11)$$

Schritt 7: Bestimmung des Variationskoeffizienten V_{FEM} des FE-Modells

Um numerische Unsicherheiten aufzudecken, wird der Variationskoeffizient V_{FEM} des FE-Modells auf der Grundlage der Neuberechnungen der Abminderungskurven und der Nachrechnung des Versuchs bestimmt, welche in Absch. 4.4.4.2 und Absch. 4.3 dargestellt sind. Hierfür werden die Schritte 1 bis 5 wiederholt. Dies führt zum Variationskoeffizienten, dargestellt in Tab. 6.5, und $V_{FEM} = 0,0449$.

Schritt 8: Bestimmung des Teilfaktors

In einem nächsten Schritt wird der Variationskoeffizient des gesamten Widerstandsmodells mit Gl. (6.12) berechnet.

$$V_r^2 = (V_\delta^2 + 1) \cdot \left[\prod_{i=1}^j (V_{X_i}^2 + 1) \right] \cdot (V_{FEM}^2 + 1) - 1 = 0,0072 \quad (6.12)$$

Basierend auf dem Variationskoeffizienten des gesamten Widerstandsmodells wird die Hilfsvariable Q nach Gl. (6.13) berechnet.

$$Q = \sqrt{\ln(V_r^2 + 1)} = 0,0847 \quad (6.13)$$

Der Teilfaktor γ_{Rd} wird nach Gl. (6.14) unter Verwendung des charakteristischen Widerstands r_k und dem Bemessungswiderstands r_d , der für eine große Anzahl von Tests ($n \geq 100$), gemäß Gl. (6.15) bestimmt. Schließlich wird der korrigierte Faktor γ_{Rd}^* bestimmt, wobei der



Mittelwertkorrekturfaktor b verwendet wird.

$$\gamma_{Rd} = \frac{r_k}{r_d} = 1,125 \rightarrow \gamma_{Rd}^* = \frac{\gamma_{Rd}}{b} = 1,113 \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} r_k &= b \cdot g_{rt}(X_m) \cdot \exp(-k_\infty Q - 0,5Q^2) \\ r_k &= b \cdot g_{rt}(X_m) \cdot \exp(-k_{d,\infty} Q - 0,5Q^2) \end{aligned} \quad (6.15)$$

mit: $k_\infty = 1,64$
 $k_{d,\infty} = \alpha_R \cdot \beta = 0,8 \cdot 3,8 = 3,04$

Schritt 9: Bestimmung des Teilfaktors γ_m für Unsicherheiten in den Materialeigenschaften

Der Teilfaktor γ_M besteht aus einer Modellunsicherheit bei den Bauwerkswiderständen γ_{Rd} und einer Unsicherheit der Materialeigenschaften γ_m . Letzterer wird nach Gl. (6.16) aus [82] bestimmt. In der Literatur können jedoch mehrere Interpretationen und Ansätze gefunden werden. Häufig angetroffene Ansätze werden im Folgenden kurz beschrieben.

$$\gamma_m = \frac{f_{y,nom}}{f_{yd}} = \frac{f_{y,nom}}{f_{y,m} \cdot (1 - 1,64 \cdot V_{fy})} \quad (6.16)$$

mit: $f_{y,nom}$ Nominalwert der Streckgrenze
 $f_{y,m}$ Mittelwert der Streckgrenze
 V_{fy} Variationskoeffizient der Streckgrenze

- JOHANSSON ET AL. [43]

In [43] wird die Beziehung aus Gl. (6.17) für den nominalen Wert und den Mittelwert der Streckgrenze ausgedrückt.

$$f_{y,m} = 1,14 \cdot f_{y,nom} \text{ und } V_{fy} = 0,07 \quad (6.17)$$

Die Beziehung in Gl. (6.16) bestimmt den Teilfaktor für Unsicherheiten, in dem die Materialeigenschaften nach Gl. (6.18) berücksichtigt werden.

$$\gamma_m = \frac{f_{y,nom}}{f_{yd}} = \frac{f_{y,nom}}{1,14 \cdot f_{y,nom} \cdot (1 - 1,64 \cdot 0,07)} = 0,9909 \quad (6.18)$$

- Joint Committee on Structural Safety (JCSS) [44]

In [44] liefert die JCSS die Gl. (6.19) zur Bestimmung des Mittelwerts der Streckgrenze. KÖVESDI [50] fasst die Ergebnisse für mehrere Stahlsorten zusammen, siehe Tab. 6.6. Die Empfehlungen basieren hauptsächlich auf europäischen Studien ab 1970. Allerdings wird in [44] darauf hingewiesen, dass die gegebenen Empfehlungen für Stahlsorten bis



380 N/mm² verwendet werden können. Diese sollten aber nicht für hochfeste Stähle verwendet werden (z.B. $f_y = 690 \text{ N/mm}^2$). Wie Tab. 6.6 zeigt, nimmt γ_m mit zunehmendem f_y ab, was im Widerspruch zu statistischen Auswertungen nach durchgeführten Experimenten steht, die von SIMÕES DA SILVA ET AL. [82] beschrieben sind.

$$f_{y,m} = \alpha \cdot f_{y,nom} \cdot \exp(-u \cdot V_{fy}) - C \quad (6.19)$$

- mit: $\alpha = 1,0$ Ein räumlicher Positionsfaktor
 $-1,5 \geq u \geq -2$ Ein Faktor, der sich auf das Fraktile der Verteilung bezieht, die bei der Beschreibung der Distanz zwischen dem Nominalwert nach Normen und dem Mittelwert ($u = -2$ wird von [54] und im Folgenden verwendet)
 $C = 20 \text{ N/mm}^2$ Eine konstante Abminderung der Streckgrenze

- SIMÕES DA SILVA ET AL. [82]

Eine große statistische Auswertung der Stahleigenschaften von S 235 bis S 690 mit über 6000 experimentellen Daten aus der ganzen Welt wurden von SIMÕES DA SILVA ET AL. [82] durchgeführt und die Ergebnisse in Tab. 6.7 zusammengefasst. Da bi-normale Verteilungen beobachtet wurden, die nicht durch eine uni-modale Funktion beschrieben werden können, wurde eine lineare Regression an dem untersten Teil

Tabelle 6.6: Bestimmung von γ_m nach den Empfehlungen von [44].

Stahlgüte ($f_{y,nom}$)	$f_{y,m}$ N/mm ²	γ_m
S235	250,32	1,061
S275	296,33	1,048
S355	388,35	1,033
S460	(509,14)	(1,021)
S690	(773,71)	1,008

Tabelle 6.7: Bestimmung von γ_m nach [82].

Stahlgüte ($f_{y,nom}$)	n [-]	$f_{y,m}$ N/mm ²	V_{fy}	γ_m
S235	795	284,74	0,064	0,922
S275	4333	316,23	0,055	0,956
S355	1879	405,01	0,044	0,945
S460	666	474,63	0,040	1,037
S690	36	793,19	0,050	0,948



der Verteilung durchgeführt, was zu neuen Werten für den Mittelwert, die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten führt, siehe Abb. 6.16. Der Hauptgrund für diese bi-normale Verteilung ist die Abstufung von Werkstoffen, d.h. die Umklassifizierung von höhergradigem Stahl zu einer niedrigeren Stahlgüte, wenn hochfeste Stähle aufgrund von Qualitätskontrollen bestimmte Eigenschaften und Anforderungen nicht erfüllen, siehe [44]. KÖVESDI [50] fasst die Ergebnisse zusammen, siehe Tab. 6.7.

Da die Auswertung in [82] auf realen Verteilungen aus Experimenten beruht und zu diesem Zeitpunkt die anspruchsvollste Sammlung von Daten darstellt, wird dieser Ansatz beispielhaft im Folgenden angenommen.

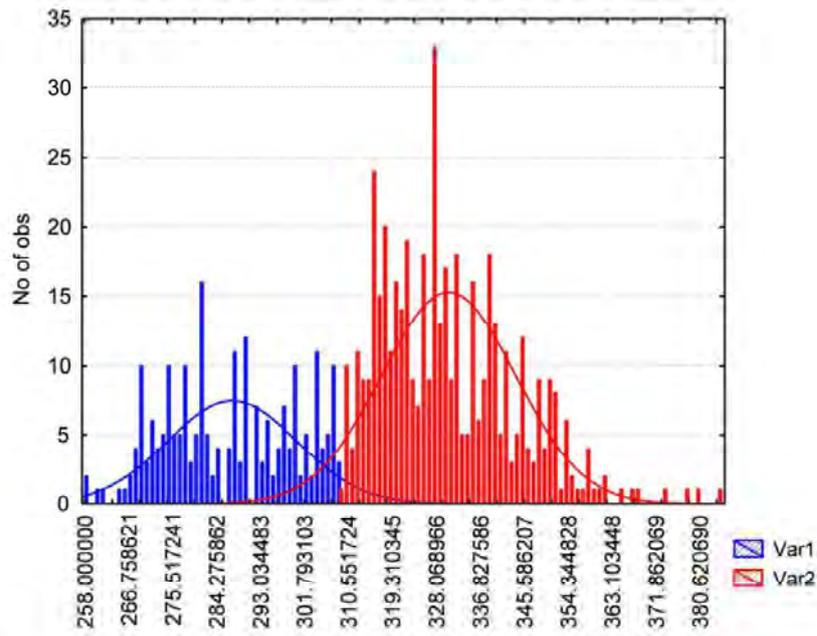


Abbildung 6.16: Histogramm aller Ergebnisse für S235 [82].

Schritt 10: Bestimmung des Teilsicherheitsbeiwerts

Schließlich wird der Teilfaktor γ_{M1}^* durch das Produkt aus der Modellunsicherheit bei den Bauwerkwiderstand und der Unsicherheit in den Materialeigenschaften gemäß Gl. (6.20) berechnet.

$$\gamma_{M1}^* = \gamma_m \cdot \gamma_{Rd}^* \quad (6.20)$$

Wenn der Ansatz von JOHANSSON ET AL. [43] für γ_x angenommen wird, ergibt sich der endgültige Reduktionsfaktor $\gamma_{M1}^* = 1,103$. Die Ergebnisse unter Verwendung der Ansätzen von JCSS [44] und SIMÕES DA SILVA ET AL. [82] sind in Tab. 6.8 zusammengefasst.

Aus der Auswertung des Teilfaktors γ_{M1}^* für Beulfelder unter Zug und Druckspannung, ist zu erkennen, dass unterschiedliche Ansätze zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Wenn der Ansatz für γ_{M1} nach Gl. (6.18) angenommen wird, rechtfertigen die Ergebnisse die Verwendung eines Wertes von $\gamma_{M1} = 1,1$.

Das gleiche Verfahren, wie zuvor beschrieben, wird auch für die anderen untersuchten Fälle durchgeführt.

Tabelle 6.8: Vergleich von γ_{M1}^* unter Verwendung von γ_m nach JCSS [44] und SIMÕES DA SILVA ET AL. [82].

Stahlgüte ($f_{y,nom}$)	γ_{M1}^* γ_m nach [44]	γ_{M1}^* γ_m nach [82]
S235	1,181	1,026
S275	1,166	1,064
S355	1,149	1,052
S460	1,136	1,154
S690	1,122	1,055

Tabelle 6.9: Bestimmung von γ_{M1}^* für betrachtete Fälle.

Beschreibung ($f_{y,nom}$)	γ_{M1}^* γ_m nach Gl. (6.18)
Zug-Druck	1,103
Zug-Druck (knickstabähnliches Verhalten)	1,056
Zug-Schub	1,077
Druck-Schub	1,098
Biaxialer Druck ohne V-Faktor (ausgesteifte Beulfelder)	1,334
Biaxialer Druck mit V-Faktor (ausgesteifte Beulfelder)	1,152

Die Ergebnisse sind in Tab. 6.9 zusammengefasst. Es ist ersichtlich, dass die erforderlichen Teilfaktoren die Verwendung von $\gamma_{M1} = 1,1$ für die Untersuchungen an unausgesteiften Beulfelder rechtfertigen.

Die Bestimmung des Teilfaktors für aussteifte Beulfelder unter biaxialer Druckspannung wird für den Fall $\alpha = 1$ und $n = 1$ durchgeführt, siehe Abb. 6.7.

Die Interaktionskurven in Abb. 6.7 zeigen, dass die Kurven ohne Berücksichtigung des V-Faktors zu unsicheren Ergebnissen führen können und nicht qualitativ mit den Simulationen übereinstimmen. Trotzdem wird eine statistische Auswertung durchgeführt, was zu einem Teilfaktor von $\gamma_{M1}^* = 1,334$ führt. Die Anwendung des V-Faktors, der von BRAUN [10] für die Druck-Druck Interaktion vorgeschlagen wird, siehe Abb. 6.7, führt zu besseren Ergebnissen mit einem Teilfaktor von $\gamma_{M1}^* = 1,152$.

6.6 Zusammenfassungen

Der Vergleich der numerischen Simulationen mit den aktuellen Bemessungsregeln zeigt, dass die positive Wirkung der Zugspannungen berücksichtigt werden sollte. Jedoch werden für den Zug-Druck Bereich Fälle beobachtet, bei den die aktuelle Formulierung die Tragfähig-



keit überschätzt und statistische Vergleiche eine große Streuung zeigen. Um die aktuellen Formulierungen, mit den analytischen Schwäche, zu verbessern, wird ein V-Faktor für den Zug-Druck Bereich vorgeschlagen. Außerdem wird die Tragfähigkeit für die Randbedingung BC-C überschätzt, wenn knickstabähnliches Verhalten eine Rolle spielt. Dieses Verhalten wurde bereits von SEITZ [80] beobachtet, der eine angepasste Formulierung für die Interpolation von plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten bei Querspannungen vorschlug. Der Ansatz wird im Rahmen dieses Berichts für Querspannungen angewendet, was zu einer guten Übereinstimmung zwischen den Interaktionskurven und den numerischen Simulationen führt.

Für Beulfelder unter Normal- und Schubspannung führt der Vergleich zwischen den aktuellen Bemessungsregeln mit den numerischen Simulationen zum Schluss, dass die positive Wirkung der Zugspannungen bereits angemessen berücksichtigt wird, sodass eine Anpassung nicht notwendig ist. Zusätzlich erfolgt die Berechnung der Tragfähigkeit mit und ohne Trennung des Phänomens des Fließens und der Stabilität nach Abb. 2.21. Diese zeigt, dass eine Trennung der Phänomene zu einer höheren Tragfähigkeit und einem ähnlicheren Verlauf wie bei den Simulationsergebnissen führt, während eine gemeinsame Ausführung zu konservativen Ergebnissen führt. Die aktuellen Regeln spiegeln die numerischen Simulationen für Beulfelder mit Schub und Druckbelastung sehr gut. Im Fall von Schub und Biegung mit vorherrschendem Druck sind die aktuellen Regeln auf der sicheren Seite, jedoch eher konservativ, wenn reine Normalspannungen angesetzt werden. Die Neuberechnung der Beulkurven in Absch. 4.4.4.2 zeigt, dass die Beulkurven für Biegung nach DIN 18800-3 [18] den numerischen Simulationen besser ähneln, während die Kurven nach DIN EN 1993-1-5 [22] eher konservativ sind, werden die Beulkurven nach DIN 18800-3 [18] zusätzlich verwendet, um die Interaktionskurven zu beurteilen. Der Vergleich dieser Interaktionskurven mit den numerischen Simulationen zeigt, dass im Interaktionsbereich einige unsichere Ergebnisse vorhanden sind, sodass eine Anpassung des Exponenten e_3 in der Bemessungsformel vorgeschlagen wird.

Die numerischen Simulationen für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialer Druckbeanspruchung werden mit den aktuellen Bemessungsregeln, mit und ohne den V-Faktor, verglichen. Sie führen zu dem Ergebnis, dass der V-Faktor nicht nur für unausgesteifte sondern auch für ausgesteifte Beulfelder benötigt wird. Wie schon von BRAUN [10] festgestellt wurde, wird die Tragfähigkeit in Querrichtung überschätzt. Während dieses Problem für unausgesteifte Beulfelder mit der Interpolation von SEITZ [80] beseitigt wird, ist diese Anwendung für ausgesteifte Beulfelder nicht ganz erfolgreich.

Außerdem werden die verbesserten Bemessungsregeln zur Vollständigkeit gemäß Anhang D, DIN EN 1990 [21] ausgewertet, um die Übereinstimmung der Änderungen mit den Sicherheitsanforderungen zu rechtfertigen.

7 Aufbereitung für die Praxis

7.1 Vorschlag für Normung

In Absch. 7 werden die Ergebnisse dieses Berichtes für den Anwender in der Praxis anhand eines Anwendungsbeispiel und durch Interaktionsdiagramme aufbereitet. Um die Ergebnisse in der Normungspraxis zu einbringen, werden die Vorschläge getrennt für Zug-Druck Interaktion und Biegung-Schub Interaktion zusammengefasst.



7.1.1 Vorschlag für Zug-druck Interaktion

(2) Bei ausgesteiften und nicht ausgesteiften Blechfeldern, die mit den gemeinsam wirkenden Spannungen $\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{z,Ed}$ und τ_{Ed} beansprucht werden, ist der Nachweis mit der folgenden modifizierten Interaktionsgleichung zu führen:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - V \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \tau_{Ed}}{\chi_w \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 \leq 1 \quad (7.1)$$

mit: $V = \rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}$ wenn $\sigma_{x,Ed}$ und $\sigma_{z,Ed}$ Druck sind
 $V = 1 / (\rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}^{2-\xi_z})$ wenn $\sigma_{x,Ed}$ und/oder $\sigma_{z,Ed}$ Zug sind/ist
 $\rho_{c,x}$ der Reduktionsbeiwert nach 4.5.4(1) für die Längsrichtung, falls erforderlich unter Berücksichtigung knickstabähnlichen Verhaltens
 $\rho_{c,z}$ der Reduktionsbeiwert nach Anhang B für die Querrichtung, falls erforderlich unter Berücksichtigung knickstabähnlichen Verhaltens
 χ_w der Reduktionsbeiwert für Schubbeulen nach 5.3(1)

7.1.2 Vorschlag für Schub-Biegung Interaktion

(2) Bei ausgesteiften und nicht ausgesteiften Blechfeldern, die mit den gemeinsam wirkenden Spannungen $\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{z,Ed}$ und τ_{Ed} beansprucht werden, ist der Nachweis mit der folgenden modifizierten Interaktionsgleichung zu führen:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - V \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \tau_{Ed}}{\chi_w \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^{e_3} \leq 1 \quad (7.2)$$

mit: $V = \rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}$ wenn $\sigma_{x,Ed}$ und $\sigma_{z,Ed}$ Druck sind
 $V = 1 / (\rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}^{2-\xi_z})$ wenn $\sigma_{x,Ed}$ und/oder $\sigma_{z,Ed}$ Zug sind/ist
 $e_3 = 1,25 + 0,75 \cdot \chi_w^2$ für die Bestimmung des Reduktionsbeiwert ρ_x soll die Beulkurven nach Gl. (7.3) verwendet werden.
 $\rho_{c,x}$ der Reduktionsbeiwert nach 4.5.4(1) für die Längsrichtung, falls erforderlich unter Berücksichtigung knickstabähnlichen Verhaltens
 $\rho_{c,z}$ der Reduktionsbeiwert nach Anhang B für die Querrichtung, falls erforderlich unter Berücksichtigung knickstabähnlichen Verhaltens
 χ_w der Reduktionsbeiwert für Schubbeulen nach 5.3(1)

Der Abminderungsbeiwert zur Berücksichtigung des Plattenbeulens in Längsrichtung soll wie folgt bestimmt werden:

$$\rho_x = c \cdot \left(\frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \right) \leq 1,0 \quad (7.3)$$

mit: $c = 1,25 - 0,25 \cdot \psi \leq 1,25$

Der endgültige Abminderungsfaktor in Querrichtung wird mit Hilfe der Interaktionsgleichung:

$$\rho_{c,z} = \chi_c + (\rho_z - \chi_{c,z}) \cdot f \quad (7.4)$$

ermittelt.

Dabei ist

$$f = \bar{\lambda}_p^{-0,5} \cdot \ln(\xi_z + 1)^{0,9} \quad \text{und} \quad \xi_z = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1$$



7.2 Anwendungsbeispiel

Ein Beulfeld wird nach der Methode der reduzierten Spannungen unter Berücksichtigung des vorgeschlagenen Nachweisverfahren nachgewiesen. Abb. 7.1 zeigt ein Einzelfeld mit Druck und Zug Beanspruchung in Längs- und Querrichtung. Das Blech besteht aus S355.

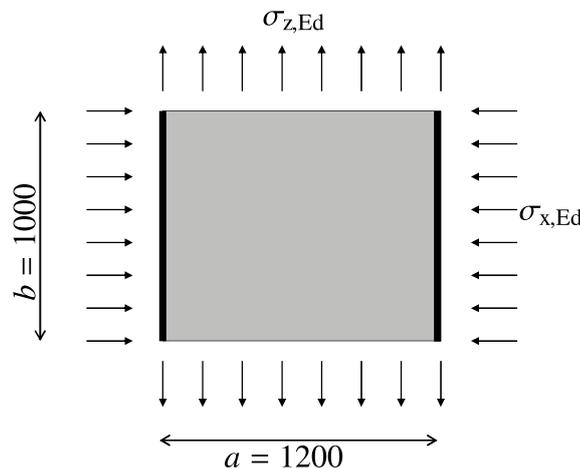


Abbildung 7.1: Abmessungen und Beanspruchungen.

$$\alpha = a/b = 1200/1000 = 1,2$$

Beanspruchungen und Euler'sche Bezugsspannung:

$$\sigma_{x,Ed} = 160 \text{ MN/m}^2 \text{ Druck}$$

$$\sigma_{z,Ed} = -59 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 27,33 \text{ MN/m}^2$$

Vergleichsspannung:

Die Vergleichsspannung berechnet sich zu:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 + \sigma_{x,Ed} \cdot \sigma_{z,Ed} + 3 \cdot \tau_{Ed}^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{(160)^2 + (-59)^2 + (160) \cdot (-59)} = 196,27 \text{ MN/m}^2$$

Beulwert:

Für die Ermittlung des Beulwerts eines Beulfeldes unter der Zug- und Druckbeanspruchung müssen die Spitzenwerte in der Beulwertkurve vernachlässigt werden, siehe Absch. 2.2.2.

Dazu wird der Beulwert nach Gl. (2.13) bestimmt:

$$\beta = \sigma_{z,Ed} / \sigma_{x,Ed} = \frac{-59}{160} = -0,369$$

$$k_{\sigma} = k_{\sigma}^{min} = 4 \cdot (1 - (-0,369)) = 5,48$$

Kritische Beulspannung:

Mit dem Beulwert und der Euler'schen Bezugsspannung kann die kritische Plattenbeulspannung bestimmt werden zu

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma} \cdot \sigma_e = 5,48 \cdot 27,33 = 149,64 \text{ MN/m}^2$$

α -Faktoren:

Der Laststeigerungsfaktor zum Erreichen des charakteristischen Wertes der Beanspruchbarkeit des Bleches wird in der Regel über das Fließkriterium bestimmt und der Laststeigerungsfaktor zum Erreichen der Verzweigungslast wird durch Rückrechnung der kritischen Beulspannung ermittelt.

$$\alpha_{cr} = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{x,Ed}} = \frac{149,64}{160} = 0,935$$

$$\alpha_{ult} = \frac{f_y}{\sigma_v} = \frac{355}{196,27} = 1,809$$

Plattenschlankheit und Abminderungsbeiwerte:

Der Schlankheitsgrad des Beulfeldes folgt zu

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult}}{\alpha_{cr}}} = \sqrt{\frac{1,809}{0,935}} = 1,391$$

und der Abminderungsfaktor für Längsspannungen zu

$$\rho_x = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1,391 - 0,055 \cdot (3 + 1)}{1,391^2} = 0,605$$

Knickstabähnliches Verhalten:

Für das knickstabähnliche Verhalten wird die kritische Knickspannung in Längsrichtung nach Gl. (2.24) bestimmt. Diese folgt zu

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) a^2} = \frac{\pi^2 E 12^2}{12(1 - 0,3^2) 1200^2} = 18,98 \text{ MN/m}^2$$



Für die Beurteilung des knickstabähnlichen Verhaltens muss nur die Längsbeanspruchung betrachtet werden.

$$\xi_x = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} = \frac{149,64}{18,98} > 1,0 \rightarrow \xi_x = 1,0$$

$$\rightarrow \rho_{c,x} = \rho_x = 0,605$$

In Querrichtung ist das Beulfeld unter Zug, somit berechnet sich der Abminderungsfaktor für Querspannungen zu

$$\rho_{c,z} = 1,0$$

Nachweis:

Mit den bekannten Abminderungsfaktoren kann der erforderliche Beulnachweis für das Beulfeld geführt werden:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z} \cdot f_y} \right)^2 - V \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_{c,x} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_{c,z} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \right) + \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \tau}{\chi_w \cdot f_y / \gamma_{M1}} \right)^2 \leq 1$$

mit: $V = 1/(\rho_{c,x} \cdot \rho_{c,z}^{2-\xi_z})$ wenn σ_x und/oder σ_z Zug sind
 $V = 1/(0,605 \cdot 1^{2-1}) = 1,65$

$$\left(\frac{160}{0,605 \cdot 355/1,1} \right)^2 + \left(\frac{-59}{1 \cdot 355/1,1} \right)^2 - 1,65 \cdot \left(\frac{160}{0,605 \cdot 355/1,1} \right) \left(\frac{-59}{1 \cdot 355/1,1} \right) = 0,95 \leq 1$$

7.3 Interaktionskurven nach [100]

Im Folgenden werden für die Durchführung des Beulnachweises nach dem Vorschlag in dieser Arbeit vereinfachte Interaktionskurven angegeben. Dabei wird der Beulnachweis erbracht, wenn das vorhandene „b/t“-Verhältnis kleiner oder gleich dem „Grenz“ b/t-Verhältnis aus dem jeweiligen Diagramm ist.

Die vorgestellten Diagramme können angewendet werden, wenn die folgenden Anforderungen erfüllt sind:

- unausgesteifte Beulfelder
- σ_x - τ Kurven: Querspannung $\sigma_z = 0$, Normalspannung σ_x und Schubspannung τ sind konstant in Längsrichtung und Seitenverhältnis $\alpha = a/b \geq 1$
- σ_x - σ_z Kurven: Schubspannung $\tau = 0$, Normalspannung σ_x und σ_z sind konstant in der jeweiligen Richtung und Seitenverhältnis $\alpha = a/b = 1$
- knickstabähnliches Verhalten ist nicht maßgebend
- die Spannungen σ_x , σ_z und τ sind als Bemessungslasten zu bestimmen



- der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{M1} = 1,1$ nach DIN EN 1993-1-5 [22] wird für die Parameter $\bar{\sigma}$ und $\bar{\tau}$ berücksichtigt

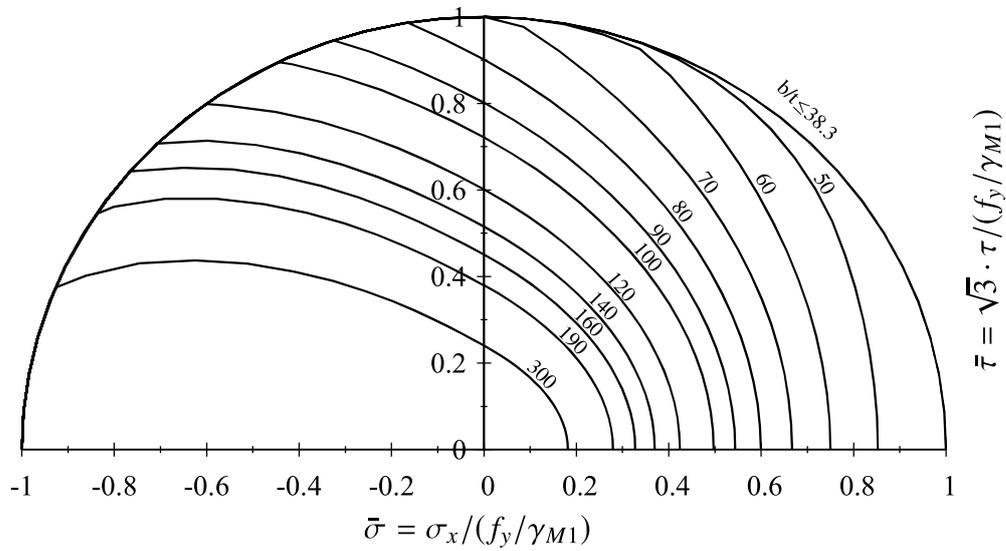


Abbildung 7.2: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 235, $\psi = 1$.

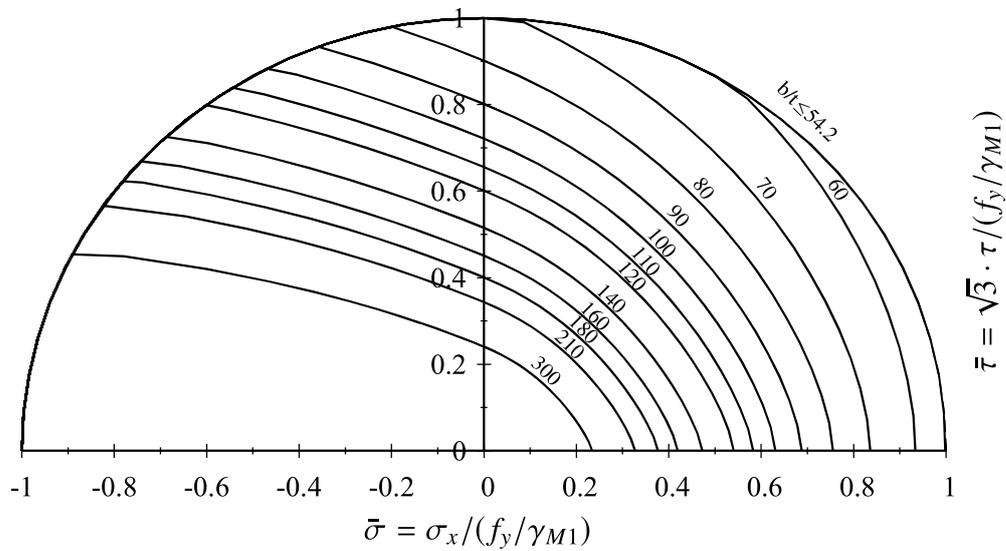


Abbildung 7.3: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 235, $\psi = 0,5$.



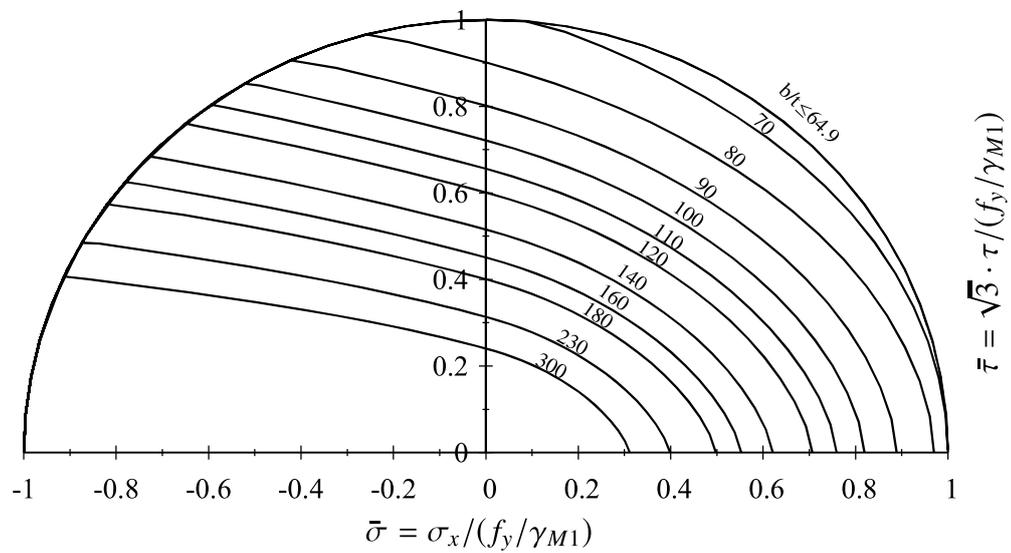


Abbildung 7.4: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 235, $\psi = 0$.

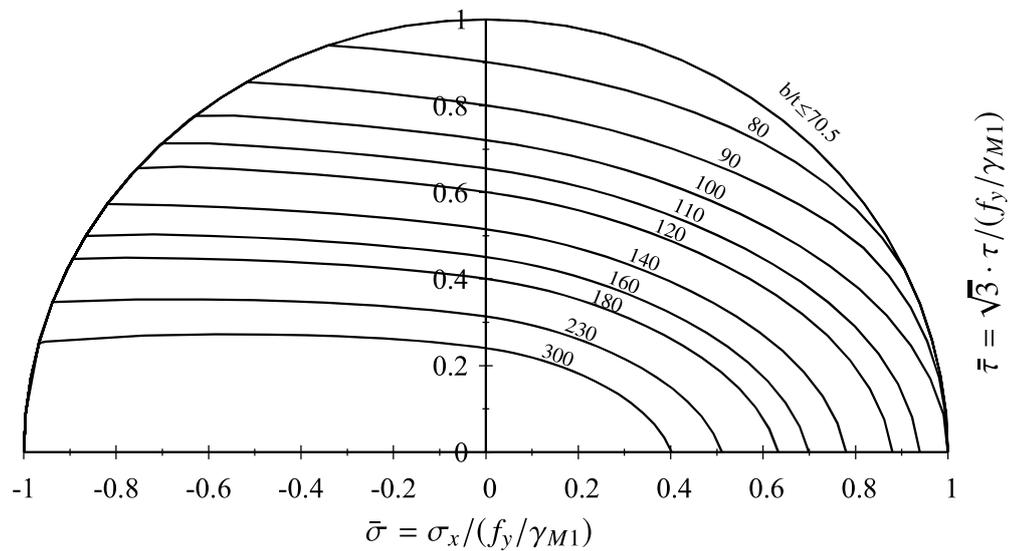


Abbildung 7.5: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 235, $\psi = -0,5$.

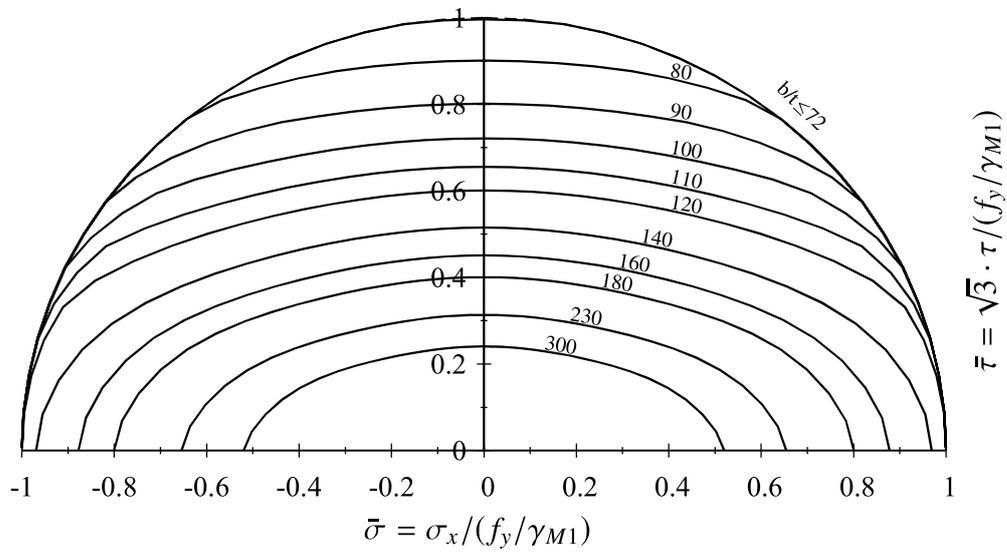


Abbildung 7.6: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 235, $\psi = -1$.

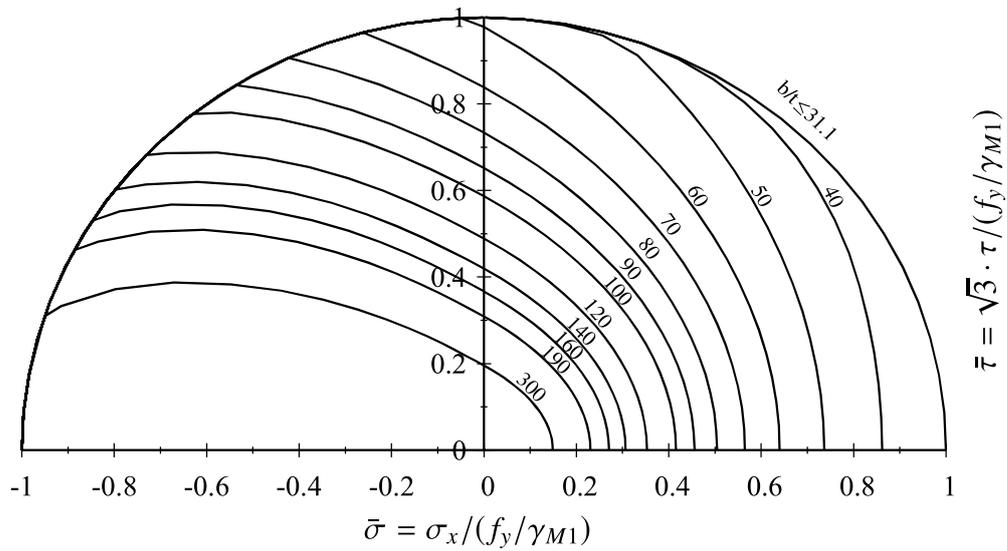


Abbildung 7.7: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 355, $\psi = 1$.



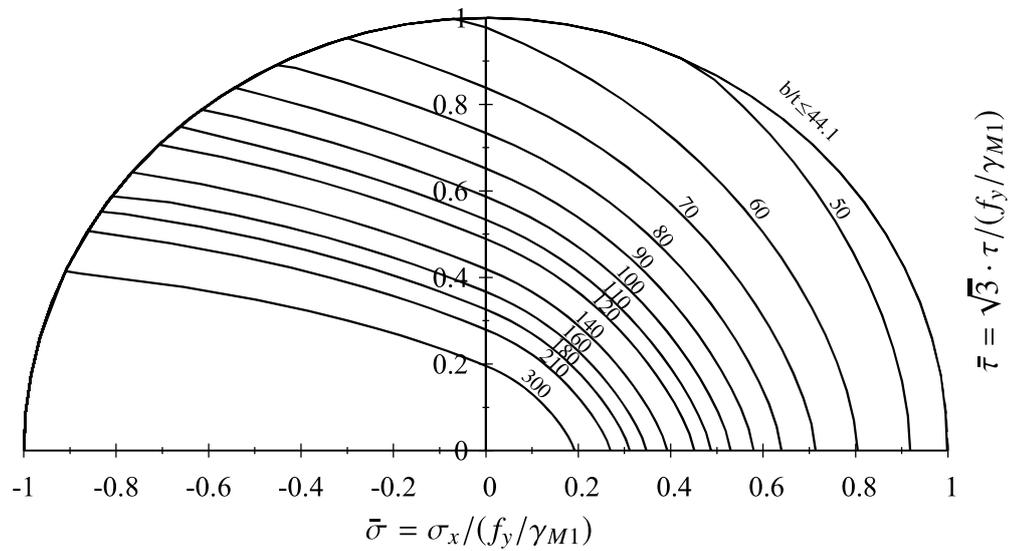


Abbildung 7.8: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 355, $\psi = 0,5$.

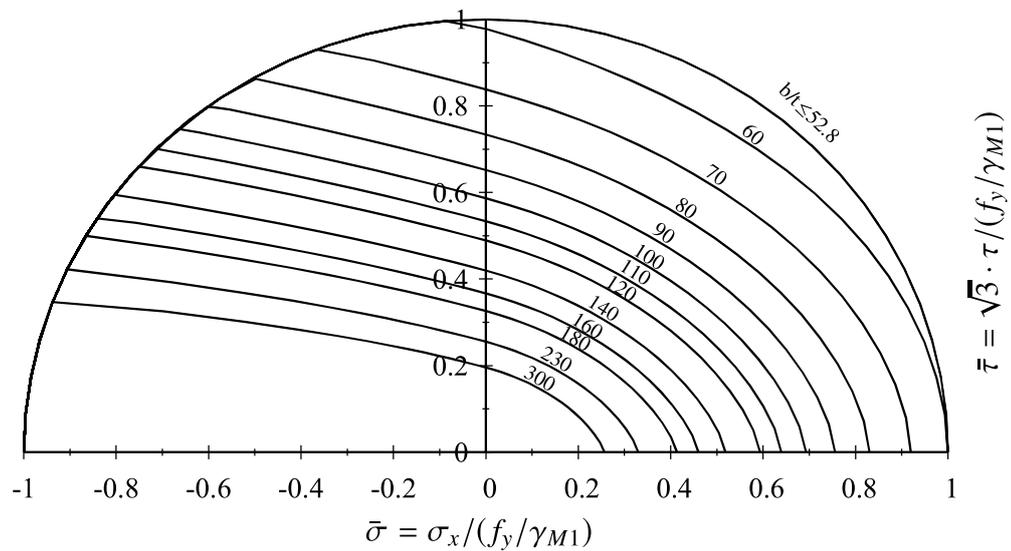


Abbildung 7.9: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 355, $\psi = 0$.

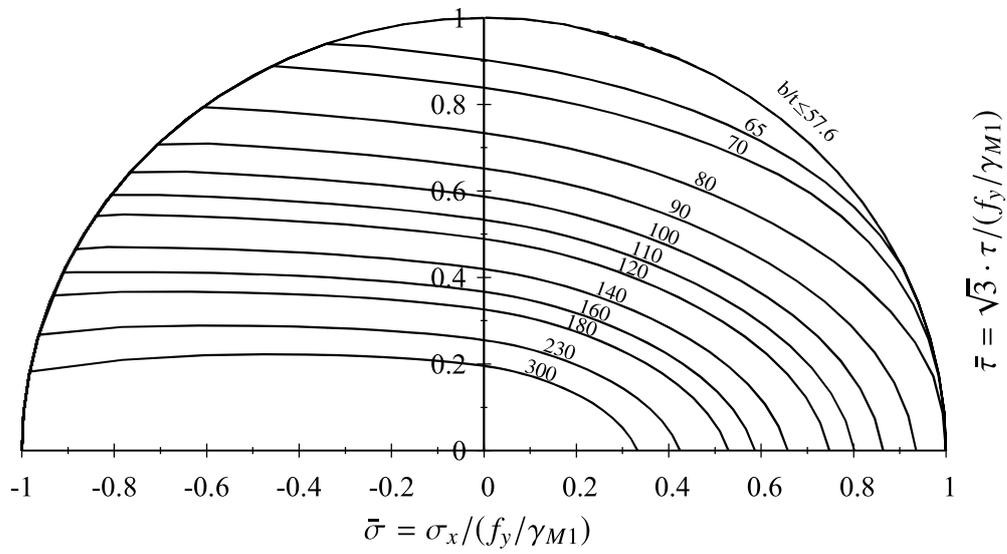


Abbildung 7.10: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 355, $\psi = -0,5$.

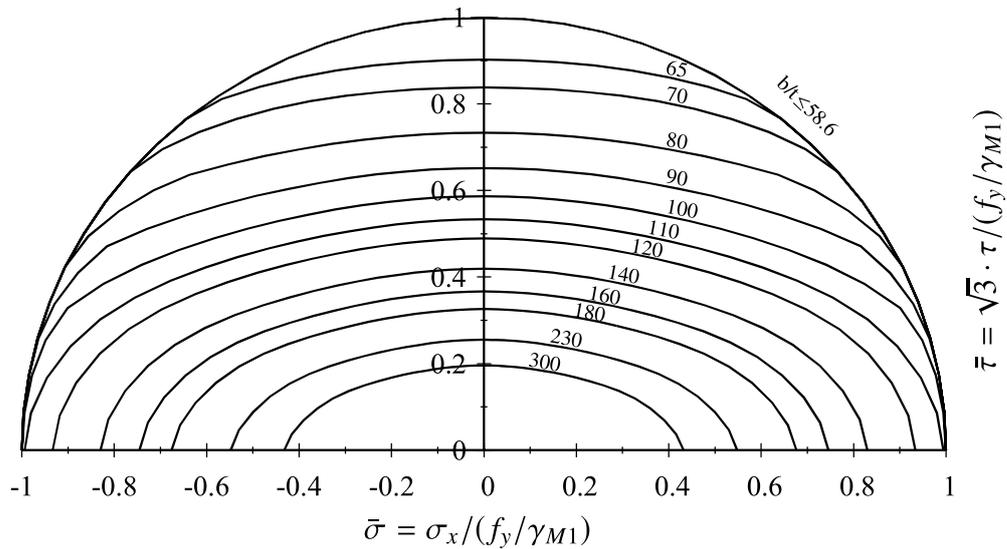


Abbildung 7.11: Grenz (b/t), σ_x - τ Interaktionskurven für S 355, $\psi = -1$.



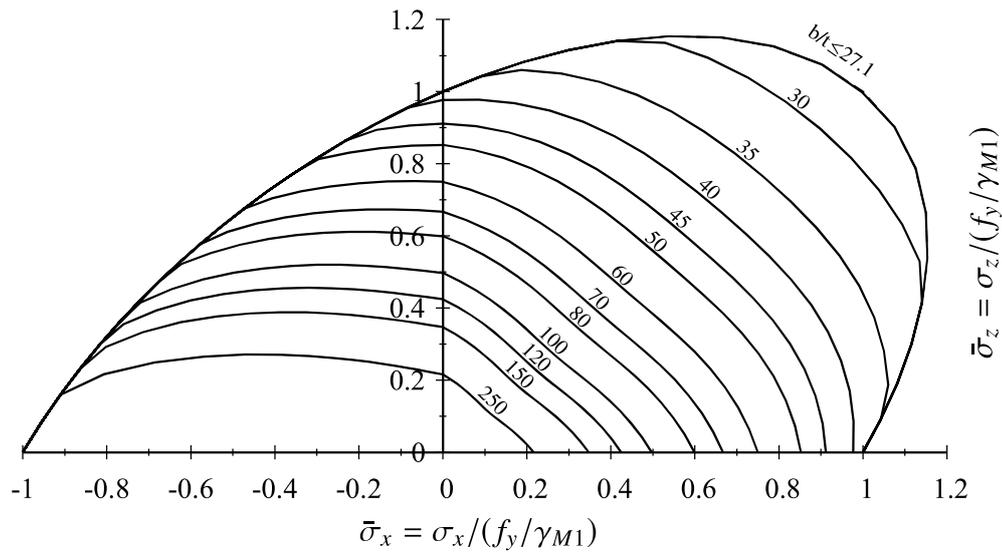


Abbildung 7.12: Grenz (b/t) , σ_x - σ_z Interaktionskurven für S 235 unter Verwendung der Winter Kurve.

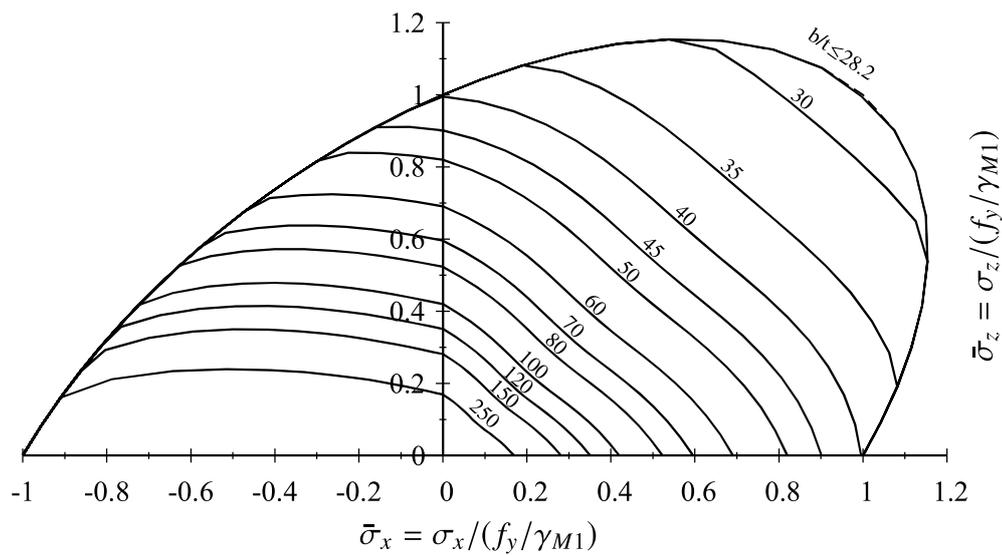


Abbildung 7.13: Grenz (b/t) , σ_x - σ_z Interaktionskurven für S 235 unter Verwendung von Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22].

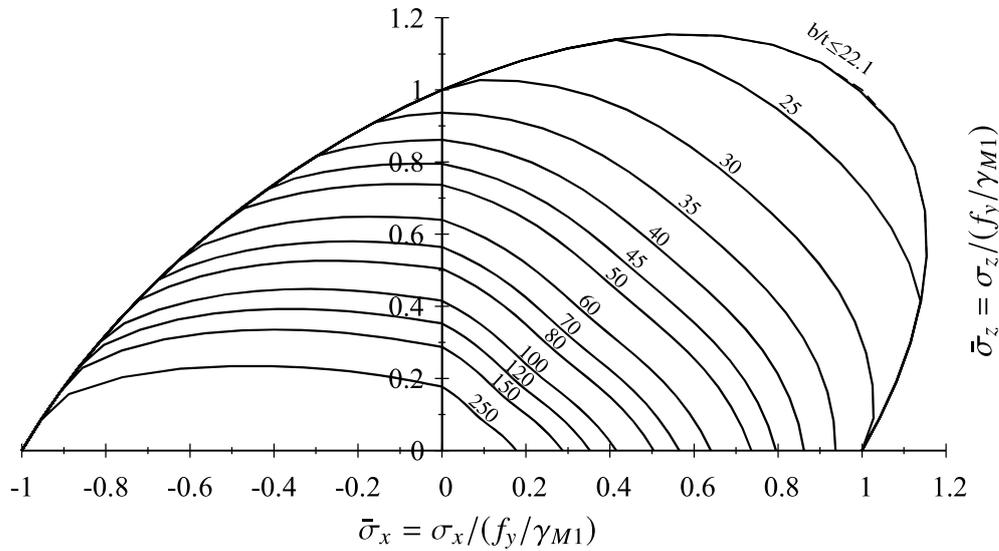


Abbildung 7.14: Grenz (b/t) , σ_x - σ_z Interaktionskurven für S 355 unter Verwendung der Winter Kurve.

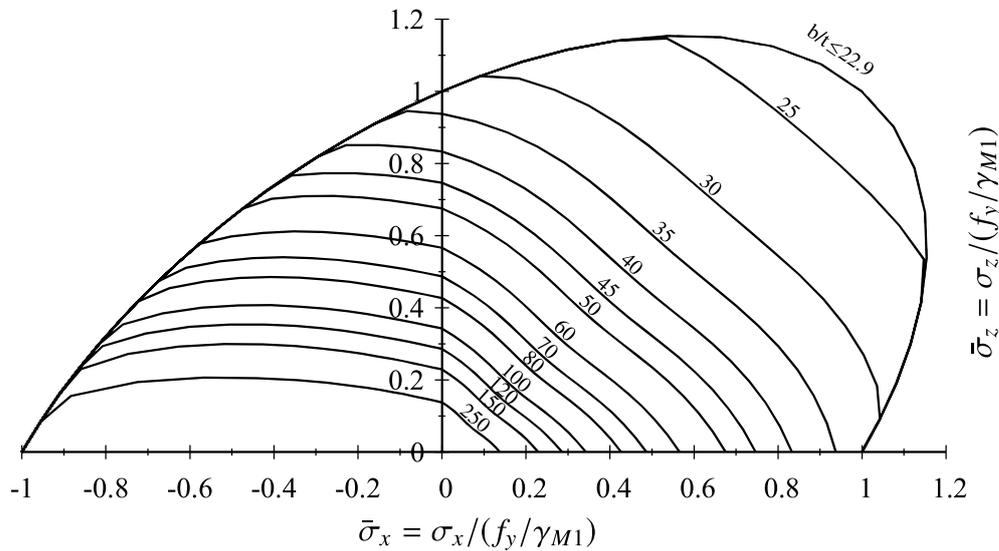


Abbildung 7.15: Grenz (b/t) , σ_x - σ_z Interaktionskurven für S 355 unter Verwendung von Anhang B, DIN EN 1993-1-5 [22].



8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Die Bemessung schlanker plattenförmiger Bauteile, die sich aus ebenen, unversteiften oder versteiften Blechen zusammensetzen und die in ihrer Ebene beansprucht sind erfolgt nach DIN EN 1993-1-5 [22], wo im Allgemeinen, abgesehen von der Finite-Elemente-Methode, die Bemessung mit den zwei folgenden Methoden durchgeführt werden kann: Die „Methode der wirksamen Breiten“ und die „Methode der reduzierten Spannungen“. Letztere Methode basiert auf einer einzigen Plattenschlankheit und erlaubt theoretisch die Tragfähigkeit eines Beulfeld für fast jeden praktischen Fall zu berechnen, weshalb sie ein allgemeines Verfahren ist.

Im Rahmen dieses Berichts wurde das Stabilitätsverhalten von schlanken Beulfeldern unter mehrachsigen Spannungszuständen untersucht und mit den aktuellen Bemessungsregeln nach der Methode der reduzierten Spannungen verglichen. Es wurden verbesserte Bemessungsregeln vorgeschlagen. Zu Beginn dieses Berichts wurden die Grundlagen beschrieben. Die Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] wurden im Detail erklärt und die möglichen Fehlinterpretationen in der Formulierung der aktuellen Norm beschrieben. Außerdem wurden Bemessungsregeln nach DIN 18800-3 [18] wie auch die existierenden Studien kurz erläutert.

Es wurden experimentelle Untersuchungen an unausgesteiften Stahlplatten durchgeführt und mit der Finite-Elemente-Methode nachgerechnet. Die Ergebnisse zeigten, dass die Experimente und die numerischen Simulationen sehr gut übereinstimmen. Auf der Grundlage eines vereinfachten numerischen Modells, das durch die bekannten Beulkurven validiert wurde, wurden systematische numerische Parameterstudien durchgeführt, um das Beulverhalten von Beulfeldern unter mehraxialen Spannungszuständen zu untersuchen. Die numerischen Studien umfassten Untersuchungen an unausgesteiften Beulfeldern, die mit Zug-Druck, Zug-Schub, Druck-Schub und Biegung-Schub belastet wurden. Außerdem wurde der Fall des biaxialen Druckes für ausgesteifte Beulfelder betrachtet. Wie während den experimentellen Untersuchungen an Beulfeldern unter Zug-Druck Beanspruchung beobachtet wurde, können wegen der Zugspannung mehrwellige Beulformen auftreten, sodass in den numerischen Untersuchungen mehrere Imperfektionsformen angesetzt wurden, um die Untergrenze der Beanspruchbarkeit zu berechnen und einer Überschätzung der Traglast durch das Beulformwechseln zu verhindern. Die numerischen Untersuchungen zeigten eine deutlich positive Wirkung der Zugspannungen auf das Beulverhalten. In praktischen Fällen wirken Schubspannungen meist zusammen mit Biegung, sodass die Wirkung des Spannungsgradienten in den Untersuchungen berücksichtigt wurde.

Des Weiteren wurden numerische Untersuchungen durchgeführt, die sich auf das Beulverhalten der ausgesteiften Beulfelder mit biaxialer Druckspannung fokussieren. Die Untersuchungen bestanden aus einer großen Parameterstudie, in der neben dem Spannungsverhältnis auch der Einfluss mehrerer Parameter, wie zum Beispiel die Steifigkeit der Steifen untersucht wurden.



Die numerischen Untersuchungen zeigten, dass schwache Steifen zu einem sehr ungünstigen Beulverhalten führen. Darüber hinaus wurden Fälle gefunden, bei denen lokales Beulen für eine einachsige Belastung in beide Richtungen beobachtet wurde, während globales Beulen für eine kombinierte Belastung aufgetreten ist. Dies führt zu dem Schluss, dass eine komplett getrennte Behandlung der Lastfälle nicht sinnvoll erscheint, da Abtriebskräfte wirken, die zu einem globalen Versagen führen können.

Schlussendlich führte der Vergleich der numerischen Simulationen mit den aktuellen Bemessungsregeln zu einer Anpassung des Ansatzes, um ein Verfahren auf der sicheren Seite zu erhalten, das erlaubt die positive Wirkung der Zugspannungen auf das Beulverhalten von schlanken Beulfeldern zu berücksichtigen. Der modifizierte Ansatz wird mit den numerischen Simulationen graphisch durch die Interaktionsdiagramme, wie auch statistisch unter Verwendung des Vorgehens nach Anhang D, DIN EN 1990 [21] ausgewertet.

8.2 Ausblick

Die numerischen Untersuchungen an längsversteiften Beulfeldern mit biaxialer Druckspannung konzentrierten sich in diesem Bericht auf die Nutzung von offenen Steifen. Da jedoch für Beulfelder mit vielen Aussteifungen allgemein eine stärkere Erhöhung der Tragfähigkeit bei den numerischen Untersuchungen als für die Bemessungsregeln beobachtet wurde, wäre es sinnvoll diesen Effekt bei Beulfeldern mit geschlossenen Steifen zu untersuchen. Darüber hinaus besitzen geschlossene Steifen normalerweise einen Einspannungseffekt, sodass es interessant wäre zu untersuchen, inwieweit Abtriebskräfte im Fall einer kombinierten Belastung eine Rolle spielen. Bei ausgesteiften Beulfeldern unter biaxialer Druckbelastung mit vorherrschender Querbelastung wurde in einigen Fällen eine Überschätzung der Tragfähigkeit festgestellt. Während für unausgesteifte Beulfelder der Ansatz von SEITZ [80] dieses Problem beseitigen kann, ist dies nicht immer der Fall für ausgesteifte Beulfelder. Deshalb wäre eine Modifikation der Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten sinnvoll.

Um das Verfahren schlussendlich für alle Situationen zu bestätigen, könnten Untersuchungen für unausgesteifte und ausgesteifte Beulfelder im gesamten Interaktionsbereich mit σ_x, σ_z und τ durchgeführt werden. Eine Klarstellung für die Anwendung von Vorverformungen auf ausgesteifte Platten wäre interessant und könnte zu deutlicheren Vorschlägen in Anhang C, DIN EN 1993-1-5 [22] für die Annahme der Finite Elemente Methode bei Beulnachweisen führen.



9 Literaturverzeichnis

- [1] 1993-1-5 prEN: *Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements. - stage 49 draft.* 2004
- [2] ALLGEMEINES RUNDSCHREIBEN STRASSENBAU NR.1/1972: Stabilität von Druckgurten im Stahlbrückenbau. Verkehrsblatt, H. 5. (1972)
- [3] AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE: *Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members.* AISI-S100-07, Washington DC, 2007
- [4] BEG, Darko ; KUHLMANN, Ulrike ; DAVAINÉ, Laurence ; BRAUN, Benjamin: *Design of Plated Structures.: Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1-5 Design of Plated Structures. (ECCS Eurocode Design Manuals).* 1. Ernst & Sohn, 2010 . – ISBN 978–3433029800
- [5] BEG, Darko ; REJEC, Klemen ; SINUR, Franc: Evaluation of plate buckling design rules in EN 1993-1-5: Normal stresses (compression). In: *Document TWG83-2013-013, ECCS TWG8.3 Meeting, 15th March 2013.* Barcelona, 2013
- [6] BERGMANN, S ; REISSNER, H: Über die Knickung von rechteckigen Platten bei Schubbeanspruchung. In: *Z. Flugtech Motorluftschiffahrt* 23 (1932), S. 6
- [7] BETTEN, J. ; SHIN, C. H.: Elastic-plastic buckling analysis of rectangular plates subjected to biaxial loads. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 65 (2000), mar, Nr. 9, 273–278. . – DOI 10.1007/s100109900023. – ISSN 0015–7899
- [8] BITAR, Daniel ; ADAMAKOS, Theodoros ; MANGIN, Pascal: Ponts haubanés à tablier métallique orthotrope - Vérification des plaques orthotropes sous compression bi-axiale. In: *Revue Construction Métallique* 52 (2015), Nr. 1
- [9] BLEICH, F ; RAMSEY, L B.: *A Design Manual on the Buckling Strength of Metal Structures.* Washington DC : Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1951
- [10] BRAUN, Benjamin: *Stability of steel plates under combined loading*, No.2010-3, Institute of Structural Design, University of Stuttgart, Dissertation, 2010.
- [11] BRAUN, Benjamin ; KUHLMANN, Ulrike: Bemessung und Konstruktion von aus Blechen zusammengesetzten Bauteilen nach DIN EN 1993-1-5. Version: 2009. . In: KUHLMANN, Ulrike (Hrsg.): *Stahlbau-Kalender 2009.* Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2009, 381–453
- [12] BRUNE, Bettina: *Ein Modell zur Ermittlung der Tragfähigkeit vierseitig und dreiseitig gelagerter Stahlbleche unter Druckbeanspruchung*, Universität Dortmund, Dissertation, 1994
- [13] CHWALLA, E: Beitrag zur Stabilitätstheorie des Stegblechs vollwandiger Träger. In: *Stahlbau* 9 (1936), S. 81
- [14] CTICM: *EBPlate, Piece of Software for the determination of elastic critical stresses in plates.* *EBPlate can be downloaded for free from www.cticm.com*



- [15] DAST-RICHTLINIE 012: *Beulsicherheitsnachweise für Platten*. Düsseldorf, 1980
- [16] DIER, A.F. ; DOWLING, P.S.: Plates under combined loading and lateral compression / Department of Civil Engineering, Imperial College. London, 1980. – Forschungsbericht
- [17] DIER, A.F. ; DOWLING, P.S.: The strength of plates subjected to biaxial forces. In: RHODES, J (Hrsg.) ; SPENCE, J (Hrsg.): *Behaviour of thin-walled structures*. 1984, S. 329–353
- [18] DIN 18800-3: *Stahlbauten - Teil 3: Stabilitätsfälle - Plattenbeulen*. Berlin, 1990
- [19] DIN 4114: *Stahlbau: Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung)*. 1952
- [20] DIN 4114: *Ergänzende Bestimmungen zu DIN 4114*. 1973
- [21] DIN EN 1990:2010-12: *Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010*. Berlin, 2010
- [22] DIN EN 1993-1-5:2010-12: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile; Deutsche Fassung EN 1993-1-5:2006 + AC:2009*. Berlin, 2010
- [23] DINKLER, D. ; KRÖPLIN, B.: Zum Tragsicherheitsnachweis für quadratische, scheibenartig beanspruchte Einzelfelder aus Stahl. In: *Stahlbau* 53 (1984), Nr. 6, S. 174–178
- [24] DNV-RP-C201: *Det Norske Veritas: Buckling Strength of Plated Structures. Recommended practice*. 2010
- [25] DOW, R.S. ; SMITH, C.S.: Effects of localized imperfections on compressive strength of long rectangular plates. In: *Journal of Constructional Steel Research* 4 (1984), jan, Nr. 1, 51–76. . – DOI 10.1016/0143–974X(84)90035–X. – ISSN 0143974X
- [26] DOWLING, P.S. ; HARDING, J.E. ; SLATFORD, J.E.: Strength of Ships Plating - Plates in biaxial compression / Department of Civil Engineering, Imperial College. London, 1979. – Forschungsbericht
- [27] DUBAS, Pierre ; GEHRI, Ernst: *Behaviour and Design of Steel Plated Structures (ECCS Publication No. 44)*. 1. Zürich : Applied Statics and Steel Structures, Swiss Federal Institute of Technology, 1986 (Publication (European Convention for Constructional Steelwork)).
- [28] E DIN 18800-3: *Stahlbauten - Teil 3: Stabilitätsfälle - Plattenbeulen (Entwurf)*. Berlin, 1988
- [29] EN 10025-2: *Hot rolled products of structural steels - Part 2: Technical delivery conditions for non-alloy structural steels*. Brussels, 2004
- [30] EN 1993-1-1: *Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, 2005
- [31] EN 1993-1-5: *Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements*. Brussels, 2006
- [32] EN 1993-1-6: *Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures*. Brussels, 2007
- [33] FAJKUS, M ; HOLICKY, M ; ROZLIVKA, L ; VORLICEK, M: Random Properties of Steel Elements Produced in Czech Republic. In: *Eurosteel*. Prague, 1999
- [34] FISCHER, M. ; GRUBE, R. ; RIEGER, H. ; WENK, P.: Messung der Vorverformungen von beulgefährdeten Stahlblechen mit und ohne Steifen / Universität Dortmund. Mitteilung



- Nr.6, Bericht aus dem Fachgebiet Stahlbau, 1989. – Forschungsbericht
- [35] FISCHER, M. ; HARRE, W.: Ermittlung der Traglastkurven von einachsigen gedrückten Rechteckplatten aus Baustahl der Seitenverhältnisse a/b kleiner/gleich 1 mit Hilfe von Versuchen (Teil I). In: *Der Stahlbau* 47 (1978), Nr. 7, S. 199–204
- [36] FISCHER, M. ; HARRE, W.: Ermittlung der Traglastkurven von einachsigen gedrückten Rechteckplatten aus Baustahl der Seitenverhältnisse a/b kleiner/gleich 1 mit Hilfe von Versuchen (Teil II). In: *Stahlbau* 47 (1978), Nr. 8, 239–247.
- [37] GABELER, Lena: *Statistical Evaluation of Patch Loading Resistance Models for Welded Steel Girders*, Institute of Structural Design, University of Stuttgart, Diploma Thesis, 2009
- [38] GALÉA, Y. ; MARTIN, Pierre-Oliver: Longitudinally stiffened plates in Eurocode 3: Calculation of the global critical buckling stress. In: *Journal of Constructional Steel Research* 66 (2010), nov, Nr. 11, 1345–1353. . – DOI 10.1016/j.jcsr.2010.05.001. – ISSN 0143974X
- [39] GEISSLER, Karsten: *Handbuch Brückenbau*. 1st. Berlin : Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2014. – 1362 S. – ISBN 978–3–433–02903–9
- [40] GERARD, George ; BECKER, Herbert: *Handbook of Structural Stability Part I: Buckling of Flat Plates*, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note, Washington, DC, United States. Washington, DC, United States, 1957
- [41] GROTMANN, Dietmar: *Verbesserung von Sicherheitsnachweisen für Stahlkonstruktionen mit rechteckigen Hohlprofilen*, RWTH Aachen, Dissertation, 1997
- [42] IGUCHI, S: Die Knickung der rechteckigen Platte durch Schubkräfte. In: *Ing. Arch.* 9 (1938), S. 1
- [43] JOHANSSON, Bernt ; MAQUOI, René ; SEDLACEK, Gerhard ; MÜLLER, Christian ; BEG, Darko: *Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 Plated Structural Elements*. 1. Joint Report Prepared under the JRC - ECCS cooperation agreement for the evolution of Eurocode 3 (programme of CEN / TC 250), 2007
- [44] JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY: *Probabilistic Model Code*, available on: http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code. . Version: 2001
- [45] JÖNSSON, J ; BONDUM, TH: Analysis of Biaxially Stressed Bridge Deck Plates. In: *Nordic Steel Construction Conference*. Oslo, 2012, 1–10
- [46] KLÖPPEL, Kurt ; MÖLLER, Karl H.: *Beulwerte Ausgesteifter Rechteckplatten. II. Band*. 1. Berlin : Ernst & Sohn, 1968
- [47] KLÖPPEL, Kurt ; SCHEER, Joachim: *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten: Kurven- tafeln zum direkten Nachweis der Beulsicherheit fuer verschiedene Steifenanordnungen und Belastungen*. 1. Berlin : Ernst & Sohn, 1960
- [48] KORELC, J: AceGen - Multi-Language, Multi-Environment numerical code generation. In: *University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetic Engineering*, <http://www.fgg.uni-lj.si/Symech> (2007).
- [49] KORELC, J: AceFEM - Mathematica finite element environment. In: *University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetic Engineering*, <http://www.fgg.uni-lj.si/Symech> (2010).
- [50] KÖVESDI, Balazs: *Patch loading resistance of girders with corrugated webs*, Budapest



- University of Technology and Economics, Dissertation, 2010.
- [51] KRISTANIČ, Niko: *Limit State Design Using Exact Sensitivity Analysis and Shape Optimization*, University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetic Engineering, Doctoral Thesis, 2008.
- [52] KRISTANIČ, Niko ; KORELC, Jože: Optimization method for the determination of the most unfavorable imperfection of structures. In: *Computational Mechanics* 42 (2008), apr, Nr. 6, 859–872. . – DOI 10.1007/s00466–008–0288–9. – ISSN 0178–7675
- [53] KUHLMANN, Ulrike ; BEG, Darko ; ZIZZA, Antonio ; SINUR, Franc: Beulverhalten längsausgesteifter Platten unter Interaktion von Biegung und Querkraft. In: *Stahlbau* 81 (2012), nov, Nr. 11, 820–827. . – DOI 10.1002/stab.201201609. – ISSN 00389145
- [54] KUHLMANN, Ulrike ; BEG, Darko ; ZIZZA, Antonio ; SINUR, Franc ; REJEC, K: Bending-shear interaction of longitudinally stiffened steel plates. Report on the DFG-Project KU 1130/14-1. 2013. – Forschungsbericht
- [55] KUHLMANN, Ulrike ; BRAUN, Benjamin: Untersuchung des Einflusses von Vorbeulen auf die Tragfähigkeit von stählernen Leichtbau-Hallenkonstruktionen - Reine Biegung - / Institut für Konstruktion und Entwurf. Stuttgart, 2007. – Forschungsbericht
- [56] KUHLMANN, Ulrike ; BRAUN, Benjamin: Untersuchung des Einflusses von Vorbeulen auf die Tragfähigkeit von stählernen Leichtbau-Hallenkonstruktionen - Längs- und Schubspannungen - / Institut für Konstruktion und Entwurf. Stuttgart, 2008. – Forschungsbericht
- [57] KUHLMANN, Ulrike ; BRAUN, Benjamin ; FELDMANN, Markus ; NAUMES, Johannes ; MARTIN, Pierre-Oliver ; GALÉA, Yvan ; JOHANSSON, Bernt ; COLLIN, Peter ; ERIKSEN, Jörgen ; DEGÉE, Hervé ; HAUSOUL, Nicolas ; CHICA, José ; RAOUL, Joel ; DAVAINÉ, Laurence ; PETEL, Aude: Competitive steel and composite bridges by improved steel plated structures (COMBRI) / Report of the RFCS-Project RFS-CR-03018. 2007. – Forschungsbericht
- [58] KUHLMANN, Ulrike ; ZIZZA, Antonio: Stahlbaunormen, DIN EN 1993-1-5: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Plattenförmige Bauteile. In: KUHLMANN, Ulrike (Hrsg.): *Stahlbau-Kalender 2012*. Ernst & Sohn GmbH & Co. KG, 2012, S. 79–134
- [59] LINDNER, J. ; HABERMANN, W: Zur Weiterentwicklung des Beulnachweises für Platten bei mehrachsiger Beanspruchung. In: *Stahlbau* 57 (1988), Nr. 11, S. 333–339
- [60] LINDNER, J. ; HABERMANN, W: Berichtigung zu: Zur Weiterentwicklung des Beulnachweises für Platten bei mehrachsiger Beanspruchung. In: *Stahlbau* 58 (1989), Nr. 11, S. 349–351
- [61] LINDNER, J. ; RUSCH, A.: *Grenz (b/t)-Verhältnisse in Abhängigkeit der Belastung unter besonderer Berücksichtigung von Imperfektionen [Schlussbericht zum DIBt-Forschungsvorhaben P 32-5-16.91.32-965/00]*. Stuttgart : Fraunhofer IRB Verlag, 2000. – ISBN 3–8167–5975–0
- [62] MATLAB R2010B: *MathWorks*. . Version: 2010
- [63] MENSINGER, Martin ; NDOGMO, Joseph: Beulnachweise im Stahlbrückenbau. In: *Brückenbau - Construction Engineering* (2015), Nr. 5, 24–33.
- [64] MÜLLER, Christian: *Zum Nachweis ebener Tragwerke aus Stahl gegen seitliches Ausweichen*, Dissertation, RWTH Aachen, Dissertation, 2003



- [65] PAIK, Jeom K. ; SEO, Jung K.: Nonlinear finite element method models for ultimate strength analysis of steel stiffened-plate structures under combined biaxial compression and lateral pressure actions - Part II: Stiffened panels. In: *Thin-Walled Structures* 47 (2009), aug, Nr. 8-9, 998–1007. . – DOI 10.1016/j.tws.2008.08.006. – ISSN 02638231
- [66] PAIK, Jeom K. ; THAYAMBALLI, Anil K. ; JU KIM, Bong: Large deflection orthotropic plate approach to develop ultimate strength formulations for stiffened panels under combined biaxial compression/tension and lateral pressure. In: *Thin-Walled Structures* 39 (2001), mar, Nr. 3, 215–246. . – DOI 10.1016/S0263–8231(00)00059–8. – ISSN 02638231
- [67] POURSTAD, Vahid: *Numerische Untersuchungen an ausgesteiften Blechfeldern und analytische Parameterstudie bei mehrachsiger Beanspruchung*, 2015-14X, Institute of Structural Design, University of Stuttgart, Master Thesis, 2015
- [68] RIKS, E: An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. In: *International Journal of Solids Structures* 15 (1979), Nr. 7, S. 529–551
- [69] RUFF, D. C. ; SCHULZ, U: Der Einfluß von Imperfektionen auf das Tragverhalten von Platten. In: *Stahlbau* 68 (1999), Nr. 10, 829–834.
- [70] RUFF, D. C. ; SCHULZ, U: Ergänzende Stellungnahme. In: *Stahlbau* 69 (2000), Nr. 6, S. 503
- [71] RUSCH, A. ; LINDNER, J.: Tragfähigkeit von beulgefährdeten Querschnittselementen unter Berücksichtigung von Imperfektionen. In: *Stahlbau* 70 (2001), oct, Nr. 10, 765–774. . – DOI 10.1002/stab.200102520. – ISSN 00389145
- [72] SAINT-VENANT, Barré de: *p. 704 of his discussion of Clebsch's Theory of Elasticity of Solid Bodies*. 1883
- [73] SCHAFER, B W. ; PEKÖZ, T: Cold-Formed Steel Members with Multiple Longitudinal Intermediate Stiffeners. In: *Journal of Structural Engineering* 124 (1998), Nr. 10, S. 1175–1181
- [74] SCHEER, Joachim: *Auswertung von internationalen Veroeffentlichungen, Versuchsberichten, Kommissionspapieren u.ä. auf dem Gebiet des Beulens von Platten aus Stahl*. Fraunhofer IRB Verlag, 1987. – 334 S.
- [75] SCHEER, Joachim ; NÖLKE, H.: Neuer Vorschlag zum Nachweis der Beulsicherheit von Platten unter mehreren Randspannungen. In: *Festschrift G. Valtinat* (2001), S. 261–274
- [76] SCHEER, Joachim ; NÖLKE, H.: Zum Nachweis der Beulsicherheit von Platten bei gleichzeitiger Wirkung mehrerer Randspannungen. In: *Stahlbau* 70 (2001), sep, Nr. 9, 718–729. . – DOI 10.1002/stab.200102350. – ISSN 00389145
- [77] SCHMIDT, Herbert: Stability of steel shell structures: General Report. In: *Journal of Constructional Steel Research* 55 (2000), 159–181.
- [78] SEDLACEK, Gerhard ; FELDMANN, Markus ; KUHLMANN, Ulrike ; MENSINGER, Martin ; NAUMES, Johannes ; MÜLLER, Christian ; BRAUN, Benjamin ; NDOGMO, Joseph: Entwicklung und Aufbereitung wirtschaftlicher Bemessungsregeln für Stahl- und Verbundträger mit schlanken Stegblechen im Hoch- und Brückenbau. DAST-Forschungsbericht, AiF-Projekt-Nr. 14 771, 2008. – Forschungsbericht. – 316 S.
- [79] SEIDE, P ; STEIN, M: Compressive Buckling of Simply Supported Plates with Longitudinal Stiffeners. In: *NACA Tech. Note No. 1825* (1949)



- [80] SEITZ, Martin: *Tragverhalten längsversteifter Blechträger unter querverrichteter Krafteinleitung*, No.2005-2, Institute of Structural Design, University of Stuttgart, Dissertation, 2005.
- [81] SEYDEL, E: Über das Ausbeulen von rechteckigen isotropen oder orthogonalisotropen Platten bei Schubbeanspruchung. In: *Ing. Arch.* 4 (1933), S. 169
- [82] SIMÕES DA SILVA, Luís ; REBELO, C. ; NETHERCOT, D. ; MARQUES, L. ; SIMÕES, R. ; VILA REAL, P.M.M.: Statistical evaluation of the lateral -torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 2: Variability of steel properties. In: *Journal of Constructional Steel Research* 65 (2009), apr, Nr. 4, 832–849. . – DOI 10.1016/j.jcsr.2008.07.017. – ISSN 0143974X
- [83] SIMULIA: *Abaqus 6.11 Documentation*. Dassault Systèmes, 2011
- [84] SINUR, Franc: *Behaviour of Longitudinally Stiffened Plate Girders Subjected to Bending-Shear Interaction*, PhD Thesis, University of Ljubljana, Dissertation, 2011
- [85] TIMMERS, Ralph: *Zur direkten Bestimmung der Traglastkurve nicht ausgesteifter und ausgesteifter Beulfelder durch Anwendung der Fließlinientheorie*, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Dissertation, 2015
- [86] TIMOSHENKO, Stepan P.: Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie. In: *Z. Math. Phys.* 58 (1910), S. 337
- [87] TIMOSHENKO, Stepan P.: Stability of the Webs of Plate Girders. In: *Engineering* 138 (1934), S. 207
- [88] TIMOSHENKO, Stepan P. ; GERE, J M.: *Theory of Elastic Stability*. 2nd. New York : McGraw-Hill, 1961
- [89] UEDA, Y. ; YAO, T.: The influence of complex initial deflection modes on the behaviour and ultimate strength of rectangular plates in compression. In: *Journal of Constructional Steel Research* 5 (1985), jan, Nr. 4, 265–302. . – DOI 10.1016/0143-974X(85)90024-0. – ISSN 0143974X
- [90] UEDA, Yukio ; RASHED, S.M.H. ; PAIK, Jeom K.: Buckling and ultimate strength interaction in plates and stiffened panels under combined inplane biaxial and shearing forces. In: *Marine Structures* 8 (1995), jan, Nr. 1, 1–36. . – DOI 10.1016/0951-8339(95)90663-F. – ISSN 09518339
- [91] UNTERWEGER, Harald ; KETTLER, Markus: Einzelfeldbeulen - Wirklich große Unterschiede zwischen Eurocode EN 1993-1-5 und DIN 18800-3? In: *Stahlbau* 82 (2013), aug, Nr. 8, 597–608. . – DOI 10.1002/stab.201310074. – ISSN 00389145
- [92] UNTERWEGER, Harald ; KETTLER, Markus: Plattenbeulen nach Eurocode EN 1993-1-5 und Vergleich mit den (alten) nationalen Normen DIN bzw. ÖNORM. In: *35. Stahlbauseminar 2013*. Neu-Ulm : Akademie der Hochschule Biberach, 2013
- [93] USAMI, T: Effective width of locally buckled plates in compression and bending. In: *Journal of Structural Engineering* 119 (1993), Nr. 5, 1358–1373.
- [94] VALSGARD, S: Numerical design prediction of the capacity of plates in biaxial inplane compression. In: *Computers & Structures* 12 (1980), Nr. 5, S. 729–739
- [95] WATANABE, E ; USAMI, T ; HASEGAWA, A: Strength and design of steel stiffened plates - A literature review of japanese contributions. In: *Inelastic Instability of Steel Structures and Structural Elements; U.S.-Japan Joint Seminar*. Tokio, 1981, S. 396–417



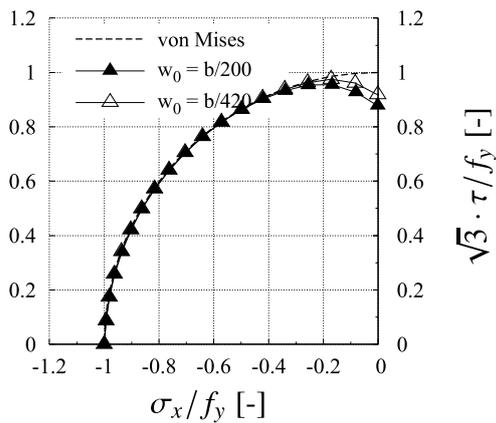
- [96] WINTER, George: Strength of Thin Steel Compression Flanges. In: *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 112 (1947), S. 527–554
- [97] WINTERSTETTER, Thomas A.: *Stabilität von Kreiszyinderschalen aus Stahl unter kombinierter Beanspruchung*, Universität GH Essen, Dissertation, 2000
- [98] WINTERSTETTER, Thomas A.: Zum Nachweis der Beulsicherheit von Platten- und Schalentragwerken aus Stahl bei mehrachsiger Beanspruchung. In: *Stahlbau* 71 (2002), nov, Nr. 11, 816–822. . – DOI 10.1002/stab.200202840. – ISSN 00389145
- [99] ZIEMIAN, Roland D. (Hrsg.): *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. 6. John Wiley & Sons, 2010. – 1120 S. . – ISBN 0470085258
- [100] ZIZZA, Antonio: *Buckling behaviour of unstiffened and stiffened steel plates under multi-axial stress states*, No.2016-XX, Institute of Structural Design, University of Stuttgart, Dissertation, 2016



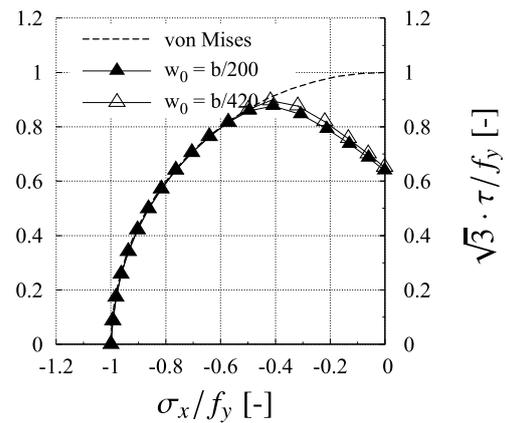
A Numerische Interaktionskurve

A.1 Zug-Schub

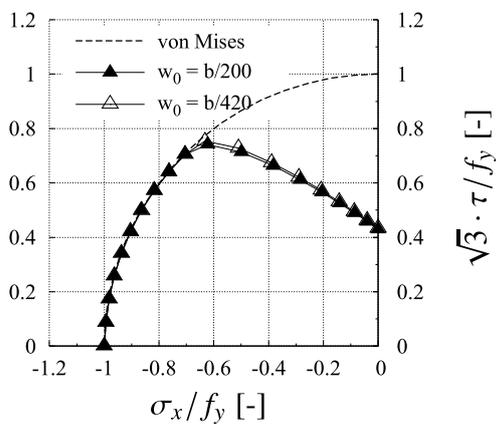
a) $b/t = 70$



b) $b/t = 100$



c) $b/t = 150$



d) $b/t = 250$

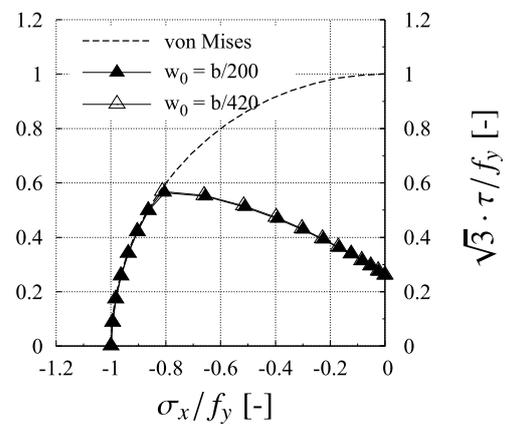


Abbildung A.1: Numerische Ergebnisse für Beulfelder mit unverformbaren Rändern unter Zug (BC-A, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



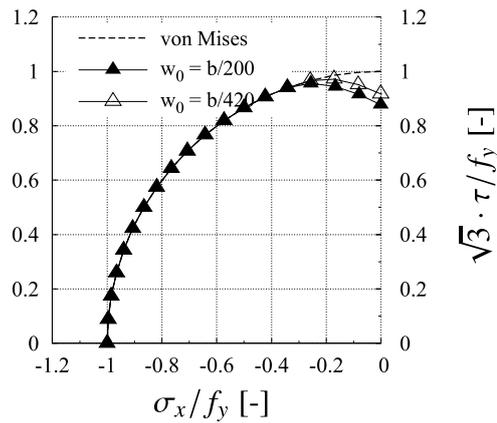
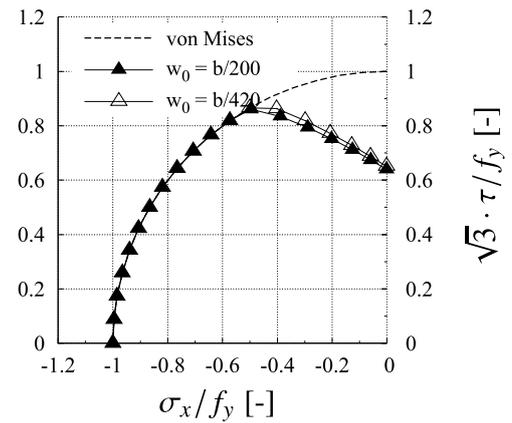
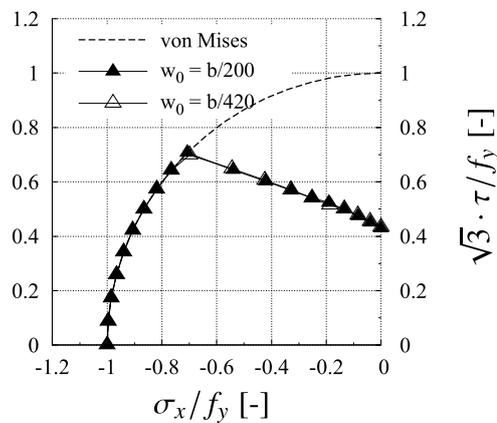
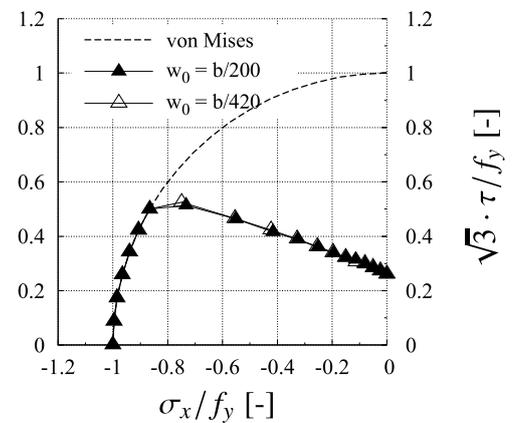
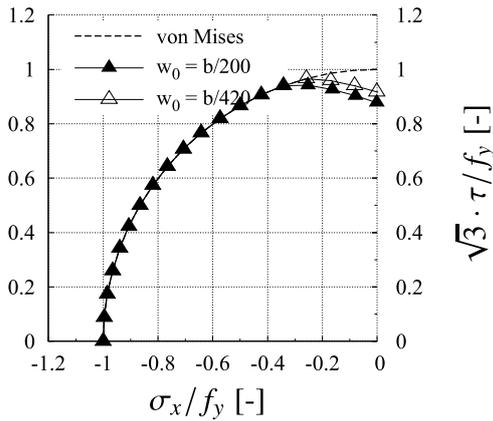
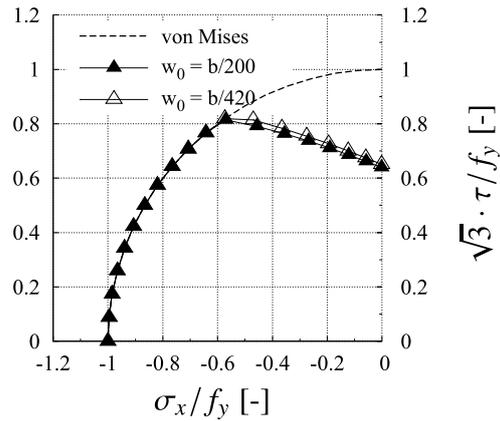
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

Abbildung A.2: Numerische Ergebnisse für Beulfelder mit unverformbaren Rändern unter Zug (BC-A, $\alpha = 2, \psi = 0,5$, Navier'scher Randbedingungen).

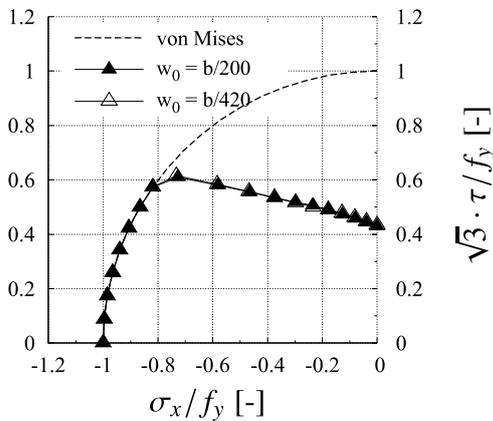
a) $b/t = 70$



b) $b/t = 100$



c) $b/t = 150$



d) $b/t = 250$

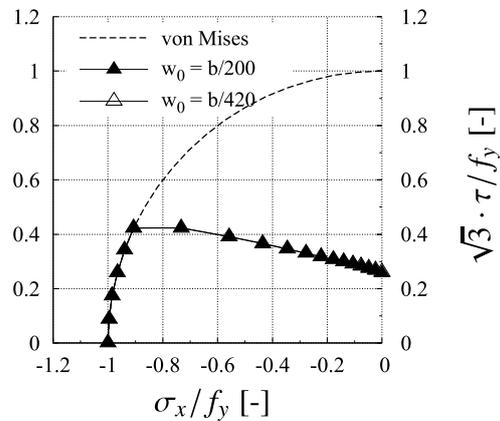


Abbildung A.3: Numerische Ergebnisse für Beulfelder mit unverformbaren Rändern unter Zug (BC-A, $\alpha = 2, \psi = 0$, Navier'scher Randbedingungen).



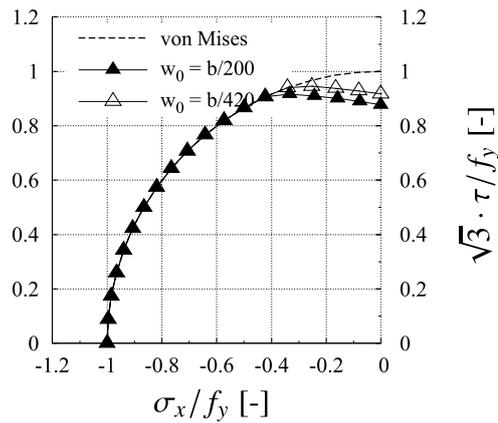
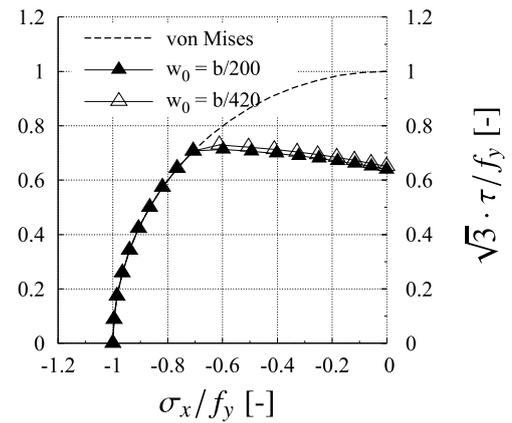
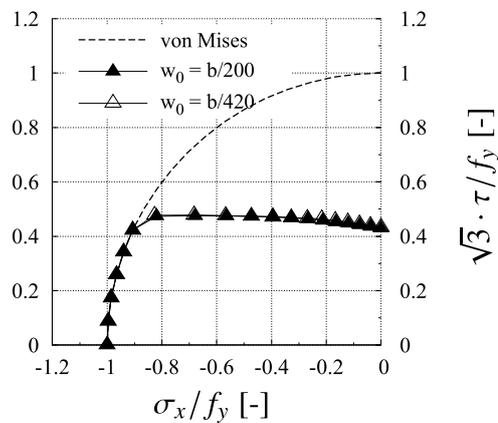
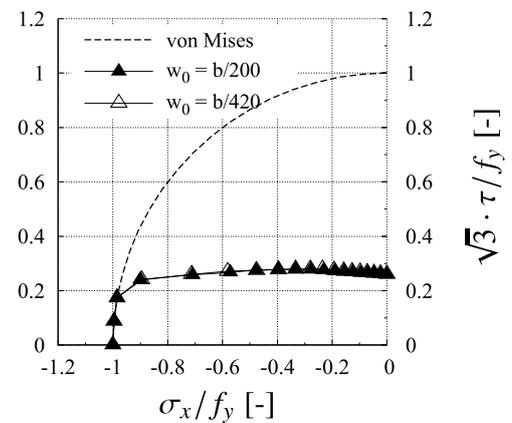
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

Abbildung A.4: Numerische Ergebnisse für Beulfelder mit unverformbaren Rändern unter Zug (BC-A, $\alpha = 2, \psi = -0,5$, Navier'scher Randbedingungen).

A.2 Druck-Schub

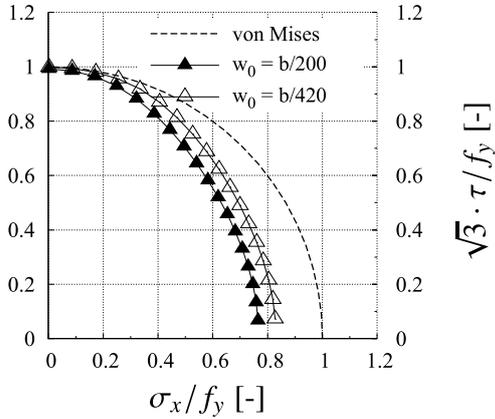
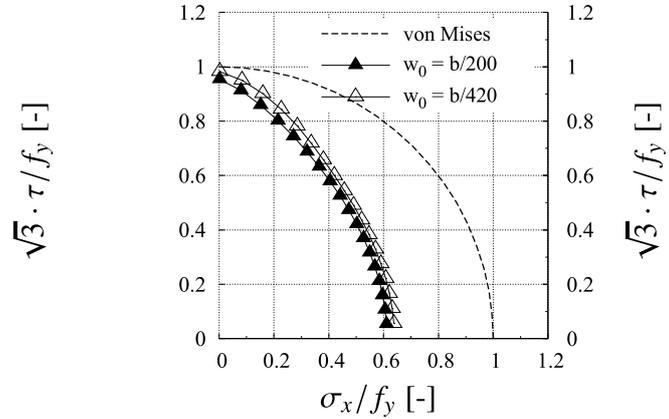
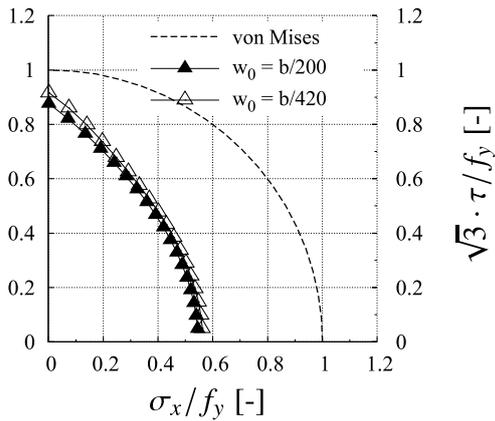
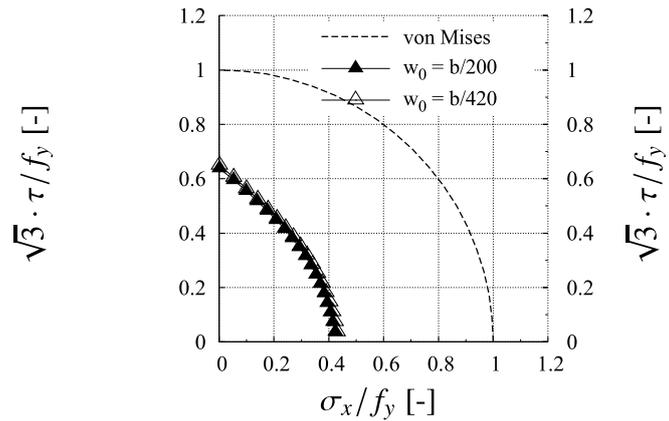
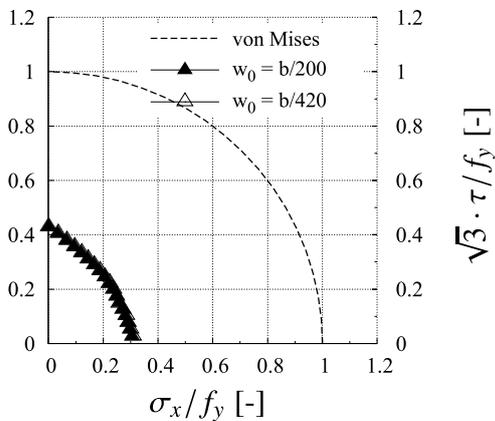
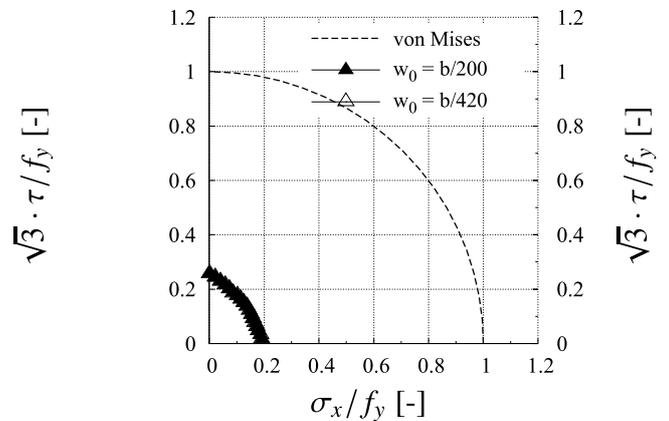
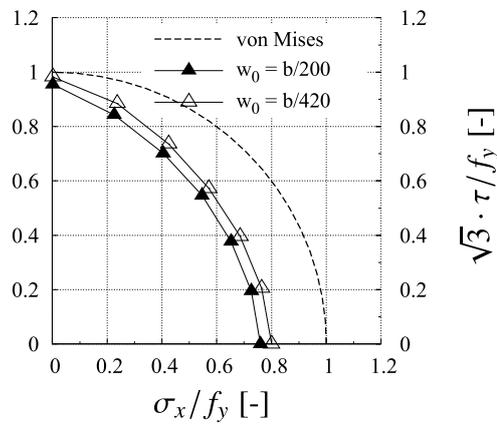
a) $b/t = 45$ b) $b/t = 60$ c) $b/t = 70$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

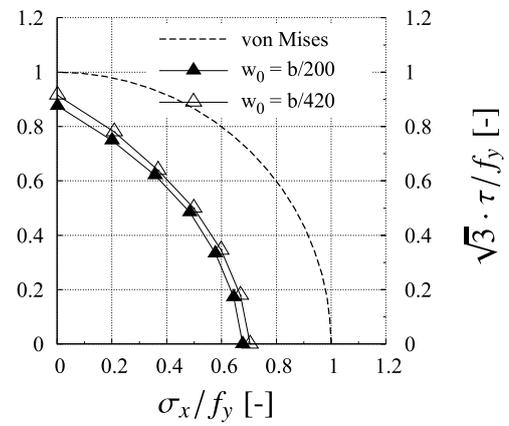
Abbildung A.5: Numerische Ergebnisse für Beulfelder Druck auf der kurzen Seite und in der Ebene unverformbar (BC-A, $\alpha = 2$, $\psi = 1.0$, Navier'scher Randbedingungen).



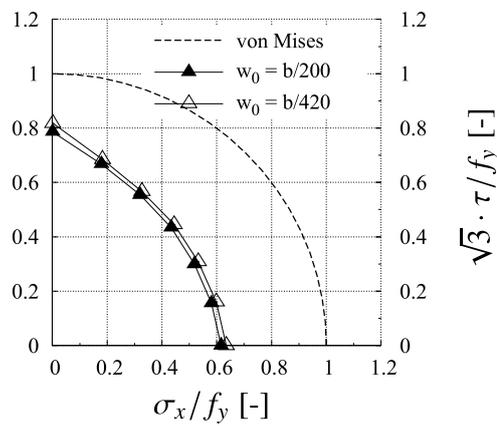
a) $b/t = 60$



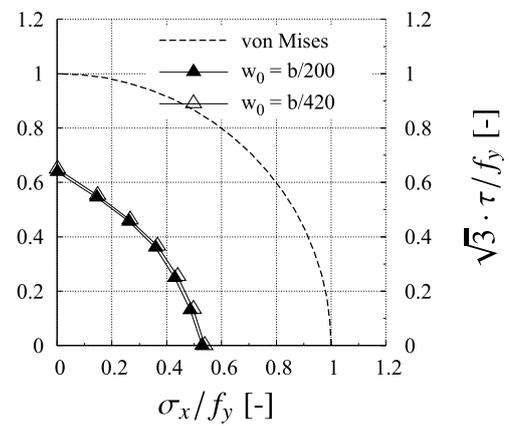
b) $b/t = 70$



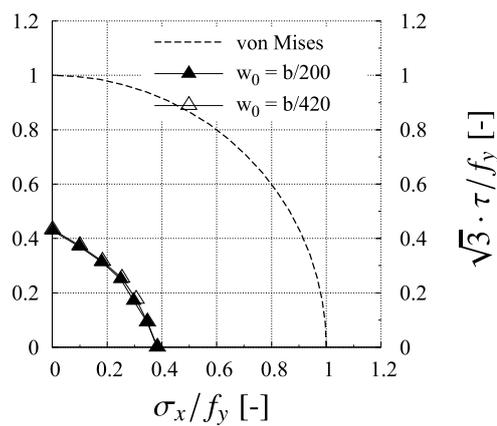
c) $b/t = 80$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

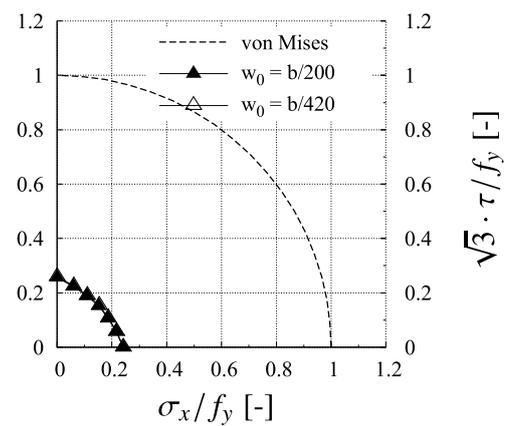
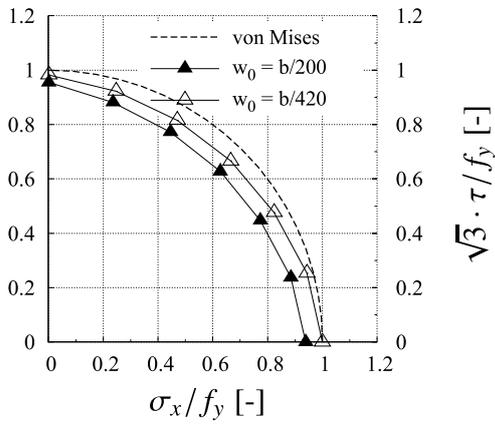
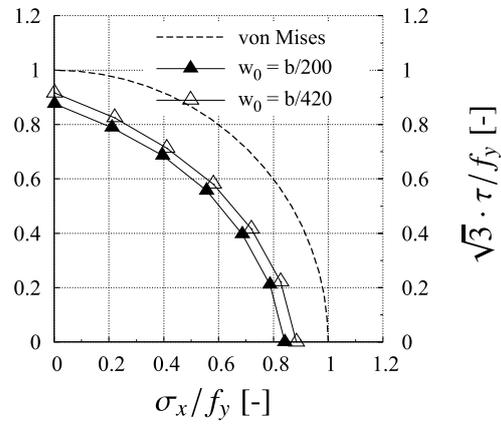


Abbildung A.6: Numerische Ergebnisse für Beulfelder, unverformbare Ränder unter Druck (BC-A, $\alpha = 2$, $\psi = 0.5$, Navier'scher Randbedingungen).

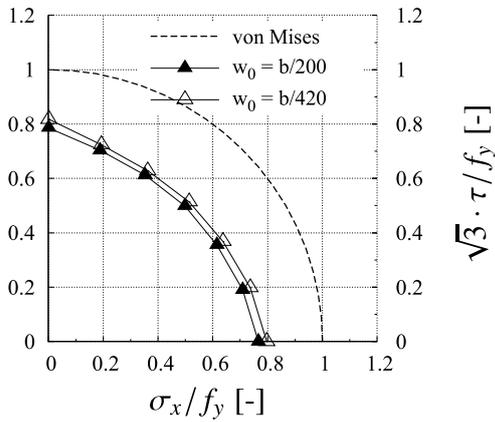
a) $b/t = 60$



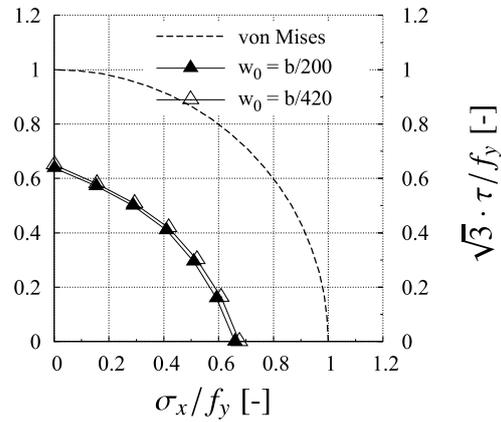
b) $b/t = 70$



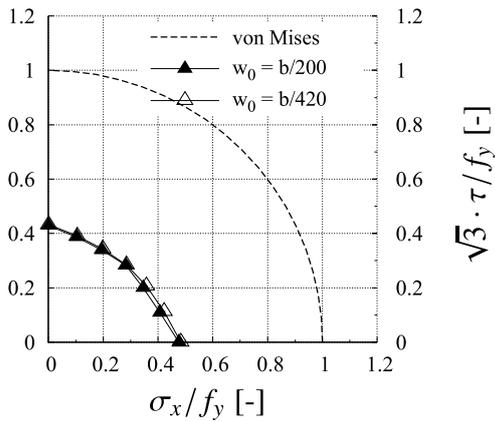
c) $b/t = 80$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

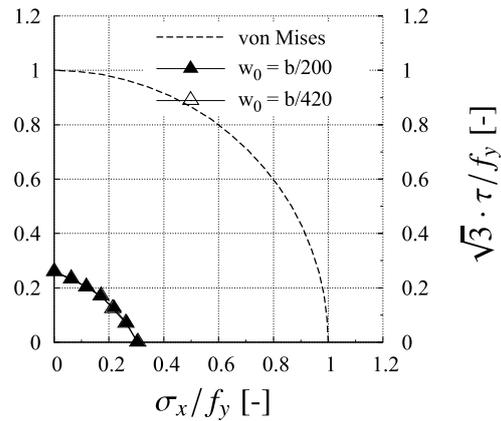
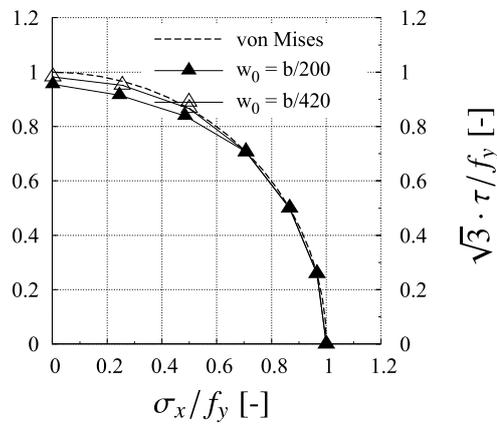


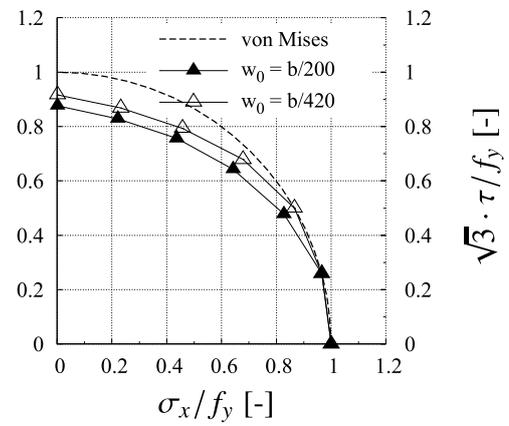
Abbildung A.7: Numerische Ergebnisse für Beulfelder, unverformbare Ränder unter Druck (BC-A, $\alpha = 2, \psi = 0$, Navier'scher Randbedingungen).



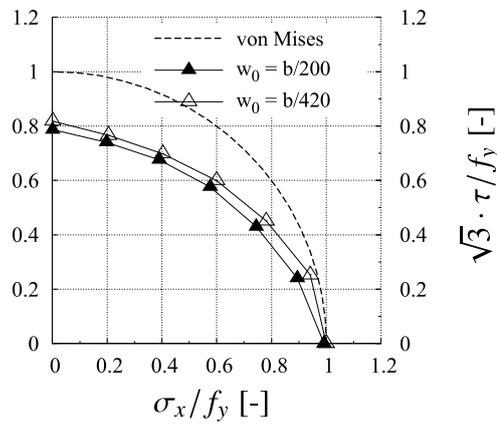
a) $b/t = 60$



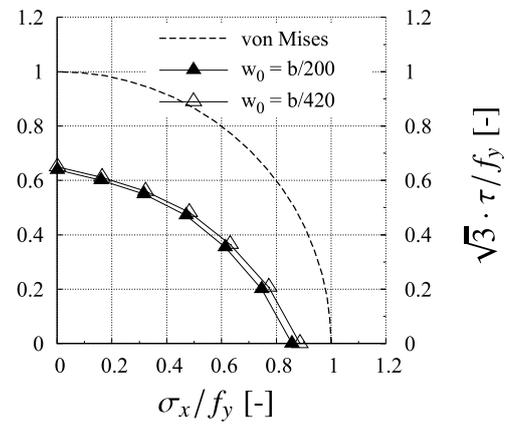
b) $b/t = 70$



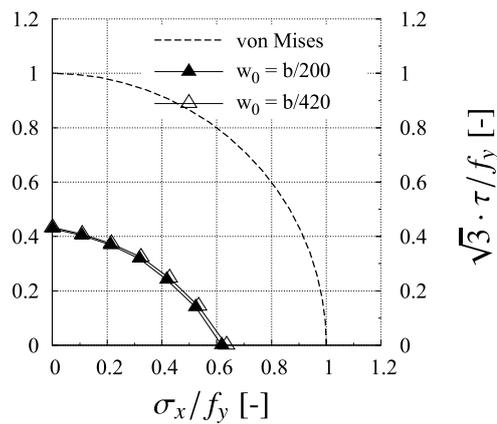
c) $b/t = 80$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

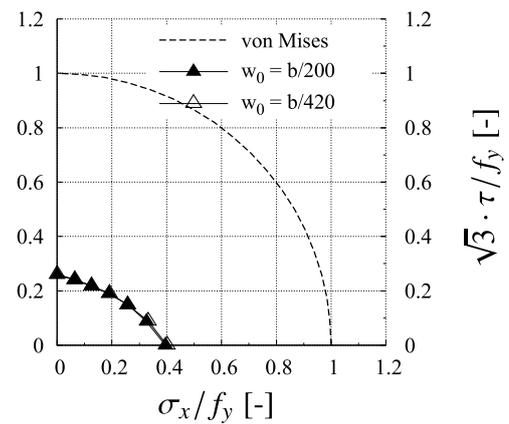
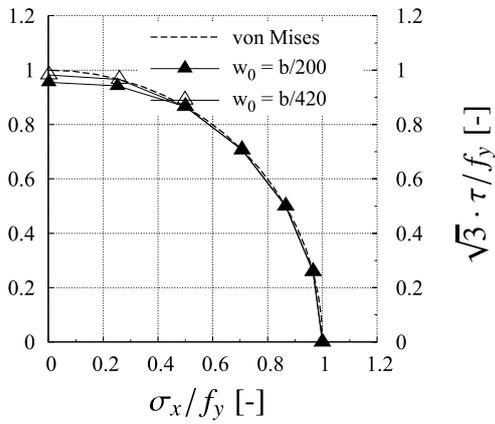
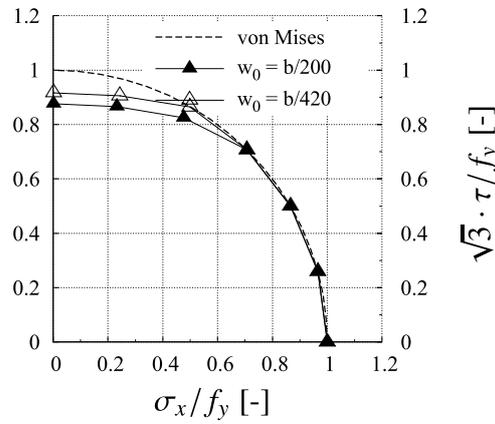


Abbildung A.8: Numerische Ergebnisse für Beulfelder, unverformbare Ränder unter Druck (BC-A, $\alpha = 2$, $\psi = -0,5$, Navier'scher Randbedingungen).

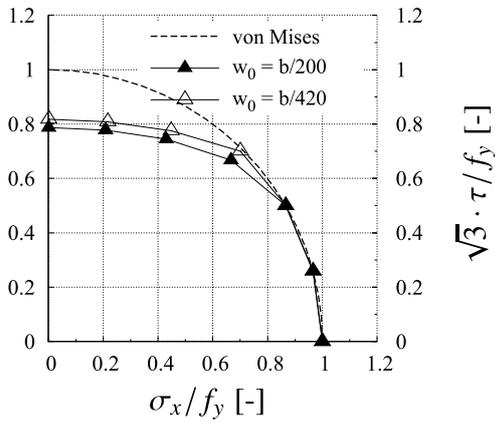
a) $b/t = 60$



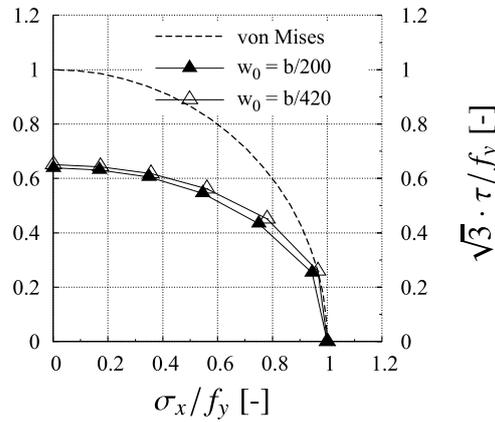
b) $b/t = 70$



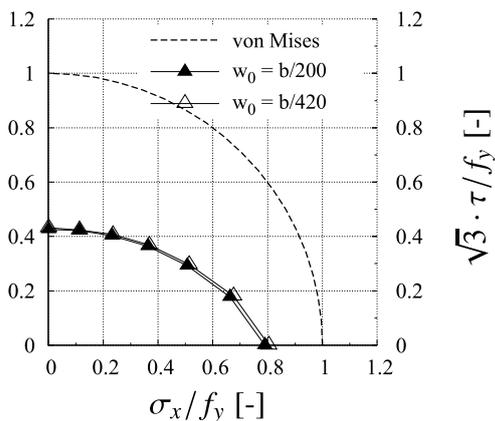
c) $b/t = 80$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

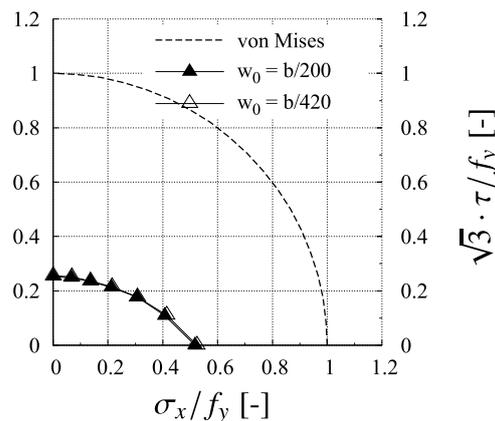


Abbildung A.9: Numerische Ergebnisse für Beulfelder, unverformbare Ränder unter Druck (BC-A, $\alpha = 2$, $\psi = -1$, Navier'scher Randbedingungen).



A.3 Biaxialer Druck (Ausgesteifte Beulfelder)

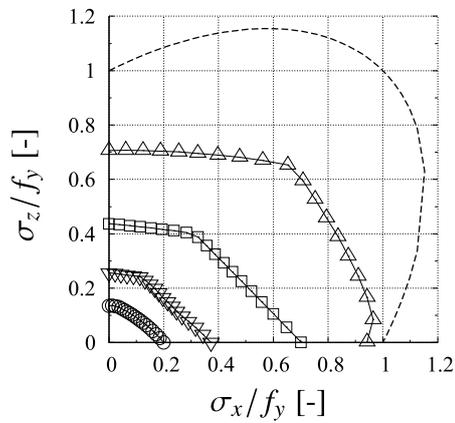
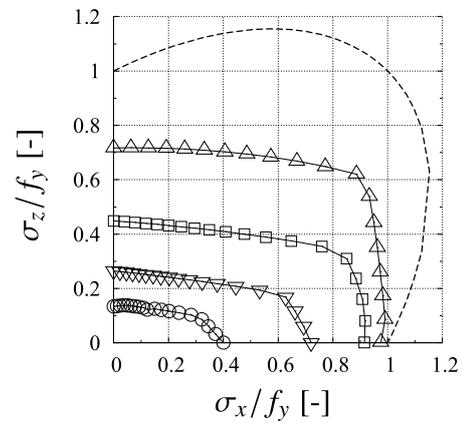
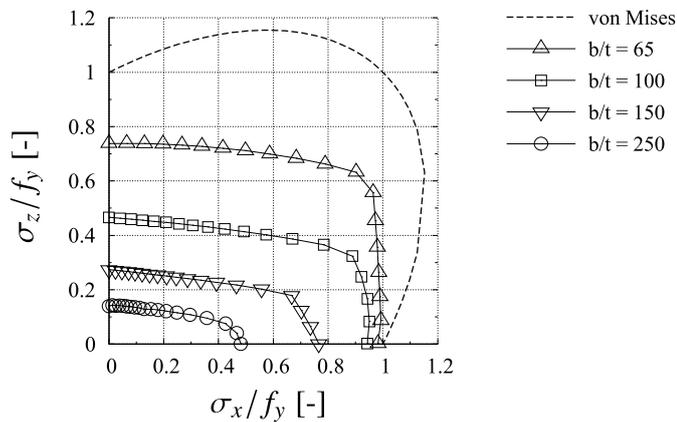
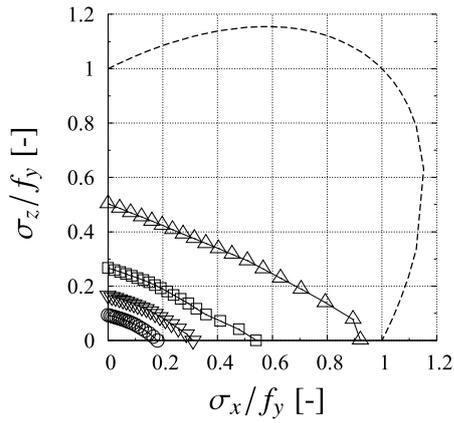
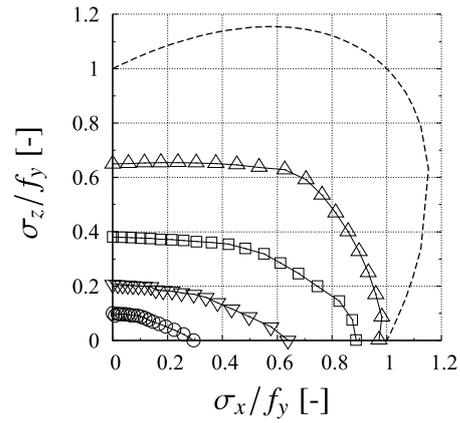
a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

Abbildung A.10: Numerische Ergebnisse für unausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 1$, $n = 2$, $b/t = 30, 45, 65$ and 100).

a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

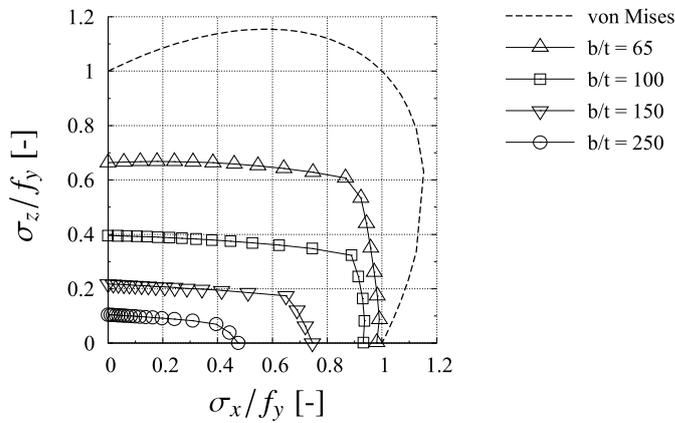
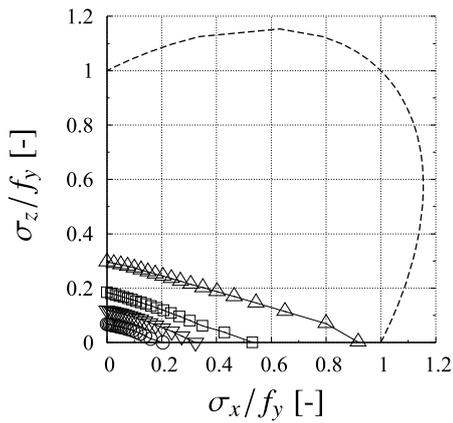


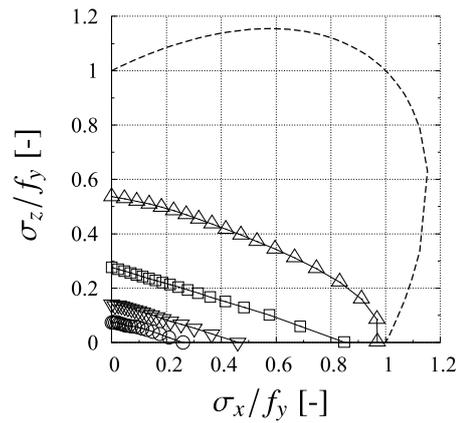
Abbildung A.11: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck ($\alpha = 1.5$, $n = 2$, $b/t = 30, 45, 65$ und 100).



a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

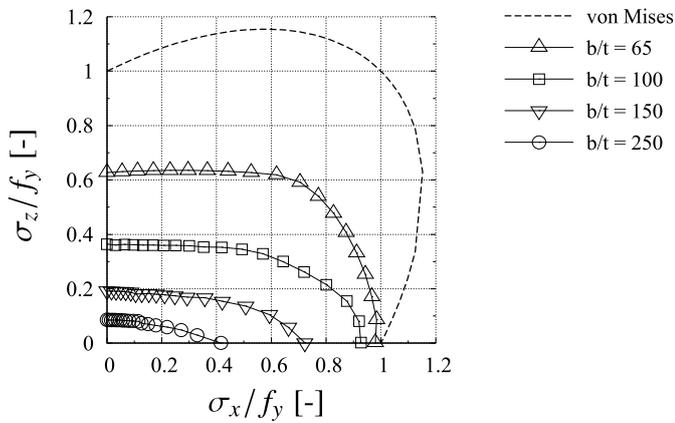
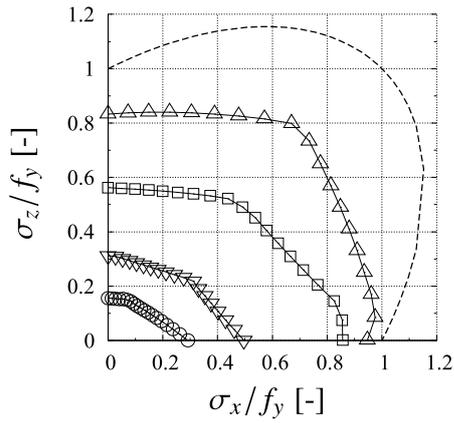
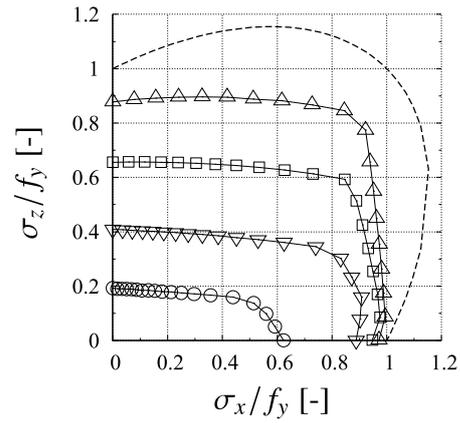


Abbildung A.12: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck ($\alpha = 2$, $n = 2$, $b/t = 30, 45, 65$ und 100).

a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

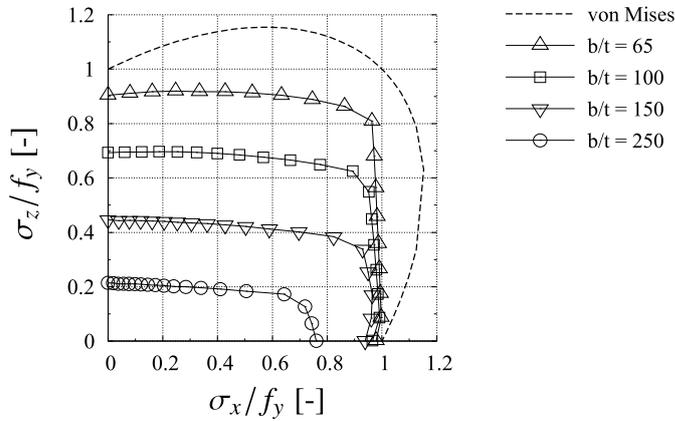
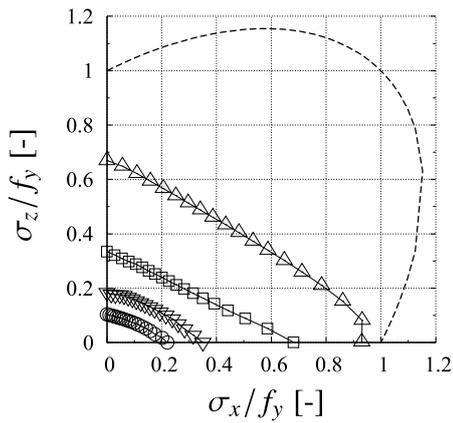


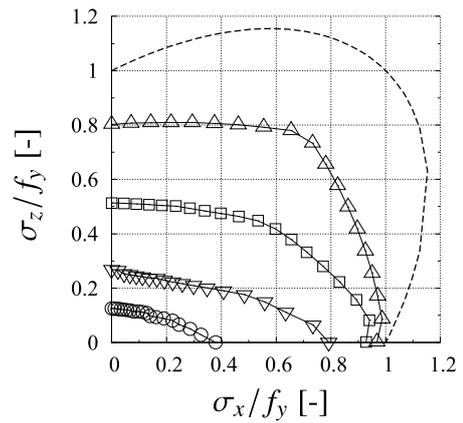
Abbildung A.13: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck ($\alpha = 1$, $n = 4$, $b/t = 30, 45, 65$ und 100).



a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

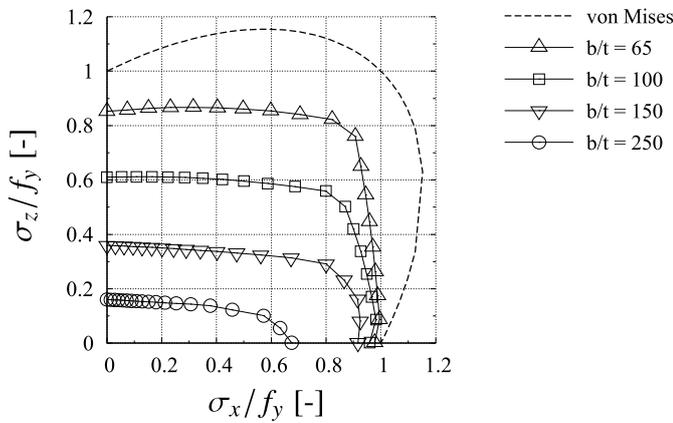


Abbildung A.14: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck ($\alpha = 1.5$, $n = 4$, $b/t = 30, 45, 65$ und 100).

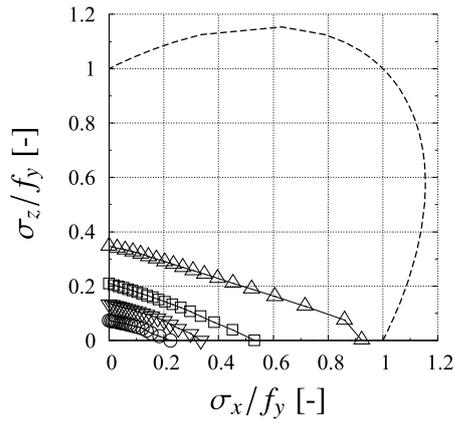
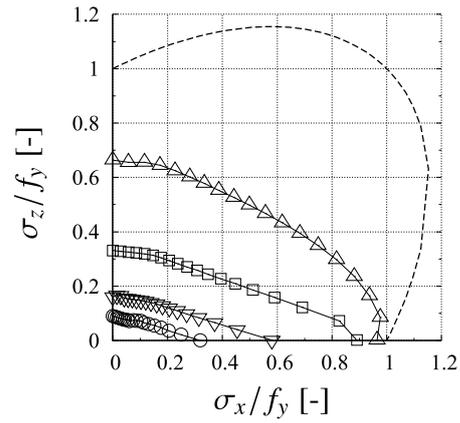
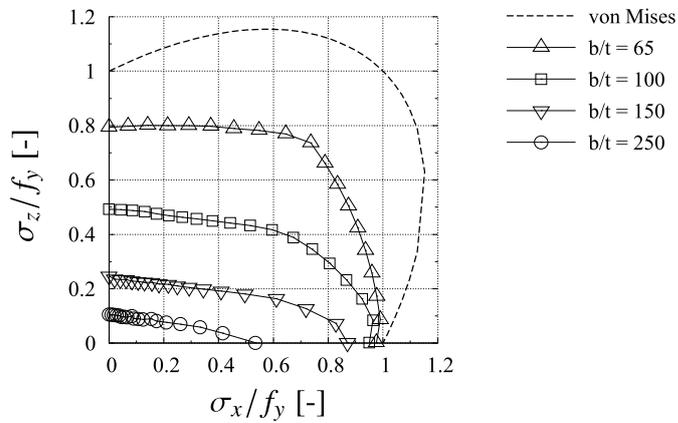
a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

Abbildung A.15: Numerische Ergebnisse für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck ($\alpha = 2$, $n = 4$, $b/t = 30, 45, 65$ und 100).



B Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln

B.1 Beulfelder unter Normalspannungen



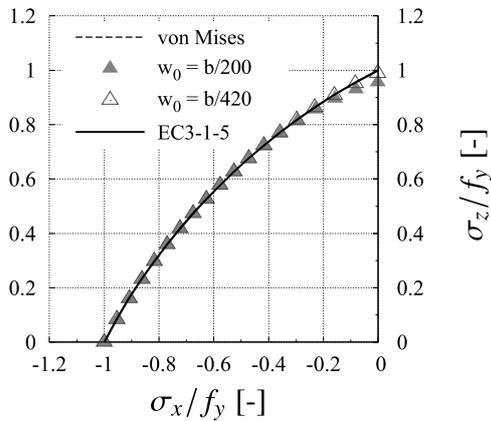
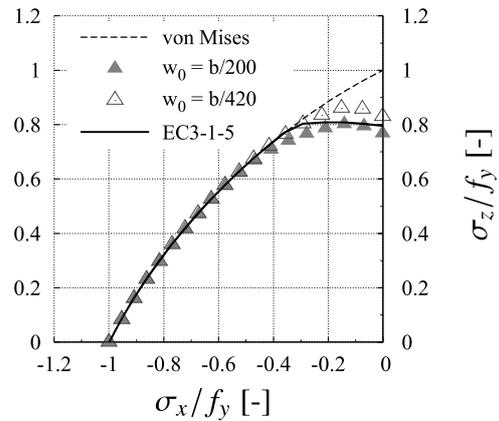
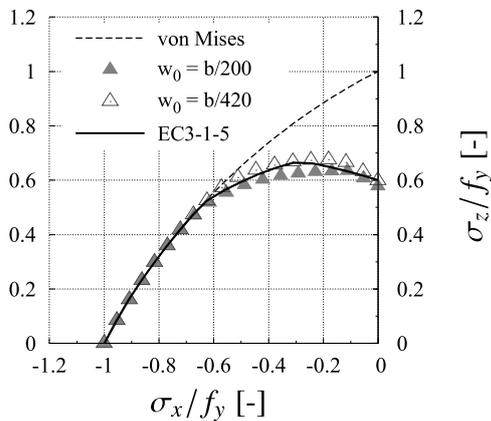
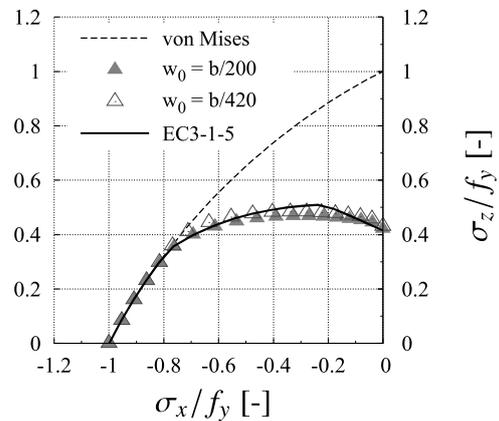
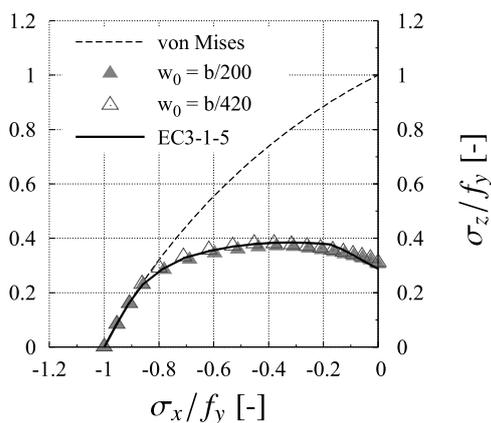
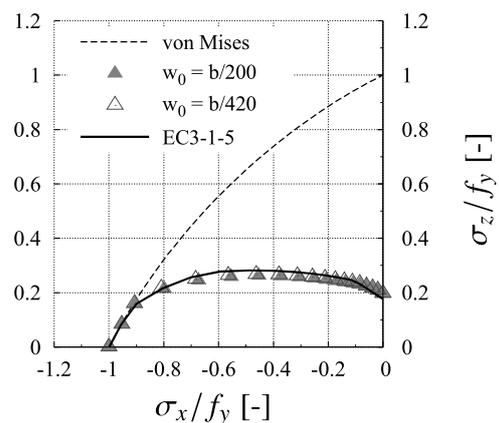
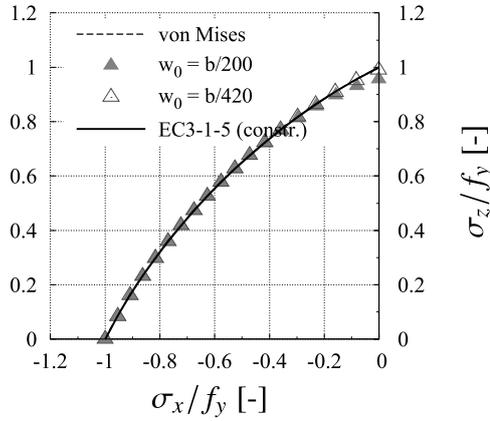
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

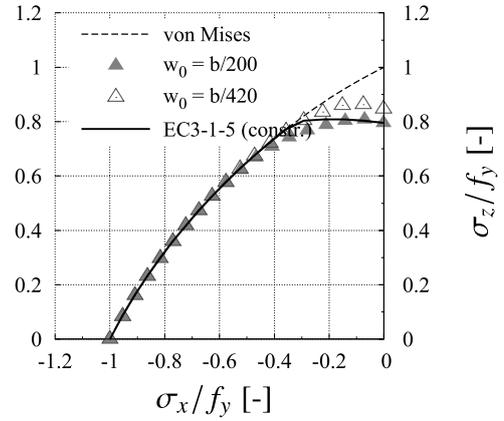
Abbildung B.1: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).



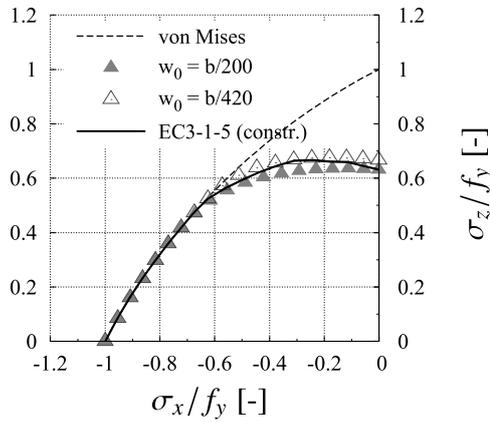
a) $b/t = 30$



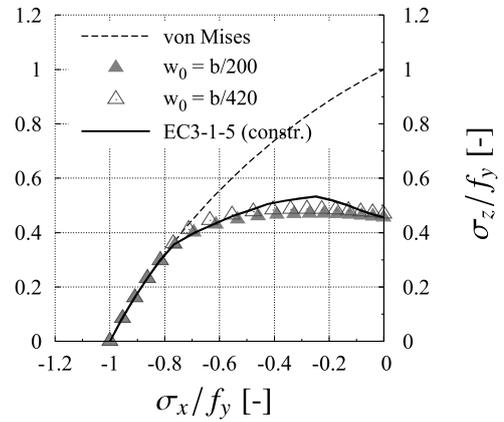
b) $b/t = 45$



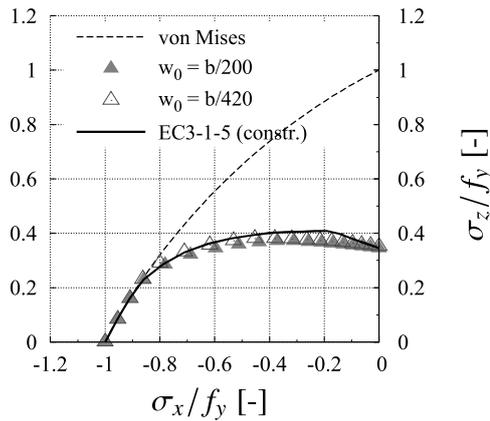
c) $b/t = 65$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

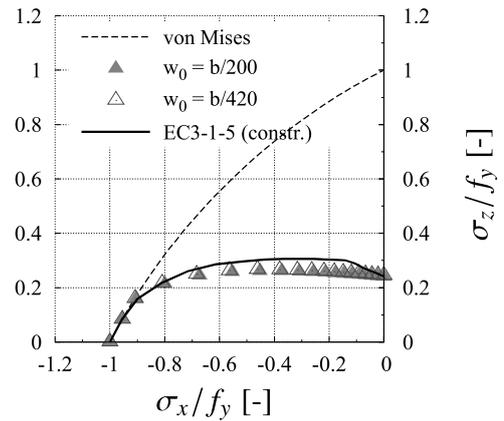
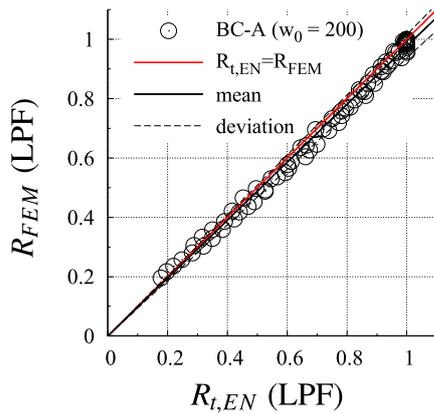


Abbildung B.2: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-B, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).

a) $w_0 = b/200$



b) $w_0 = b/420$

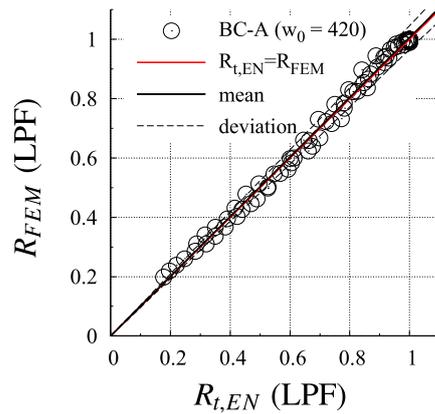
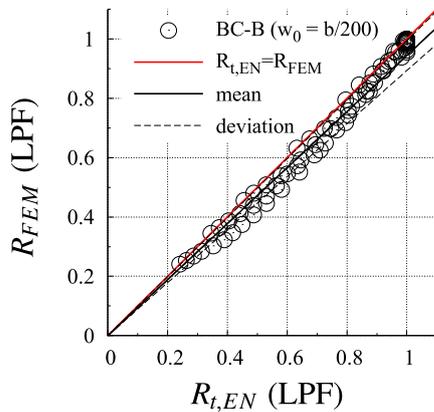


Abbildung B.3: Statistischer Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).

a) $w_0 = b/200$



b) $w_0 = b/420$

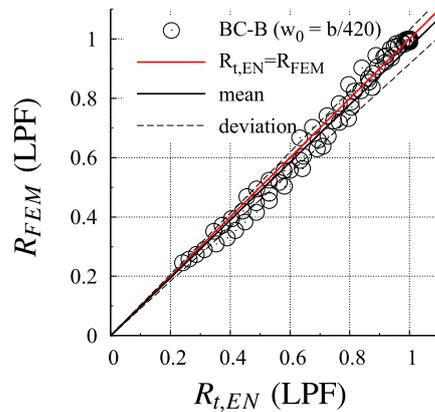
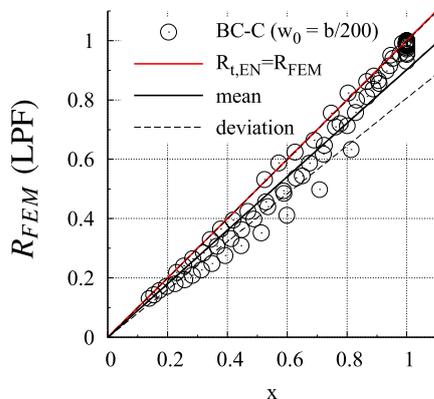


Abbildung B.4: Statistischer Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-BA, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).

a) $w_0 = b/200$



b) $w_0 = b/420$

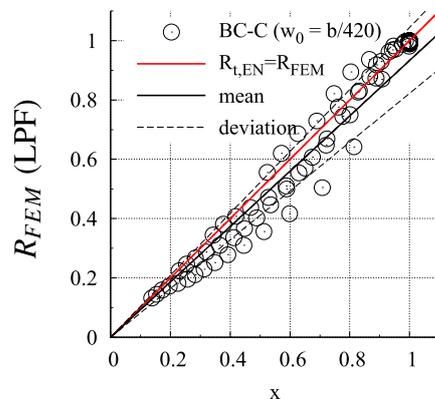
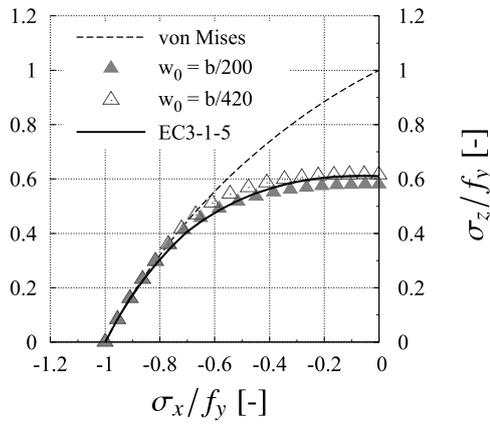


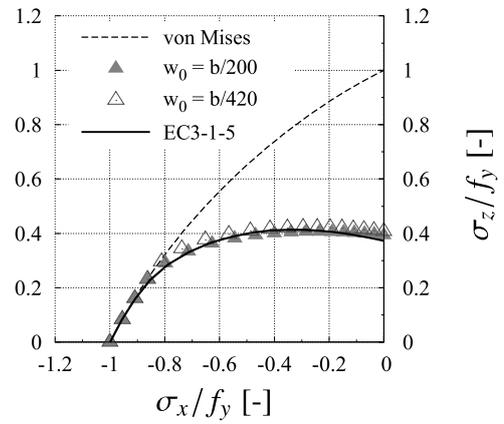
Abbildung B.5: Statistischer Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], basiert auf Anhang B, (BC-C, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).



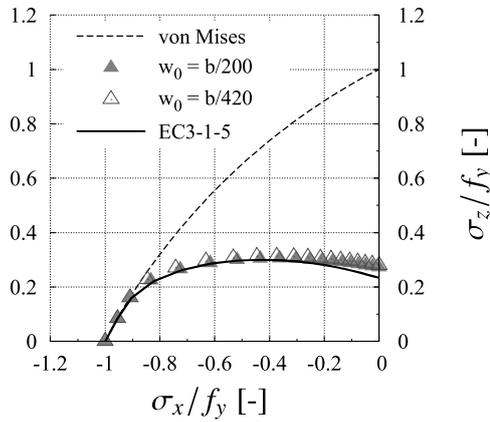
a) $b/t = 30$



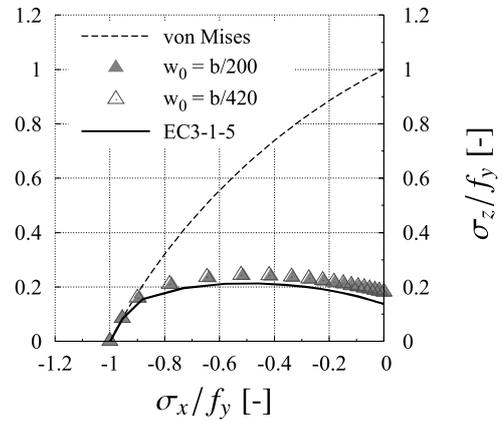
b) $b/t = 45$



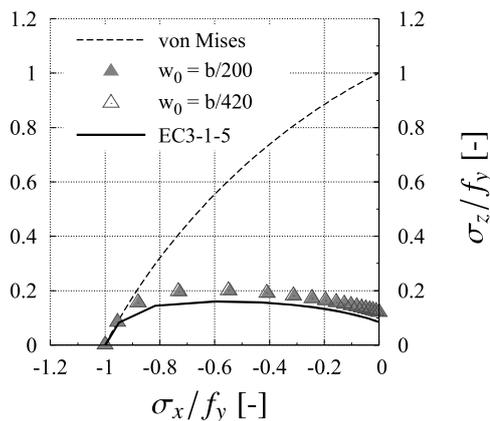
c) $b/t = 65$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

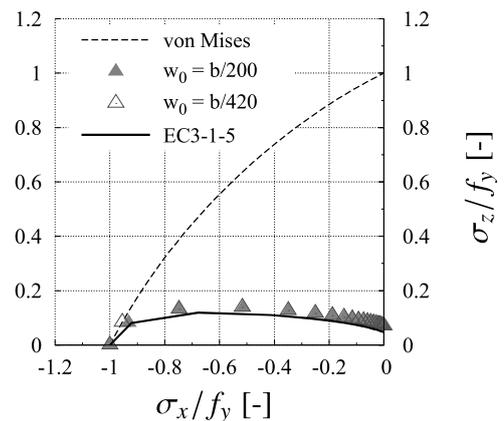


Abbildung B.6: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, Druck auf der langen Seite).

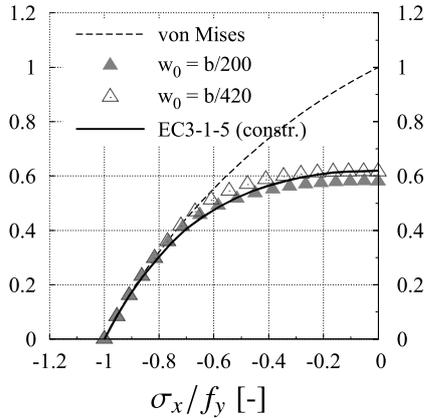
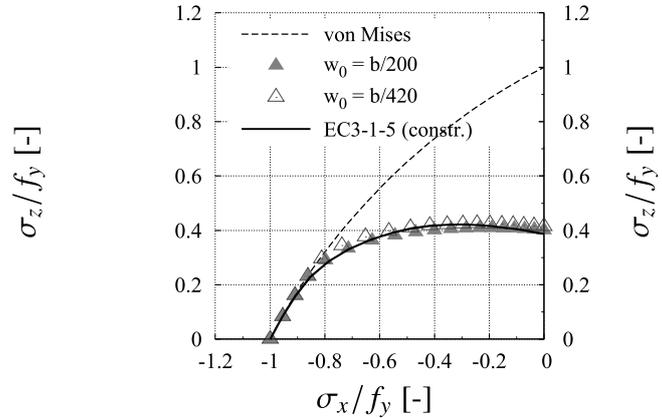
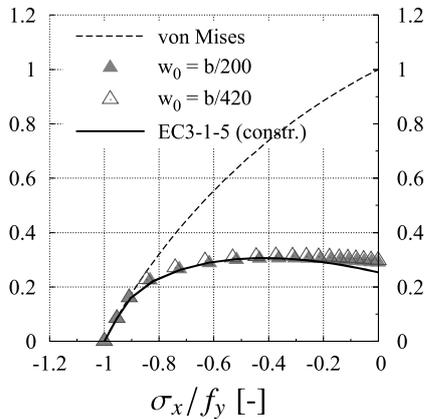
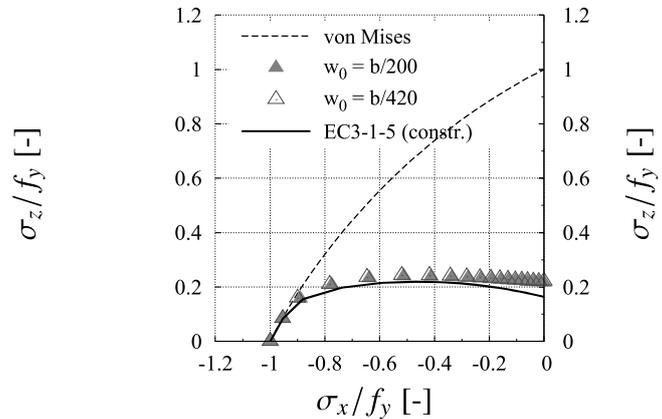
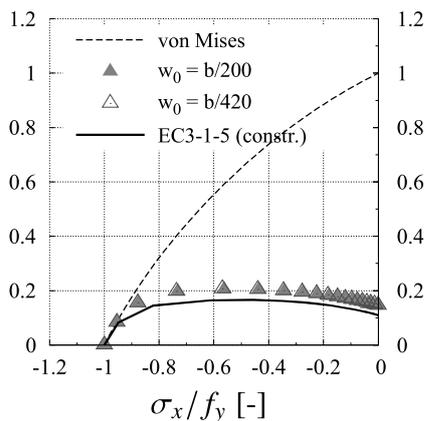
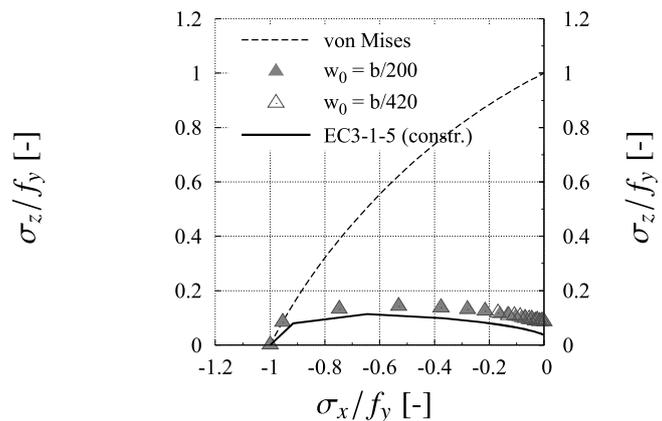
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

Abbildung B.7: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-B, $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, Druck auf der langen Seite).



B.2 Beulfelder unter Normal- und Schubspannung

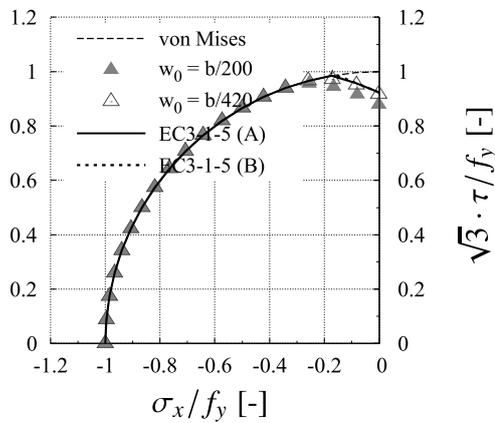
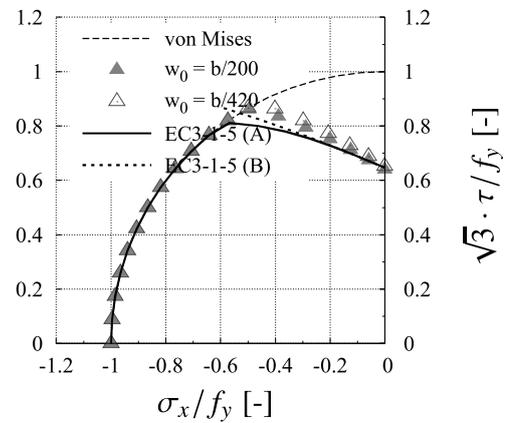
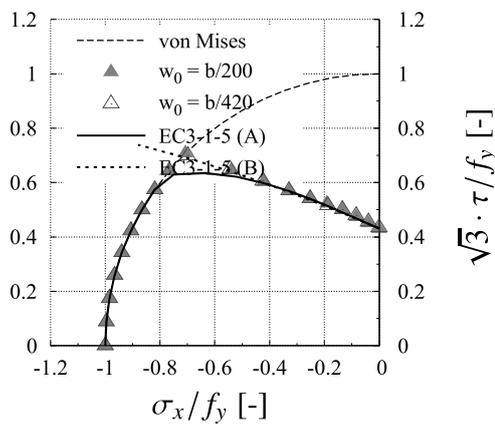
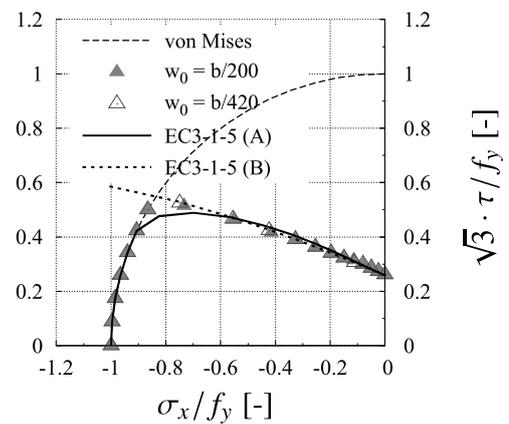
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

Abbildung B.8: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\psi = 0.5$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen, Interpretation A und B gemäß Abb. 2.21).

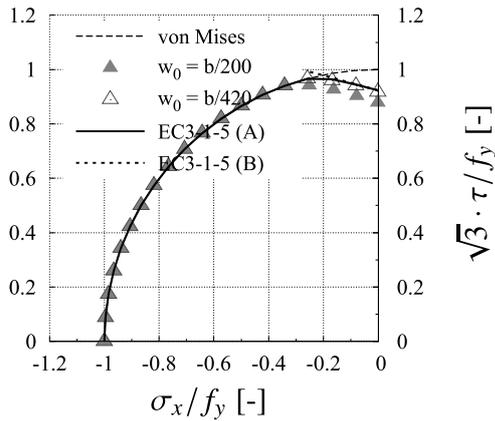
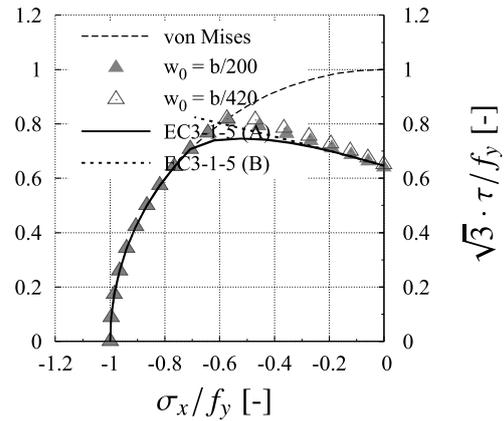
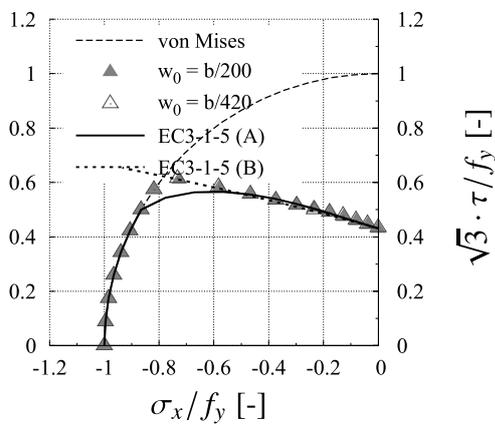
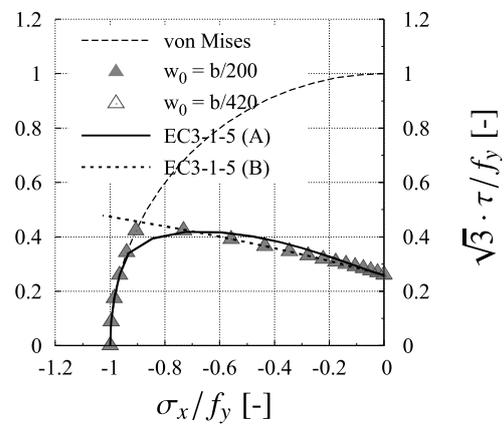
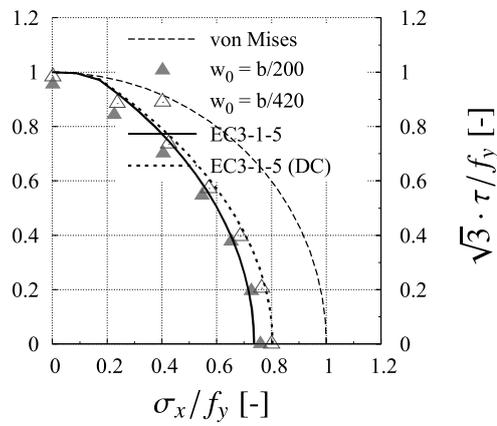
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

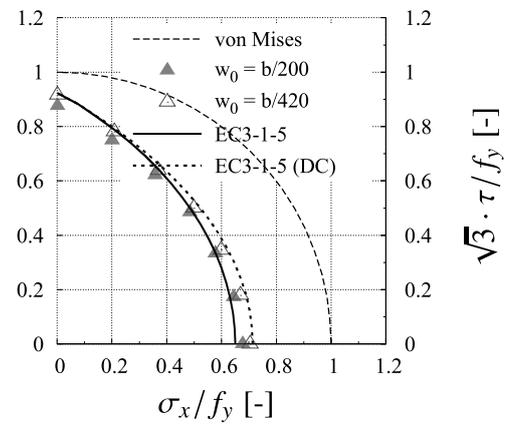
Abbildung B.9: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\psi = 0$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen, Interpretation A und B gemäß Abb. 2.21).



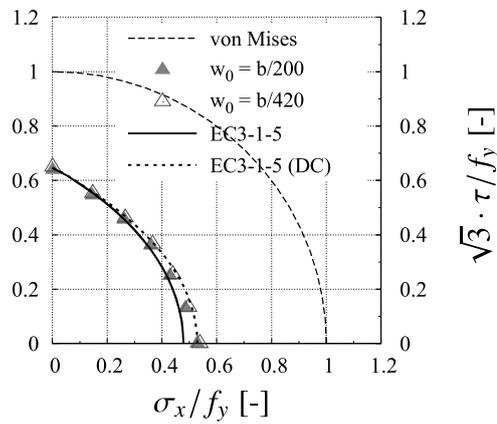
a) $b/t = 60$



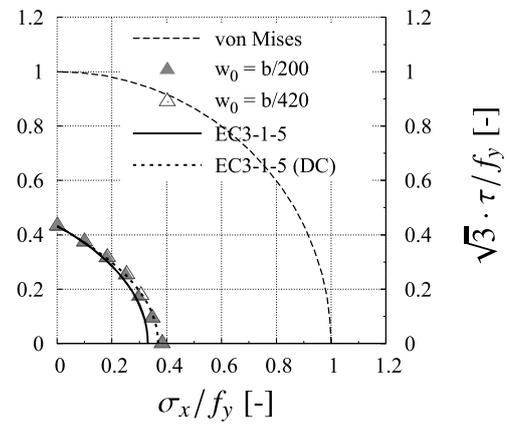
b) $b/t = 70$



c) $b/t = 100$



d) $b/t = 150$



e) $b/t = 250$

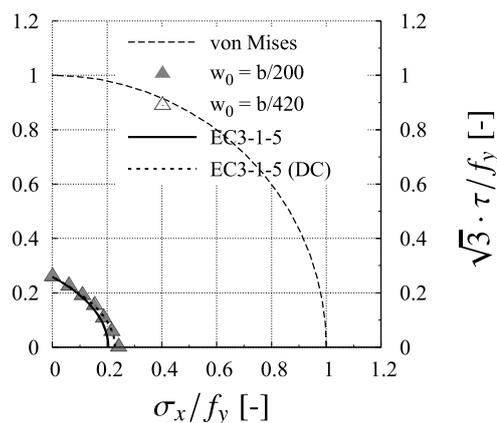
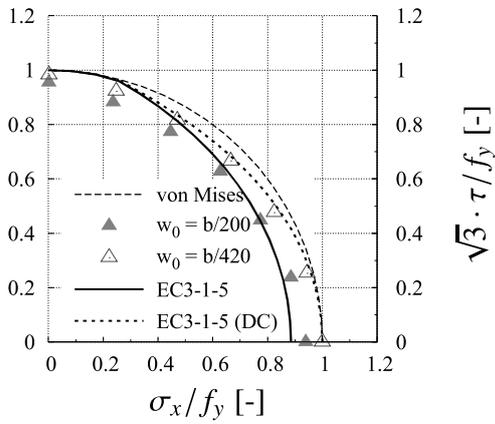
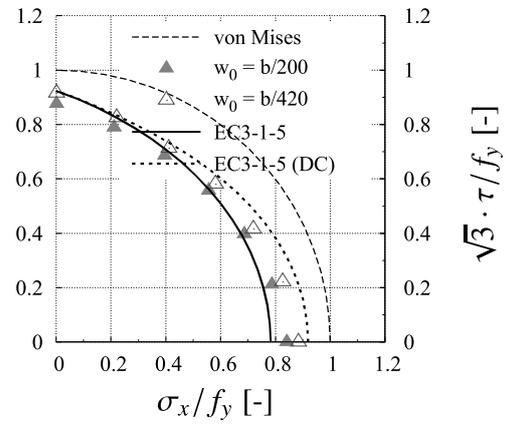


Abbildung B.10: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\psi = 0.5$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).

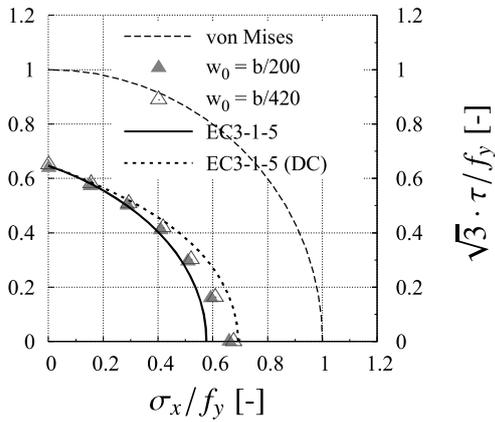
a) $b/t = 60$



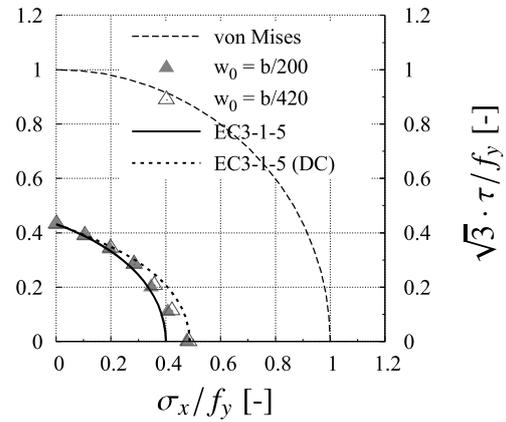
b) $b/t = 70$



c) $b/t = 100$



d) $b/t = 150$



e) $b/t = 250$

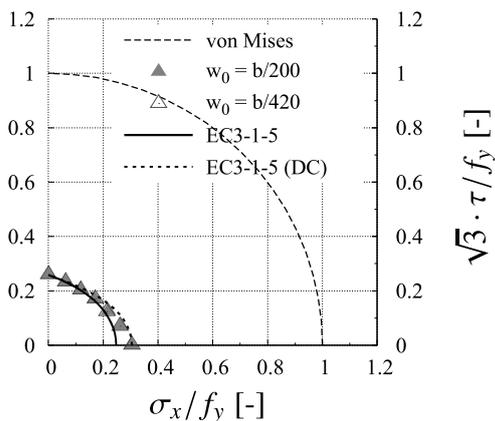
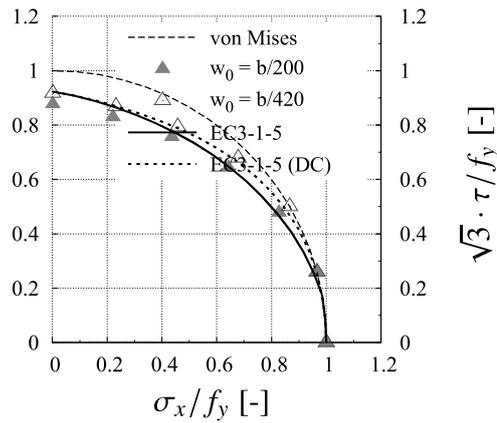


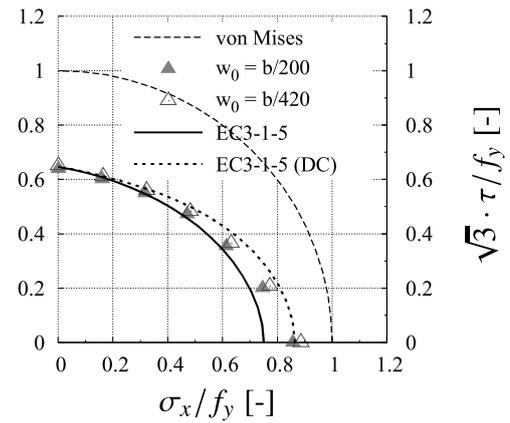
Abbildung B.11: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\psi = 0$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



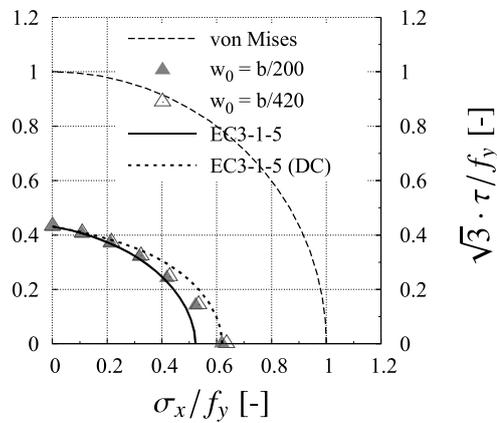
a) $b/t = 70$



b) $b/t = 100$



c) $b/t = 150$



d) $b/t = 250$

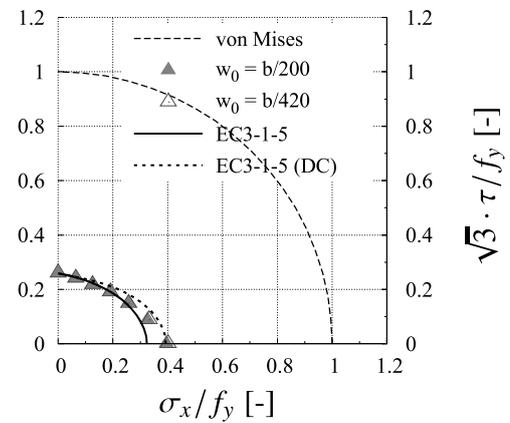
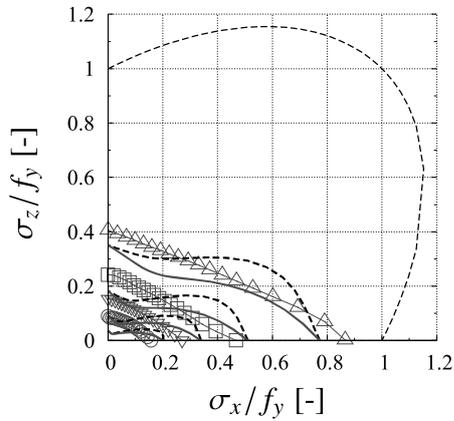
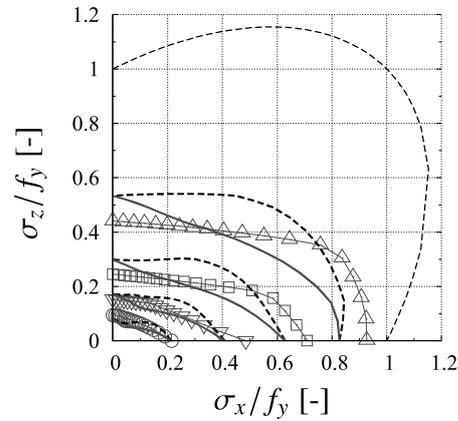
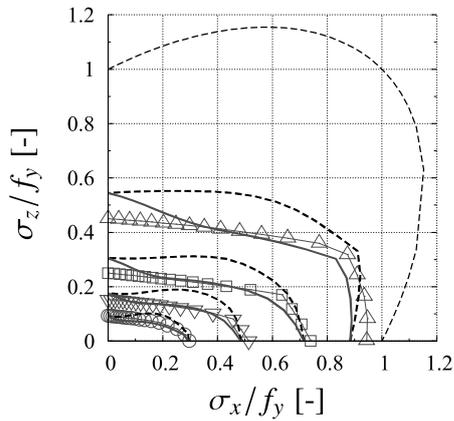


Abbildung B.12: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22], (BC-A, $\psi = -0.5$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).

B.3 Ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck

a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

- von Mises
- △— $b/t = 65$
- $b/t = 100$
- ▽— $b/t = 150$
- $b/t = 250$
- EN 1993-1-5 without V-factor
- EN 1993-1-5 with V-factor

Abbildung B.13: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder, ($\alpha = 1.5$, $n = 1$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).



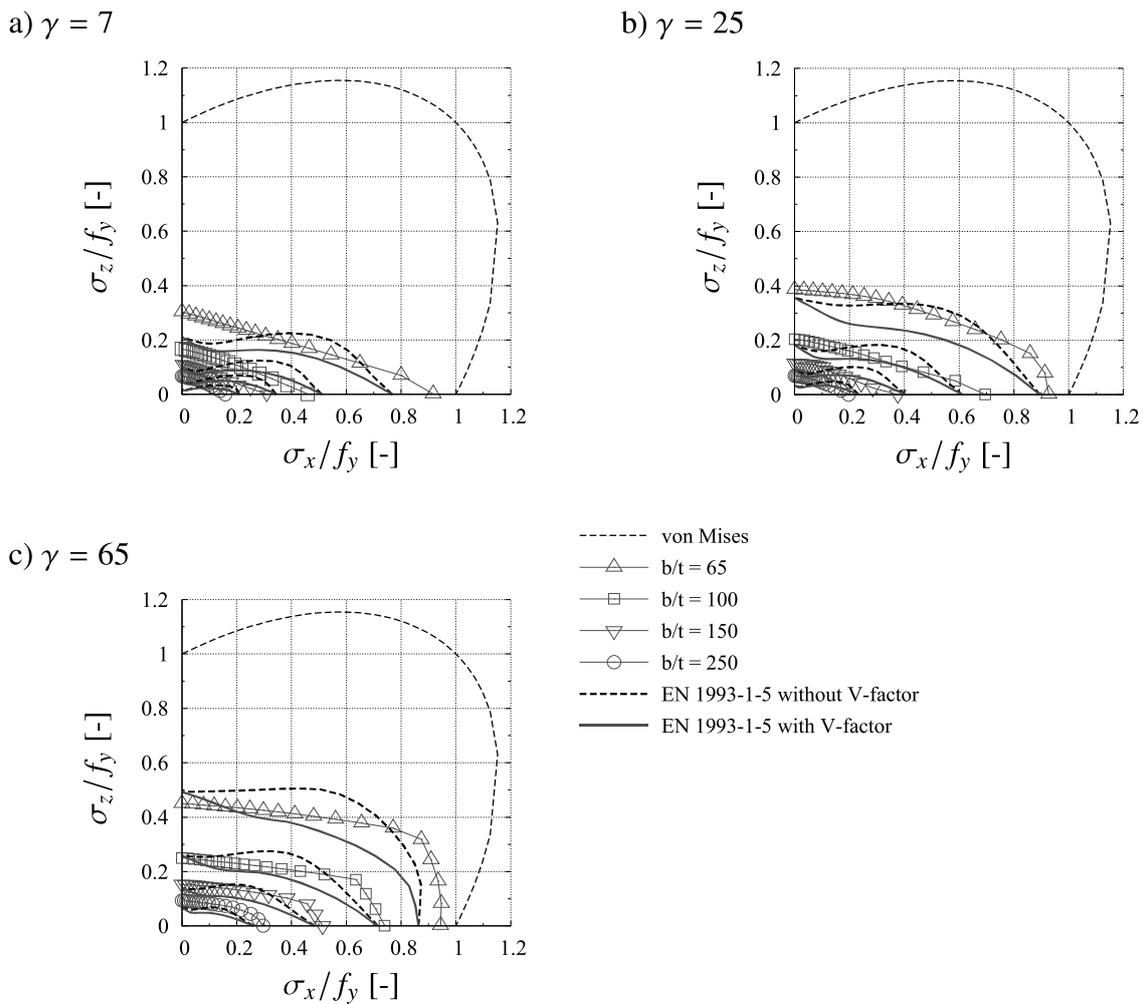
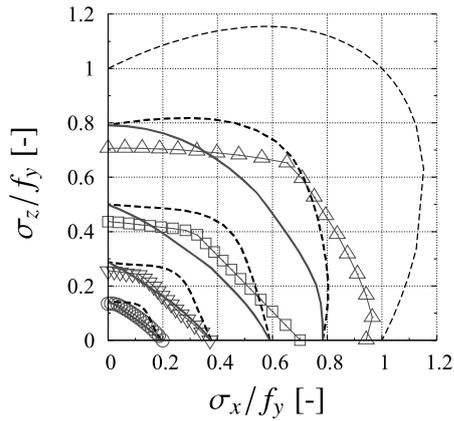
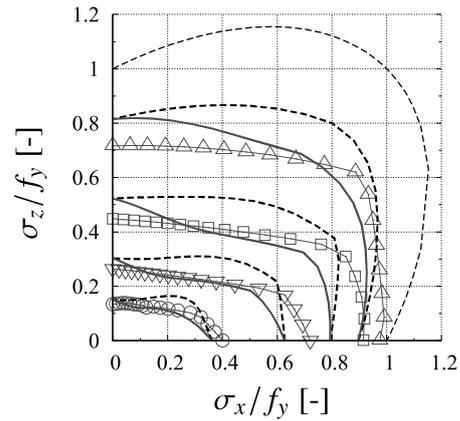


Abbildung B.14: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 2$, $n = 1$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).

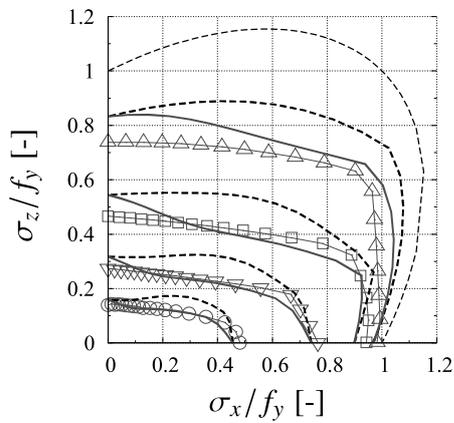
a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

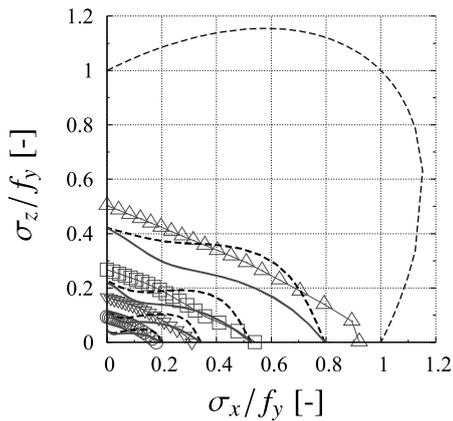


- von Mises
- △— b/t = 65
- b/t = 100
- ▽— b/t = 150
- b/t = 250
- EN 1993-1-5 without V-factor
- EN 1993-1-5 with V-factor

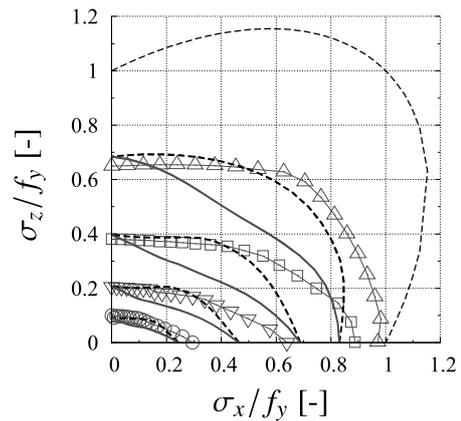
Abbildung B.15: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 2$, $n = 2$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).



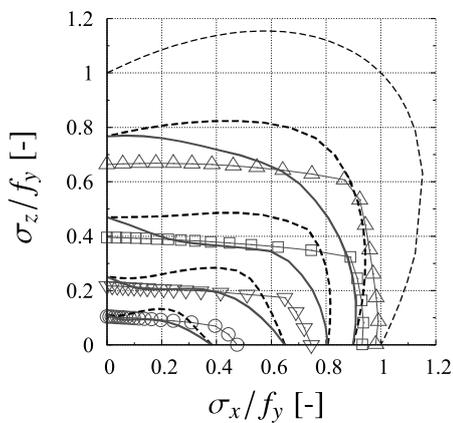
a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

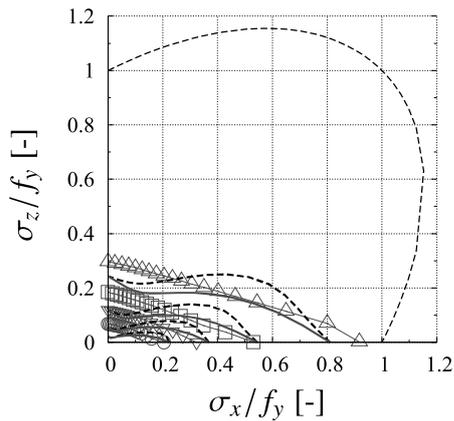


- von Mises
- △— $b/t = 65$
- $b/t = 100$
- ▽— $b/t = 150$
- $b/t = 250$
- EN 1993-1-5 without V-factor
- EN 1993-1-5 with V-factor

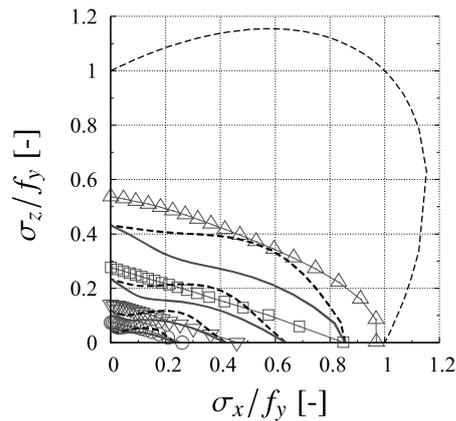
Abbildung B.16: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 1.5$, $n = 2$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).



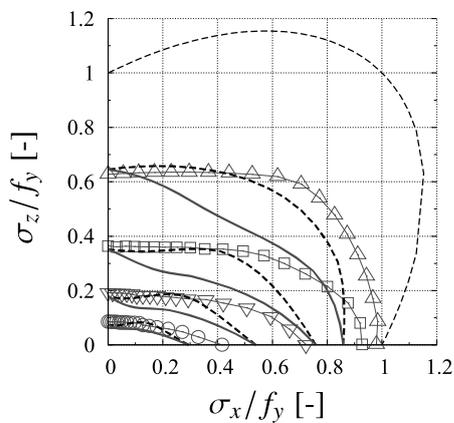
a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



c) $\gamma = 65$

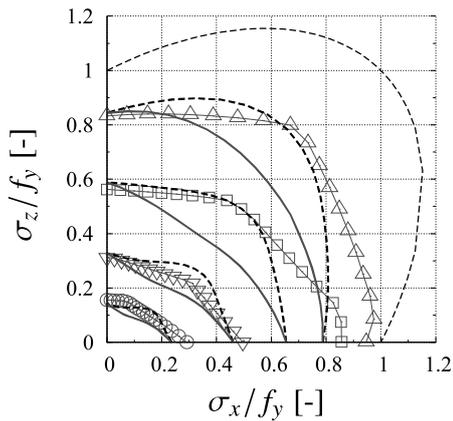


- von Mises
- △— b/t = 65
- b/t = 100
- ▽— b/t = 150
- b/t = 250
- EN 1993-1-5 without V-factor
- EN 1993-1-5 with V-factor

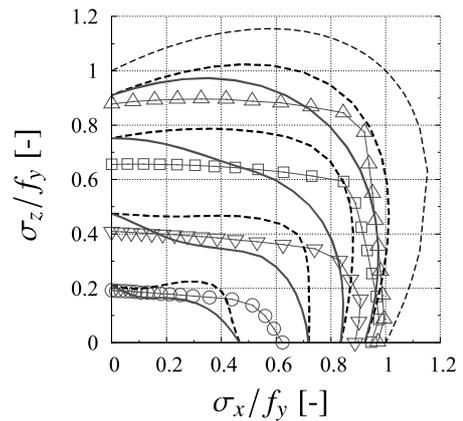
Abbildung B.17: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 2$, $n = 2$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).



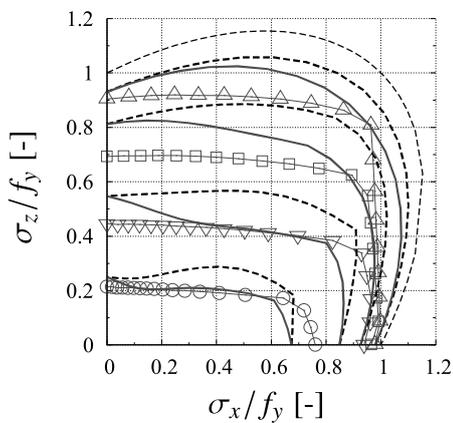
a) $\gamma = 7$



b) $\gamma = 25$



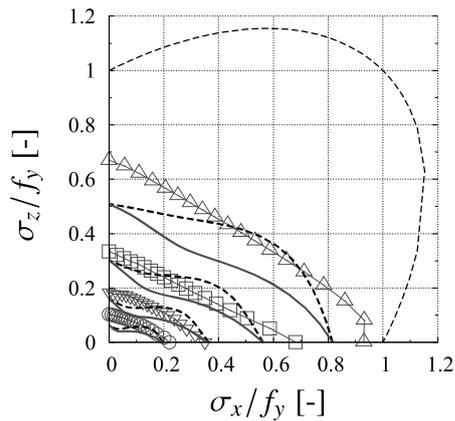
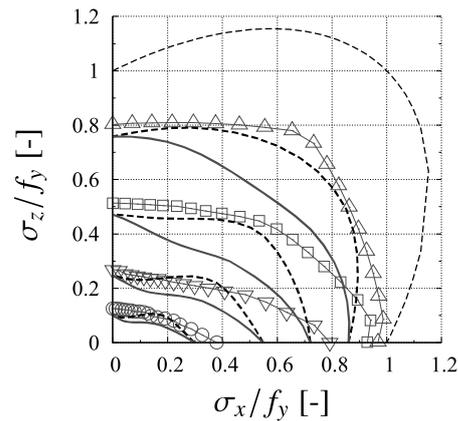
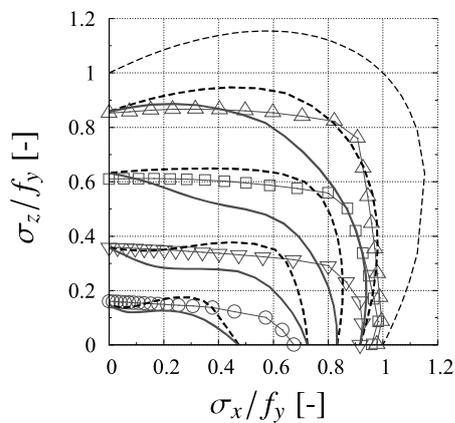
c) $\gamma = 65$



- von Mises
- △— b/t = 65
- b/t = 100
- ▽— b/t = 150
- b/t = 250
- EN 1993-1-5 without V-factor
- EN 1993-1-5 with V-factor

Abbildung B.18: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 1$, $n = 4$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).



a) $\gamma = 7$ b) $\gamma = 25$ c) $\gamma = 65$ 

- von Mises
- △— $b/t = 65$
- $b/t = 100$
- ▽— $b/t = 150$
- $b/t = 250$
- EN 1993-1-5 without V-factor
- EN 1993-1-5 with V-factor

Abbildung B.19: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 1.5$, $n = 4$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).



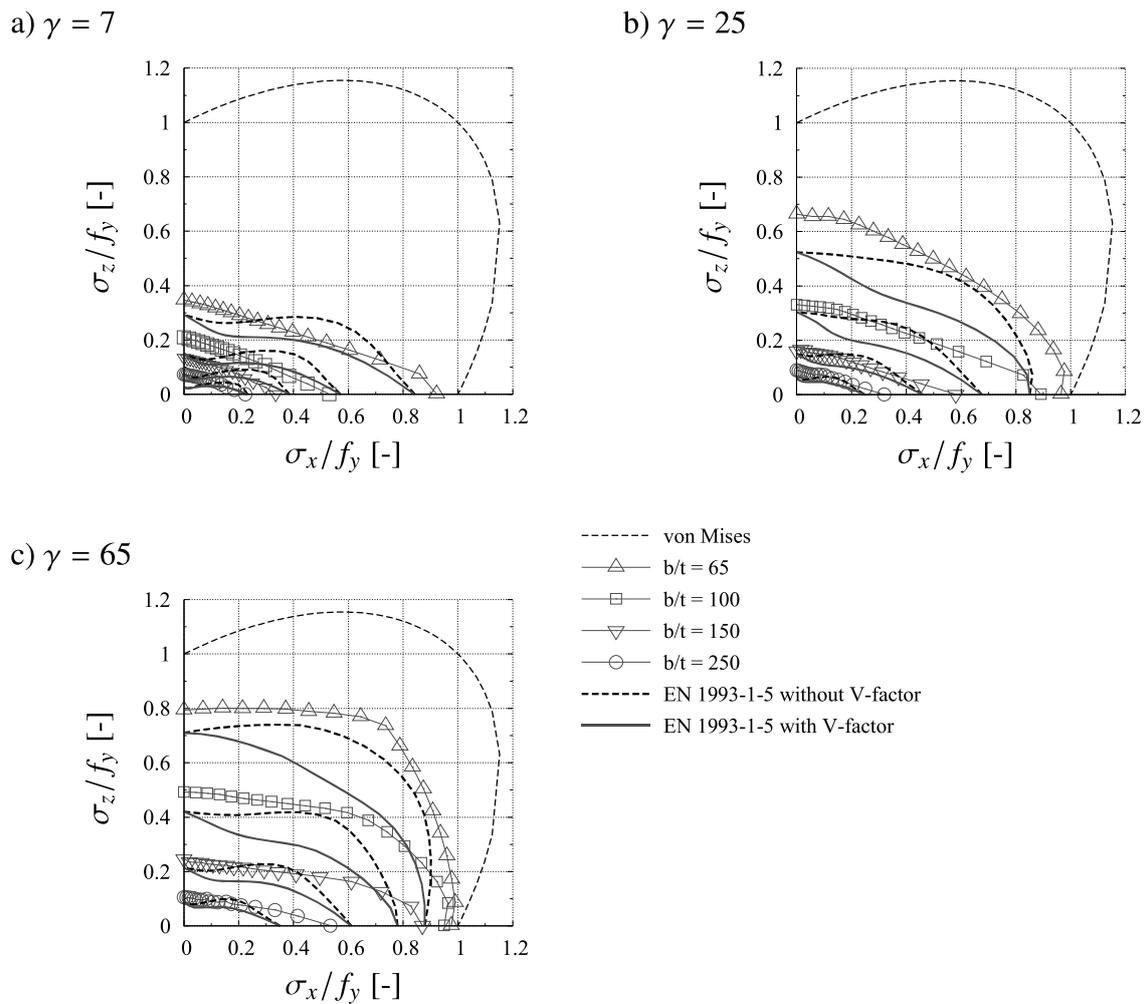


Abbildung B.20: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den aktuellen Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-5 [22] für ausgesteifte Beulfelder unter biaxialem Druck, ($\alpha = 2$, $n = 4$, $b/t = 65, 100, 150$ und 250).

C Vergleich der numerische Ergebnisse zum neuen Vorschlag

C.1 Beulfelder unter Normalspannungen



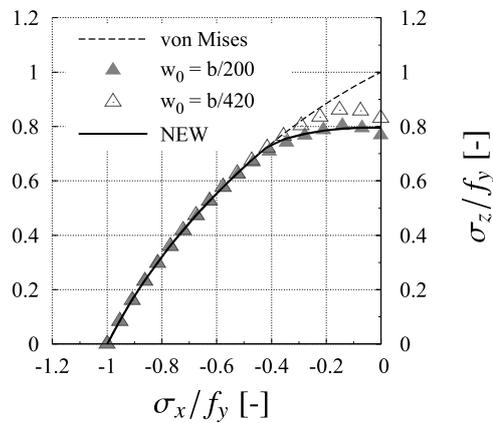
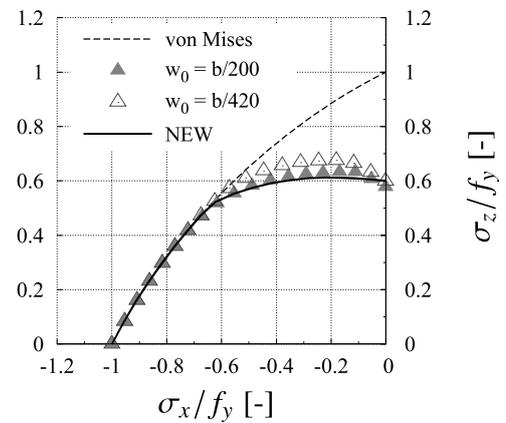
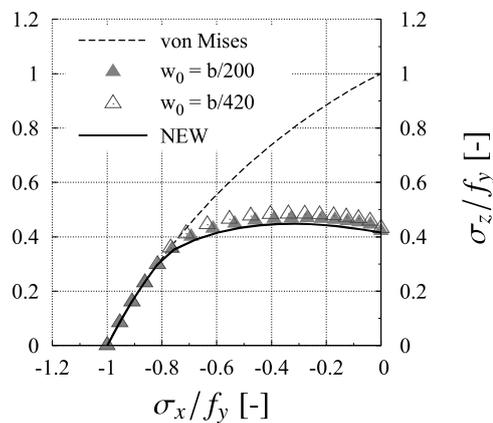
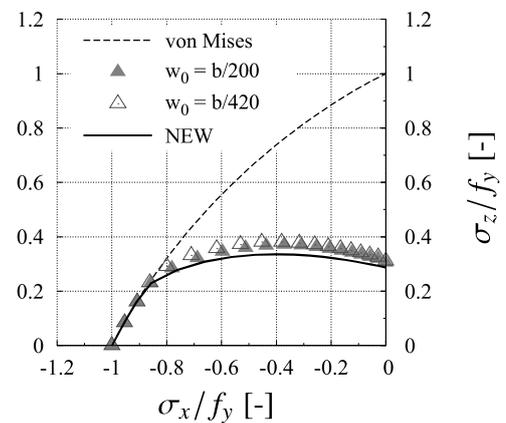
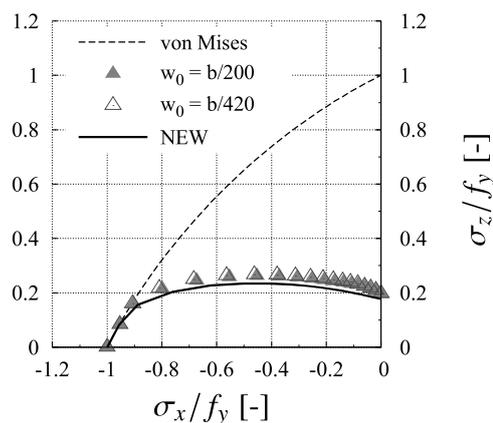
a) $b/t = 45$ b) $b/t = 65$ c) $b/t = 100$ d) $b/t = 150$ e) $b/t = 250$ 

Abbildung C.1: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag, (BC-A, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).

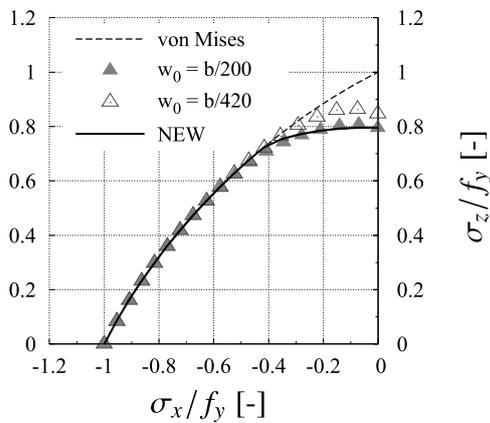
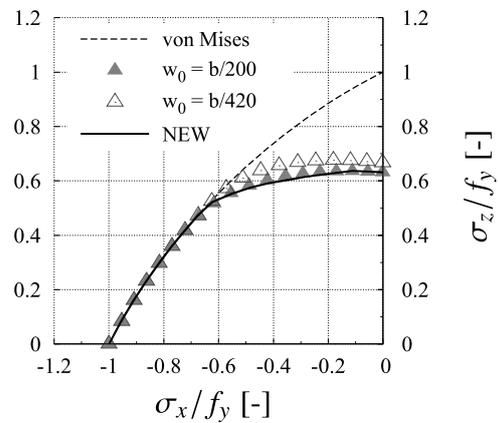
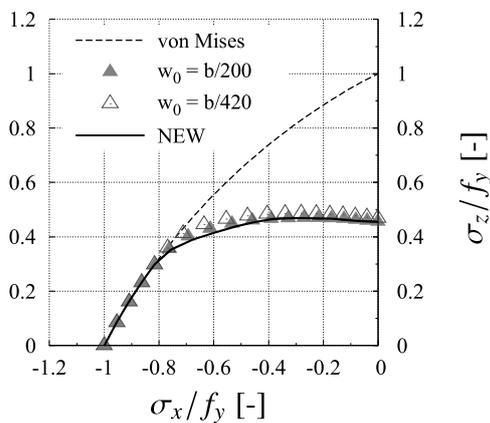
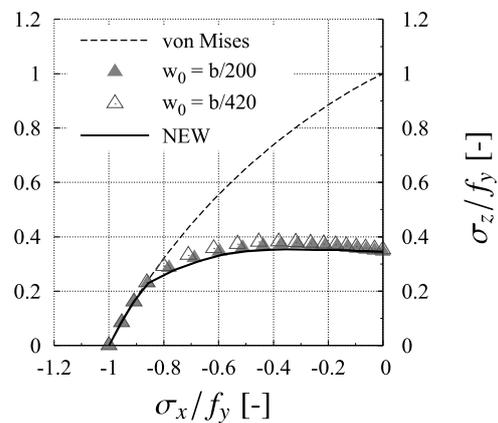
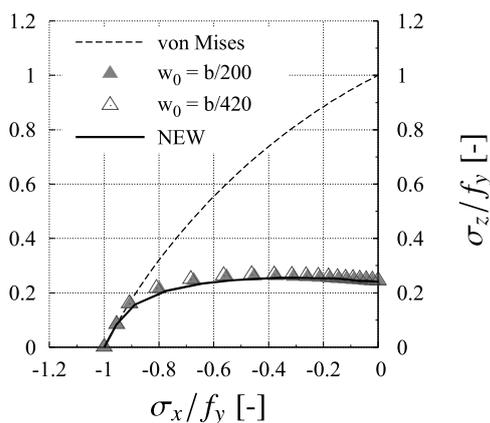
a) $b/t = 45$ b) $b/t = 65$ c) $b/t = 100$ d) $b/t = 150$ e) $b/t = 250$ 

Abbildung C.2: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag, (BC-B, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).



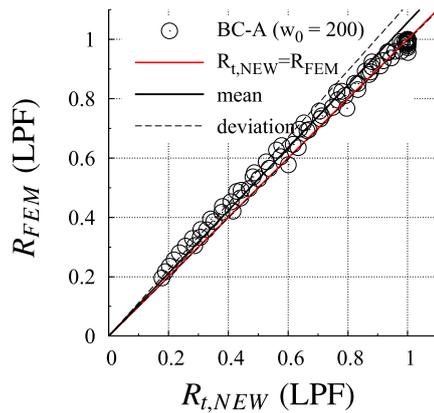
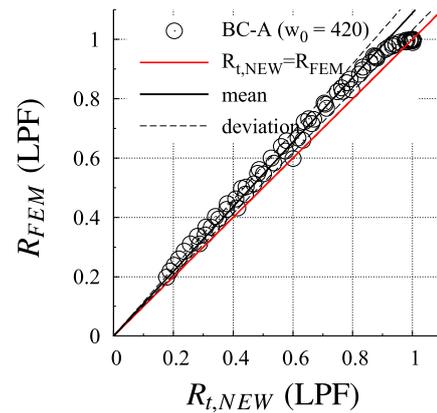
a) $w_0 = b/200$ b) $w_0 = b/420$ 

Abbildung C.3: Statistischer Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag, (BC-A, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).

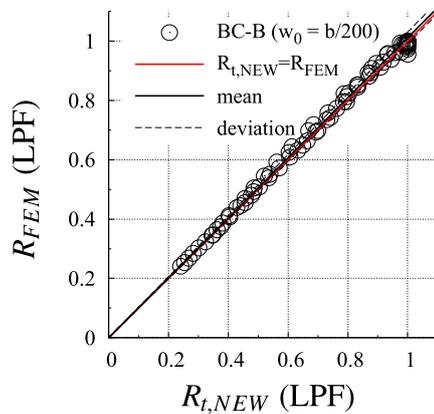
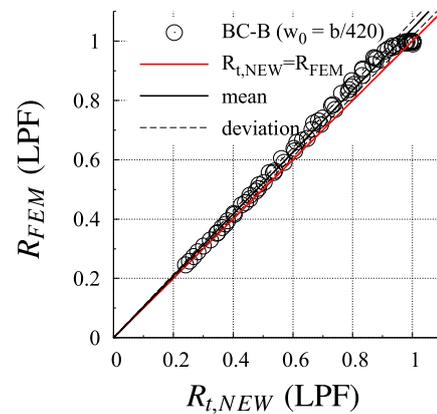
a) $w_0 = b/200$ b) $w_0 = b/420$ 

Abbildung C.4: Statistischer Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag, (BC-B, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen und unverformbare Ränder, Maßgebende Imperfektion).

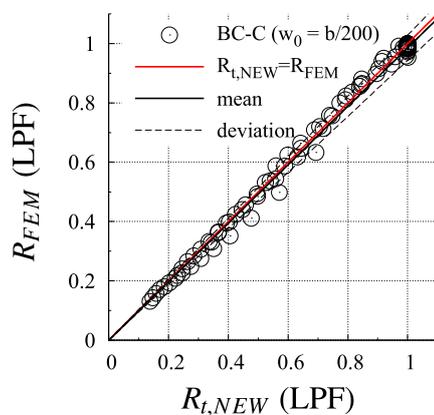
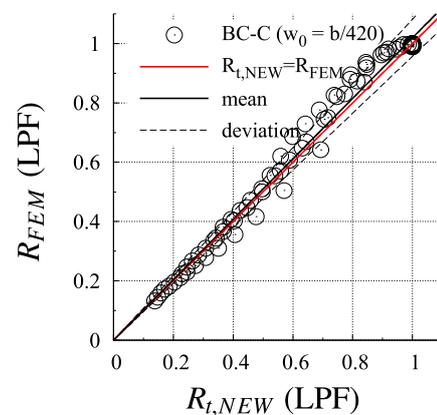
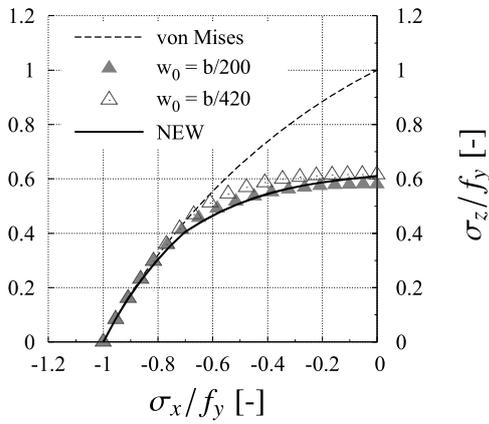
a) $w_0 = b/200$ b) $w_0 = b/420$ 

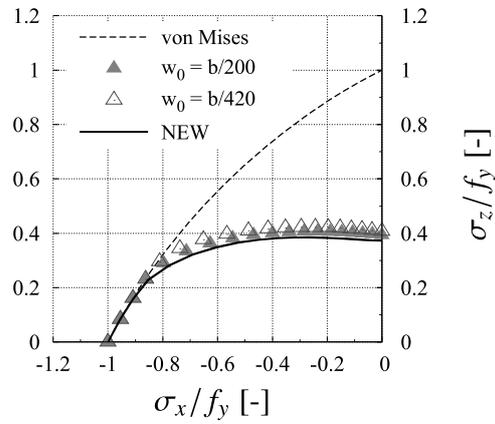
Abbildung C.5: Statistischer Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag basierend auf Anhang B, (BC-C, $\alpha = 1$, Navier'scher Randbedingungen, Maßgebende Imperfektion).



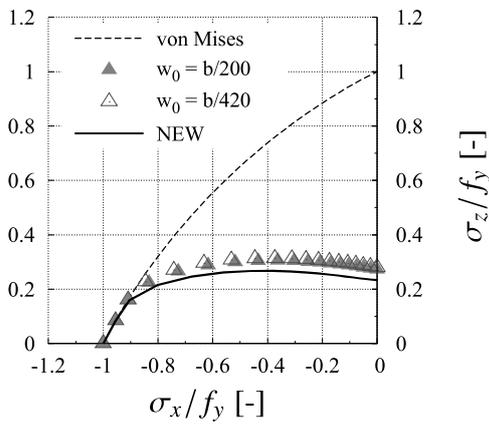
a) $b/t = 30$



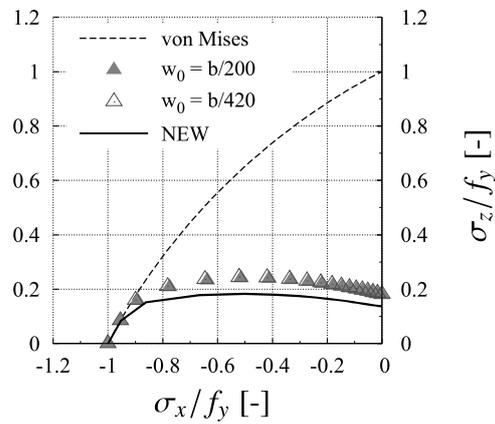
b) $b/t = 45$



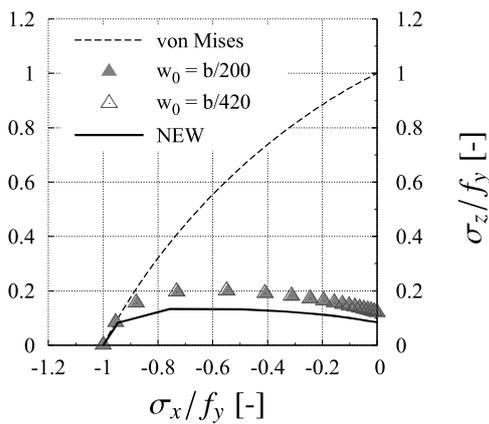
c) $b/t = 65$



d) $b/t = 100$



e) $b/t = 150$



f) $b/t = 250$

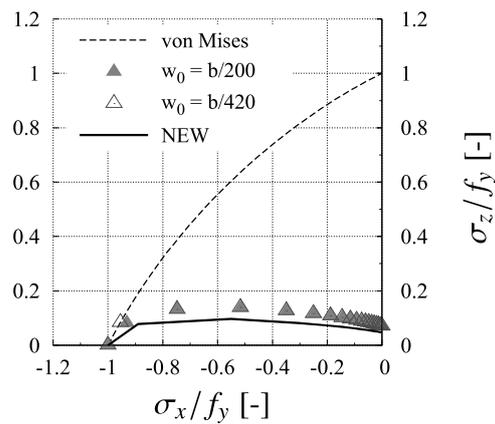


Abbildung C.6: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag, (BC-A, $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, Druck auf der langen Seite).



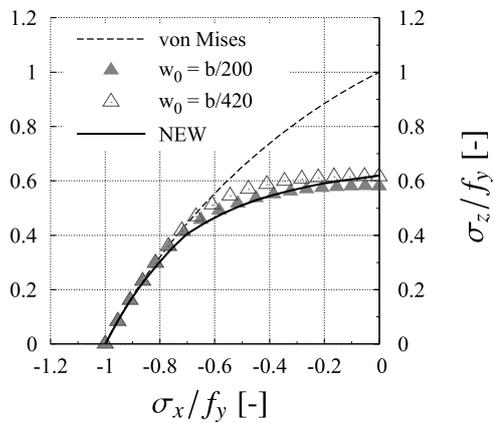
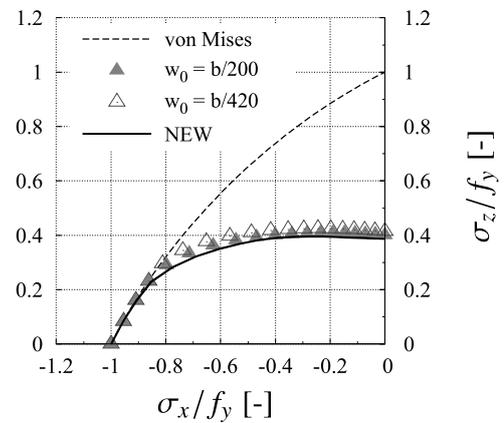
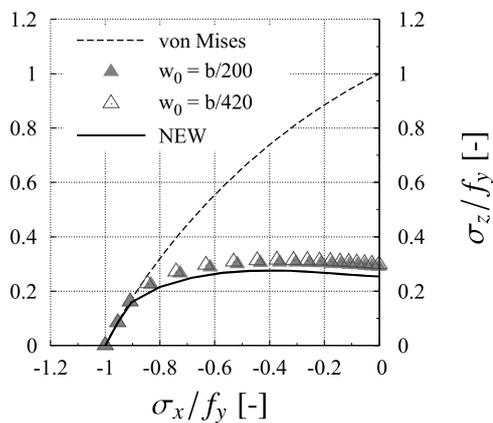
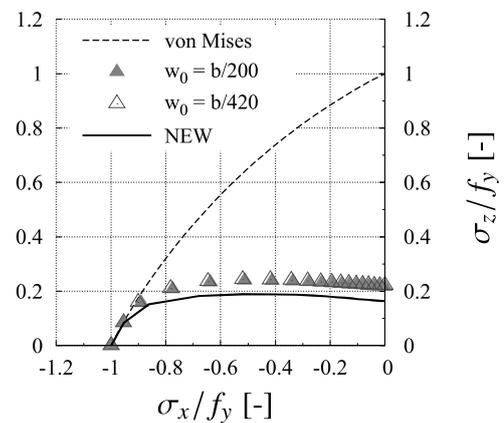
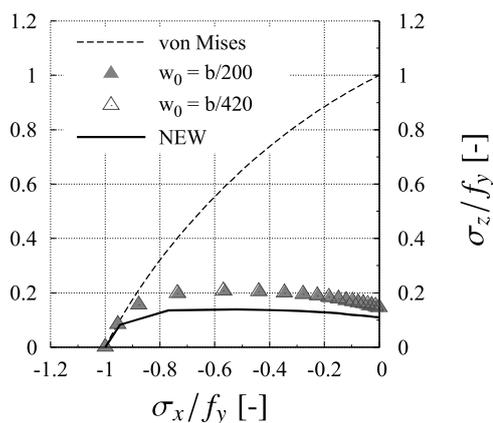
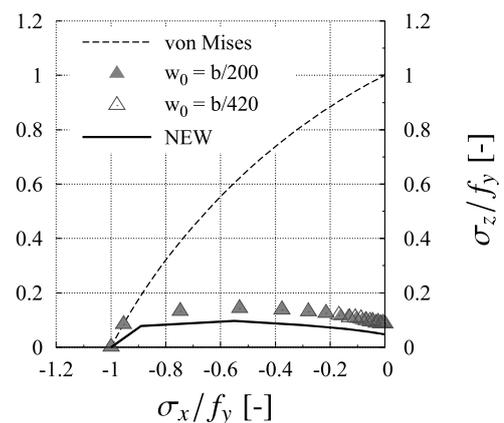
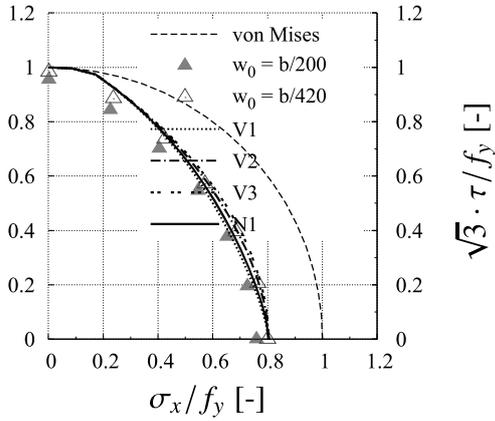
a) $b/t = 30$ b) $b/t = 45$ c) $b/t = 65$ d) $b/t = 100$ e) $b/t = 150$ f) $b/t = 250$ 

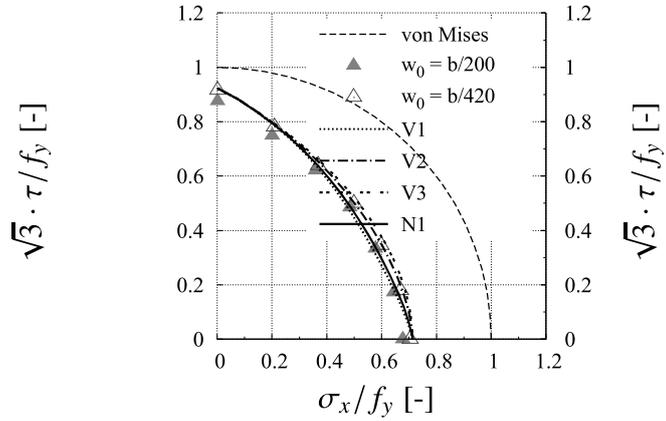
Abbildung C.7: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit neuem Vorschlag, (BC-A, $\alpha = 3$, Navier'scher Randbedingungen, Druck auf der langen Seite).

C.2 Beulfelder unter Normal- und Schubspannung

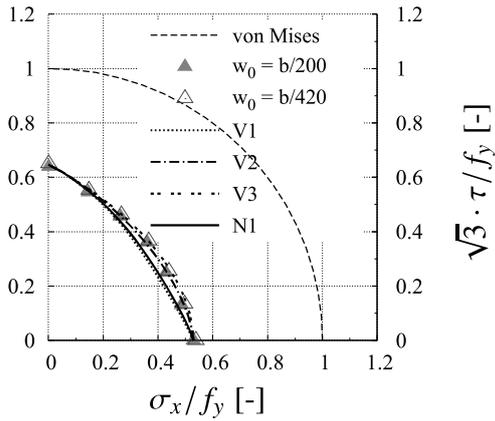
a) $b/t = 60$



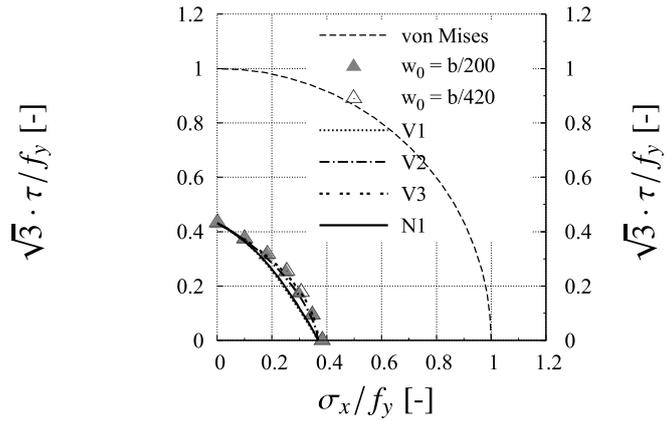
b) $b/t = 70$



c) $b/t = 100$



d) $b/t = 150$



d) $b/t = 250$

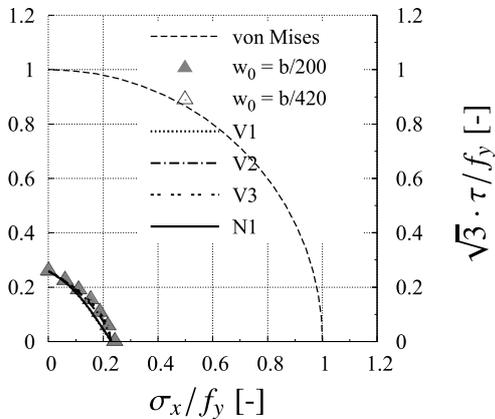


Abbildung C.8: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit verschiedenen Ansätzen für e_3 , (BC-A, $\psi = 0.5$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



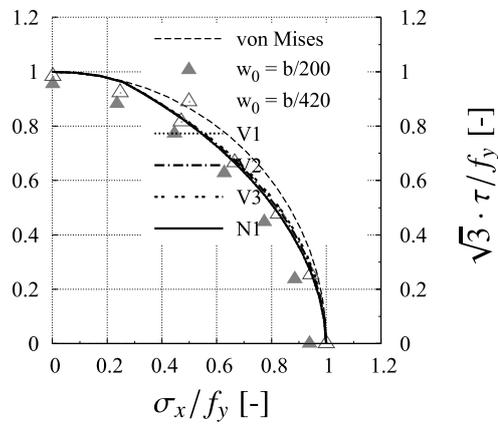
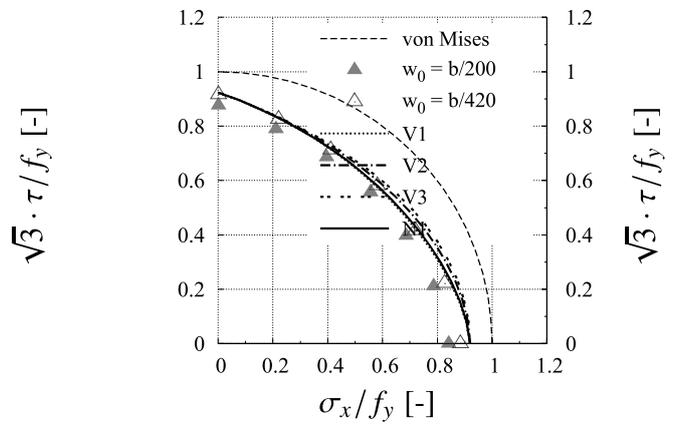
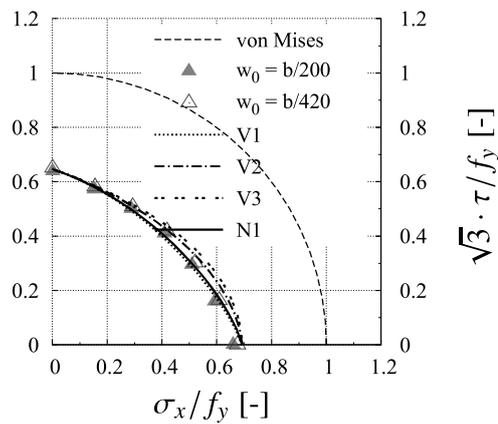
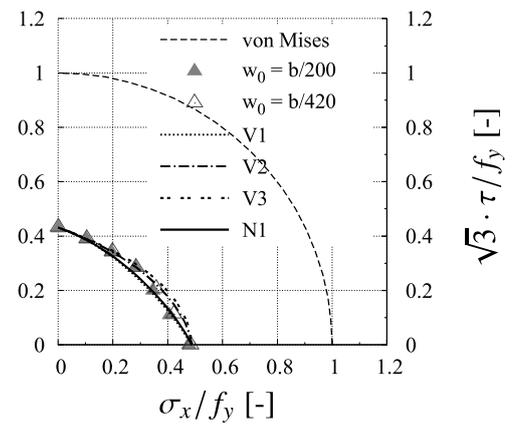
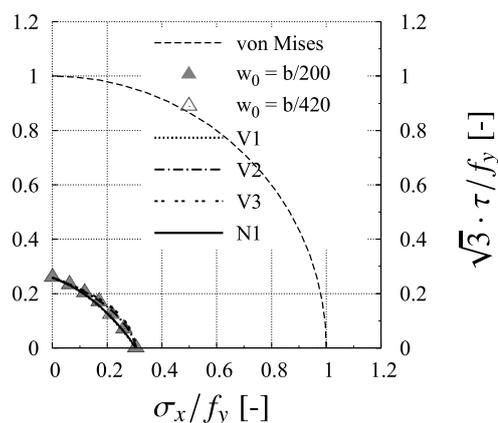
a) $b/t = 60$ b) $b/t = 70$ c) $b/t = 100$ d) $b/t = 150$ e) $b/t = 250$ 

Abbildung C.9: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit verschiedenen Ansätzen für e_3 , (BC-A, $\psi = 0$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).

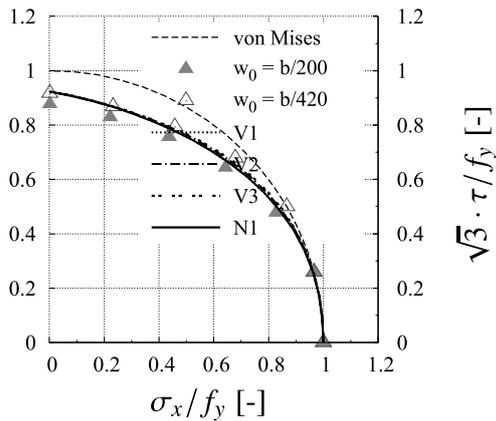
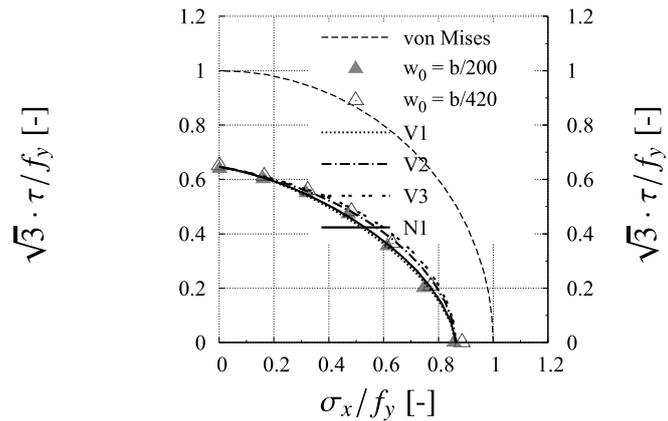
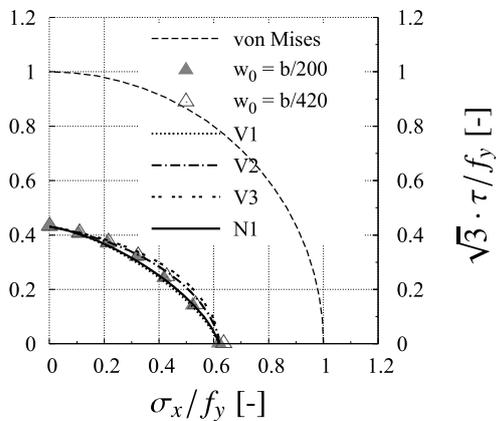
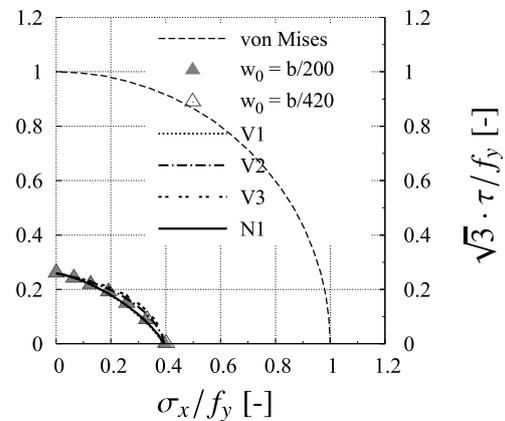
a) $b/t = 70$ b) $b/t = 100$ c) $b/t = 150$ d) $b/t = 250$ 

Abbildung C.10: Vergleich der numerischen Ergebnisse mit verschiedenen Ansätzen für e_3 , (BC-A, $\psi = -0.5$, $\alpha = 2$, Navier'scher Randbedingungen).



[DAST-Richtlinien \(deutscherstahlbau.de\)](http://deutscherstahlbau.de)

[Forschungsberichte \(deutscherstahlbau.de\)](http://deutscherstahlbau.de)

