# 3/2017

# Forschungsbericht

Allgemeines Verfahren zum Nachweis gegen Stabilitätsversagen aus der Haupttragebene (ALLVER)

17943 N



#### Urheberbezeichnung (Copyright); Haftungsausschluss

Dieses Werk und dessen Inhalte sind urheberrechtlich geschützt. Die Nutzungs- und Verwertungsrechte liegen beim Deutschen Ausschuss für Stahlbau e.V. DASt (Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf). Verstöße gegen das Urheberrecht (z.B. das unberechtigte Kopieren von Texten) sind gemäß §§ 106 ff. UrhG strafbar und wird mit Freiheitsstrafe oder Geldstrafe bestraft. Der Versuch ist ebenfalls strafbar. Daneben könne zivilrechtliche Schadensersatzund Vergütungsansprüche bestehen.

Bei der Erstellung dieses Werkes wurde mit größter Sorgfalt vorgegangen. Trotzdem können Fehler nicht vollständig ausgeschlossen werden. Für fehlerhafte Angaben und deren Folgen kann daher keine Haftung übernommen werden; dies gilt nicht für Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit. Rechtsansprüche aus der Benutzung der Daten sind insoweit ausgeschlossen.

Angaben über Normen beziehen sich auf den Veröffentlichungszeitpunkt.

Für alle Hinweise und Verbesserungsvorschläge sind wir stets dankbar.

Herausgeber: Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt, Düsseldorf

Vertrieb: Stahlbau Verlags- und Service GmbH, Düsseldorf Gefördert durch:



Bundesministerium für Wirtschaft und Energie

aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages

Oktober 2021



Forschungsvereinigung	Deutscher Ausschuß für Stahlbau e.V. DASt
Forschungsstelle	RWTH Aachen Institut für Stahlbau und Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau
	UnivProf. DrIng. Markus Feldmann
IGF-Nummer	17943 N
DASt-Homepage	www.stahlbauforschung.de





Gefördert durch:



Bundesministerium für Wirtschaft und Energie

aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages

## Förderhinweis

Das IGF-Vorhaben "Allgemeines Verfahren zum Nachweis gegen Stabilitätsversagen aus der Haupttragebene (ALLVER)", IGF-Projekt Nr. 17943 N, der Forschungsvereinigung Deutscher Ausschuß für Stahlbau, Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.



Bundesministerium für Wirtschaft und Energie

#### Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen

Fachbereich Bauingenieurwesen Institut für Stahlbau und Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann Mies-van-der-Rohe-Str. 1 52074 Aachen Tel.: (0241) 80 25177 Fax.: (0241) 80 22140

Projektleiter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann Bearbeiter: Dipl.-Ing. Matthias Wieschollek, Dr.-Ing. Christoph Heinemeyer

## Zusammenfassung

Die Stabilitätsbemessung von Stabwerken aus Stahl ist in DIN EN 1993-1-1 (kurz EC3) [1] geregelt. Dabei wird zwischen dem direkten Nachweis nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen und dem Ersatzstabnachweis mit Knickkurven unterschieden. Zudem wird prinzipiell zwischen Biegeknick- und Biegedrillknicknachweisen unterschieden, die bei kombinierter Beanspruchung mittels Interaktion wiederum vermischt werden. Der Gedanke, mit einem Allgemeinen Verfahren gleichzeitig Biegeknick- und Biegedrillknicknachweise führen zu können, wird im EC3 [1] ebenfalls behandelt aber nicht zu Ende geführt. Genau hier setzt das AiF-Forschungsvorhaben ALLVER "Allgemeines Verfahren zum Nachweis gegen Stabilitätsversagen aus der Haupttragebene" an. Durch umfangreiche, experimentelle und numerische Untersuchungen, sowie durch die analytische Aufbereitung der Grundlagen war das wesentliche Ziel das in [2] entwickelte, einheitliche Bemessungskonzept für Stabilitätsnachweise auf Basis von Knickkurven zu überprüfen und für die Praxis aufzubereiten.

Im ersten Schritt hat eine Aufarbeitung der analytischen Grundlagen zu den bestehenden Stabilitätsnachweisen nach EC3 [1] stattgefunden. Bei dieser konnte zunächst festgestellt werden, dass das Nachweisformat mit Knickkurven zum Nachweis der Stabilität gegen Biegeknicken auf einer mechanisch und mathematisch korrekten Herleitung des direkten Nachweises nach Theorie 2 Ordnung mit geometrischen Ersatzimperfektionen basiert. Dabei werden zusätzlich zu den Theorie 2. Ordnungs-Effekten Bauteilimperfektionen berücksichtigt, welche die tatsächlich vorhandenen Imperfektionen wie Eigenspannung, Abweichungen vom Bruttoquerschnitt, Vorkrümmung usw. ersetzten und somit äquivalent sind. Wie in [2] gezeigt, lässt sich für den Fall des Biegedrillknickens das Nachweisformat mit Knickkurven in analoger Vorgehensweise, herleiten, wobei im Gegensatz zu den bestehenden Verfahren nach EC3 [1] alle Einflüsse, wie beispielsweise die Effekte aus Verwölbung oder auch die Interaktion mit weiteren Belastungsarten, richtig berücksichtig werden.

Im zweiten Arbeitsschritt wurden insgesamt 24 Biegedrillknickversuche mir reiner Biegebeanspruchung, sowie 4 weitere Versuche mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung an Einfeldträgern mit Walzprofilen durchgeführt. Dabei wurde die wesentliche Zielsetzung, neuartige Biegedrillknickversuche mit richtungstreuer Belastung und möglichst ideellen Randbedingungen umzusetzen, durch einen in [2] entwickelten, innovativen Versuchstand, erreicht. Anhand dieser präzisen Versuchsergebnisse konnten neue Imperfektionsbeiwerte abgeleitet und weiter festgestellt werden, dass die bisher durchführten Untersuchungen im Forschungsfeld des Biegedrillknickens auf Grund ihrer fast ausschließlich poltreuen Lasteinleitung und fragwürdigen Randbedingungen zu sehr konservativen Ergebnissen geführt haben. Indem der steuerbare Eingangsparameter des Bemessungskonzept nach [2], der Imperfektionsbeiwert, nun anhand dieser neuen Ergebnisse ermittelt wird, wird eine deutlich wirtschaftlichere Bemessung ermöglicht.

Um vom Nachweis mit Knickkurven selbst unabhängige, geometrische Ersatzimperfektionen zu ermitteln und somit eine objektive Bewertung des Nachweises zu ermöglichen, wurden in numerische Modelle auf Basis von Volumenelementen und dreidimensionalen Balkenelementen entwickelt und durch Vergleichsrechnungen anhand der neuen Versuchsergebnisse validiert. Bei der Simulierung mittels Volumenelemente konnte das Ziel der realitätsnahen Nachrechnung ausgewählter Versuche erreicht werden, indem eine Lagerung umgesetzt wurde, die eine Verwölbung des Endquerschnittes trotz fehlender Einstellmöglichkeit bei Volumenelementen ermöglichte. Ebenfalls konnte durch zusätzlich durchgeführte Parameterstudien zum Elementtyp eine optimale Wahl getroffen werden, welche eine physikalisch korrekte Abbildung mit vergleichsweise geringem Rechenaufwand in sich vereint. Durch weitere Vergleichsrechnungen wurde ein FE-Modell auf Basis von Balkenelementen entwickelt, welches unter Berücksichtigung des 7. Freiheitsgrades für die Verwölbung, bei gleichzeitig deutlich geringeren Rechenzeiten, eine Erweiterung des Parameterfeldes in Hinblick auf die Randbedingungen für Belastung und Lagerung ermöglicht hat. Anhand dieser FE-Modelle wurden begleitend zu [2] numerische Studien an unterschiedlich belasteten Einfeldträgern durchgeführt und mit dem Bemessungsergebnissen des vorgeschlagenen Bemessungskonzeptes verglichen.

In einem weiteren Schritt wurde das vorgeschlagene Bemessungskonzept in einen Normenvorschlag überführt, der nach Durchleuchtung der Zusammenhänge so klar und kondensiert ist, dass damit die Verunsicherung und Lückenhaftigkeit der gegenwärtigen Normensituation abgeschafft werden kann. Das Vorgehen wurde mittels eines Leitfadens allgemein verständlich aufbereitet und anhand von Beispielrechnungen verdeutlicht. Um eine rasche Verbreitung und Praxis-Anwendung des Verfahrens zu erreichen, wurde das vorgeschlagene Konzept in Softwarebausteinen aufbereitet. Diese sollen mit geeigneten Schnittstellen den Softwareherstellern als Vorlage zur Umsetzung dienen.

#### Das Ziel des Forschungsvorhabens wurde somit gänzlich erreicht.

#### Danksagung

Das IGF-Vorhaben "Allgemeines Verfahren zum Nachweis gegen Stabilitätsversagen aus der Haupttragebene - ALLVER", IGF-Projekt Nr. 17943 N, der Forschungsvereinigung Deutscher Ausschuß für Stahlbau DASt e. V. (DASt), Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf, wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.



Bundesministerium für Wirtschaft und Energie



DASt Deutscher Ausschuß für Stahlbau

Das Vorhaben wurde durch das Institut für Stahlbau und Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau der RWTH Aachen als alleinige Forschungsstelle bearbeitet.

Wir bedanken uns besonders bei den am Projekt beteiligten Industrievertretern für die fachliche Begleitung des Projektes sowie die umfangreiche Unterstützung durch vorhabenbezogene Dienst- und Sachleistungen.

Die Mitglieder im projektbegleitenden Ausschuss:

DrIng. Eckart Koch	DB Netz AG Technologiemanagement Fahrwerktechnik Konstruktiver Ingenieurbau
DiplIng. DiplWirtIng. J. Schmitt	Donges SteelTec GmbH
Prof. DrIng. Karsten Geißler	GMG-Ingenieurgesellschaft
DrIng. Rolf Heddrich	GOLDBECK GmbH
DrIng. Hans-Walter Haller	Haller Industriebau GmbH
DrIng. Dietmar H. Maier	Ingenieurgruppe Bauen
Prof. DrIng. Ralf Steinmann	Krebs und Kiefer

Beratende Ingenieure für das Bauwesen GmbH

DiplIng. Mathias Bemm	RSB Rudolstädter Systembau GmbH
DrIng. Helmut Nies	Schweißtechnische Lehr- und Versuchsanstalt SLV im Saarland, NL der GSI mbH
DiplIng. Oliver Brandt	stahl + verbundbau gesellschaft für industrielles bauen mbh
DiplIng. Dirk Lehmann	Stahlbau Queck GmbH
DrIng. Johannes Naumes	Verheyen - Ingenieure GmbH & Co. KG
DiplIng. Jochen Bartenbach	Vollack BAUTechnik GmbH & Co. KG
DrIng. Volkmar Bergmann	Deutscher Stahlbau-Verband DSTV
DiplIng. Volker Hüller	Deutscher Stahlbau-Verband DSTV Deutscher Ausschuß für Stahlbau DASt
DiplIng. Susan Kempa	Deutsches Institut für Normung DIN Normenausschuß Bauwesen
DiplIng. Werner Mader	Gesamtverband der Aluminiumindustrie e.V. (GDA)
DrIng. Ralf Podleschny	Industrieverband für Bausysteme im Metallleichtbau e.V. (IFBS)
DrIng. Hans-Joachim Wieland	Stahlinstitut VDEh
Prof. DrIng. habil. Frank Werner	Bauhaus-Universität Weimar Fakultät Bauingenieurwesen
Prof. DrIng. Gerhard Hanswille	Bergische Universität Wuppertal FB D Stahlbau und Verbundkonstruktionen
DiplIng. Wilfried Meinhold	Bundesanstalt für Wasserbau Referat Stahlbau und Korrosionsschutz
DiplIng. Gerhard Breitschaft	Deutsches Institut für Bautechnik DIBt
UnivProf. DrIng. P. Schaumann	Leibniz Universität Hannover - Institut für Stahlbau
DiplIng. Rolf Deking	Ministerium für Infrastruktur und Landwirtschaft des Landes Brandenburg Abt. 2 - Ref. 22

Prof. DrIng. Udo Peil	TU Braunschweig - Institut für Stahlbau
Prof. DrIng. Jörg Lange	TU Darmstadt - Fachgebiet Stahlbau
Prof. DrIng. Ingbert Mangerig	Universität der Bundeswehr München Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Prof. DrIng. Ulrike Kuhlmann	Universität Stuttgart Institut für Konstruktion und Entwurf
DrIng. Gerhard Scheuermann	Wirtschaftsministerium Baden-Württemberg Leiter Ref. 44 - Bautechnik, Bauökologie und Wärmeschutz

Für die vorhabenbezogene Unterstützungen bedanken wir uns bei den Firmen:



ArcelorMittal



GOLDBECK GmbH



Stöber



Claus Queck GmbH

Stöber Ingenieure PartGmbB

Verheyen - Ingenieure GmbH & Co. KG

# Inhaltsverzeichnis

Da	nksa	agungV
1	Ein	leitung1
	1.1	Forschungsanlass1
	1.2	Forschungsziel2
	1.3	Ausgangssituation
	1.4	Vorgehensweise6
2	Sta	nd der Technik8
	2.1	Stabilitätsprobleme schlanker Bauteile im Stahlbau8
	2.2	Stabilitätsnachweise nach DIN EN 1993-1-110
	2.3	Ersatzstabnachweise nach DIN EN 1993-1-113
	2.4	Hintergründe zu den Ersatzstabnachweisen16
		2.4.1 Überführung Th. 2. Ordnung in den Ersatzstabnachweis - Biegeknicken17
		2.4.2 Überführung Th. 2. Ordnung in den Ersatzstabnachweis - Biegedrillknicken23
		2.4.3 Interaktion Biegekicken und Biegedrillknicken28
		2.4.4 Allgemeines Verfahren
	2.5	Zwischenfazit
3	Dur	chgeführte Bauteilversuche32
	3.1	Versuchsbeschreibung32
		3.1.1 Zielsetzung und Umsetzung32
		3.1.2 Versuchsmatrix
		3.1.3 Versuchsstand
		3.1.4 Messtechnik
	3.2	Versuchsdurchführung
		3.2.1 Probekörpervermessung
		3.2.2 Versuchsablauf
	3.3	Versuchsergebnisse42
		3.3.1 Materialuntersuchungen42
		3.3.2 Allgemeines zu den Biegedrillknickversuchen43
		3.3.3 Versuchsreihe 1 - Beidseitig gelenkig

		3.3.4 Versuchsreihe 2 - Einseitig teileingespannt	57
		3.3.5 Versuchsreihe 3 - Biegung und Torsion	63
4	Nur	nerische Untersuchungen	66
	4.1	Entwicklung eines FE-Modells	66
		4.1.1 Modellierung, Werkstoffeigenschaften, Randbedingungen	66
		4.1.2 Wahl des Elementtyps	71
		4.1.3 Parameterstudie zur Elementtypwahl	75
		4.1.4 Gewählte Vernetzung	77
		4.1.5 Eigenwert- und Traglastanalyse	78
	4.2	Entwicklung eines parametrisierten FE-Modells	79
	4.3	Ergebnisse und Auswertung	81
		4.3.1 Eigenwertanalyse	81
		4.3.2 Traglastanalyse	85
5	Vor	geschlagenes Bemessungskonzept	102
	5.1	Leitfaden zum Stabilitätsnachweis aus der Haupttragebene	102
	5.2	Stabilitätsnachweis nach Theorie 2. Ordnung	102
	5.3	Stabilitätsnachweis mit Knickkurven	105
		5.3.1 Biegeknicken	106
		5.3.2 Biegedrillknicken	107
		5.3.3 Biegeknicken und Biegedrillknicken	108
6	Bei	spielrechnungen	109
	6.1	Beispiel 1 - Einachsige Biegung (beidseitig gelenkig gelagerter Stab)	109
	6.2	Beispiel 2 - Einachsige Biegung (einseitig eingespannter Stab)	112
7	Cor	nputergestützte Umsetzung des Bemessungskonzeptes	115
Lit	erati	urverzeichnis	116
Ab	bild	ungsverzeichnis	120
Та	belle	enverzeichnis	125
An	han	g A Probekörpervermessung	127
An	han	g B Materialprüfzeugnisse	153
An	han	g C Werkstoffprüfberichte	158
An	han	g D Parameterstudie zur Elementtypenwahl – Simulationsergebnisse	163

Anhang E	Vergleich experimentelle und numerische Verformungsverläufe170
Anhang F	Übersicht Schlussbericht173

### **Bezeichnungen und Symbole**

Nachfolgend werden die in diesem Bericht verwendeten Symbole und Bezeichnungen aufgeführt. Zusätzlich sind in den folgenden Abbildungen die Definitionen der Achsen und Verformungen dargestellt. [2]



#### Lateinische Buchstaben

А	Querschnittsfläche
A <sub>v,z</sub>	Schubfläche für Schubspannungen in z-Richtung
$\mathrm{B}^{\mathrm{II}}$ , $\mathrm{B}^{\mathrm{II}}_{\mathrm{E}}$	Bimoment nach Th. 2. Ordnung
B <sub>Rk</sub>	Charakteristischer Wert der Bimomententragfähigkeit
C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub>	Beiwerte zur Berechnung von $M_{cr}$
c <sub>F</sub>	Drehfedersteifigkeit
c <sub>F,1</sub>	Drehfedersteifigkeit Auflager 1
c <sub>F,2</sub>	Drehfedersteifigkeit Auflager 2
C <sub>my</sub>	Äquivalenter Momentenbeiwert
e <sub>0</sub>	Amplitude der Vorimperfektion
E	E-Modul
f	Beiwert zur Berücksichtigung des Momentenverlaufs

fy	Streckgrenze
F	Einwirkende Einzellast
F <sub>cr</sub>	Kritische Verzweigungslast
F <sub>pl,nom</sub>	Nominelle plastische Traglast nach Th. I. Ordnung ohne Imperfektion
F <sub>pl,num</sub>	Numerische plastische Traglast nach Th. I. Ordnung ohne Imperfektion
F <sub>u</sub> , F <sub>ult</sub>	Traglast
G	Schubmodul
h	Bauteilhöhe
i <sub>p</sub>	Polares Trägheitsmoment
Ι <sub>Τ</sub>	Torsionsträgheitsmoment
l <sub>y</sub>	Flächenträgheitsmoment zur y-Achse
l <sub>z</sub>	Flächenträgheitsmoment zur z-Achse
lω	Wölbwiderstand
k, k <sub>w</sub>	Beiwerte zur Berechnung von M <sub>cr</sub>
k <sub>zz</sub> , k <sub>yy</sub> , k <sub>yz</sub> , k <sub>zy</sub> ,	Interaktionsbeiwerte
I, L	Bauteillänge
M <sub>cr</sub>	Kritisches Biegemoment
$M_y$ , $M_{y,E}$	Biegemoment um die y-Achse
$M^{\mathrm{II}}_{y,\text{,}},M^{\mathrm{II}}_{y,\mathrm{E}}$	Biegemoment nach Th. 2. Ordnung um die y-Achse
$M_{y^{*}}$	Biegemoment um die y*-Achse
M <sub>Ed</sub>	Einwirkendes Biegemoment als Bemessungswert
$M_{Ed}^{II}$	Einwirkendes Biegemoment nach Th. 2. Ordnung als Bemessungswert
M <sub>Rk</sub>	Charakteristischer Wert der Momententragfähigkeit

M <sub>v.Rk</sub>	Charakteristischer Wert der	Momententragfähigkeit um die	y-Achse
y,111			<b>,</b>

- M<sub>y,pl</sub> Plastische Momententragfähigkeit um die y-Achse
- M<sub>y,cr</sub> Kritisches Biegemoment um die y-Achse
- M<sub>x</sub>, M<sub>x,E</sub> Torsionsmoment um die x-Achse
- M<sub>x\*</sub> Torsionsmoment um die x\*-Achse
- M<sub>z</sub>, M<sub>z,E</sub> Biegemoment um die z-Achse
- M<sup>I</sup><sub>z,E</sub> Biegemoment nach Th. I. Ordnung um die z-Achse
- M<sup>II</sup><sub>z</sub>, M<sup>II</sup><sub>z,E</sub> Biegemoment nach Th. 2. Ordnung um die z-Achse
- M<sub>z\*</sub> Biegemoment um die z\*-Achse
- M<sub>z,Rk</sub> Charakteristischer Wert der Momententragfähigkeit um die z-Achse
- M<sub>z,pl</sub> Plastische Momententragfähigkeit um die z-Achse
- N<sub>E</sub> Normalkraft
- N<sub>Ed</sub> Normalkraft als Bemessungswert
- N<sub>Rk</sub> Charakteristischer Wert der Normalkrafttragfähigkeit
- N<sub>cr</sub> Kritische Normalkraft
- N<sub>cr,y</sub> Kritische Normalkraft für ein Ausknicken senkrecht zur y-Richtung
- N<sub>cr,T</sub> Kritische Normalkraft für ein Drillknicken
- N<sub>cr,z</sub> Kritische Normalkraft für ein Ausknicken senkrecht zur z-Richtung
- u Ausnutzung
- u<sup>II</sup> Ausnutzung Nachweis Th. 2. Ordnung
- u<sup>II</sup><sub>IG1</sub> Ausnutzung Nachweis Th. 2. Ordnung mit der Interaktionsgleichung 1
- u<sup>II</sup><sub>IG2</sub> Ausnutzung Nachweis Th. 2. Ordnung mit der Interaktionsgleichung 2
- u<sup>II</sup><sub>IG3</sub> Ausnutzung Nachweis Th. 2. Ordnung mit der Interaktionsgleichung 3

$u_{IG4}^{II} \\$	Ausnutzung - Nachweis Th. 2. Ordnung mit der Interaktionsgleichung 4
u <sub>KSL</sub>	Ausnutzung - Ersatzstabnachweis
U <sub>x</sub> , U <sub>y</sub> , U <sub>z</sub>	Lagerungsbedingungen in Abaqus [19] für die Translationen in Richtung der x-, y-, und z-Achse
UR <sub>x</sub> , UR <sub>y</sub> , UR <sub>z</sub>	Lagerungsbedingungen in Abaqus [19] für die Rotation um die x-,y-, und z- Achse
r	Drehradius
V <sub>E</sub>	Einwirkende Querkraft
V <sub>pl,R</sub>	Plastische Querkrafttragfähigkeit
v	Durchbiegung in Richtung der y-Achse
V <sub>LE</sub>	Durchbiegung in Richtung der y-Achse an der Stelle der Lasteinleitung
v <sub>0</sub>	Vorimperfektion in Richtung der y-Achse
V <sub>0,LE</sub>	Vorimperfektion in Richtung der y-Achse an der Stelle der Lasteinleitung
v <sub>ult</sub>	Durchbiegung in Richtung der y-Achse zum Traglastzeitpunkt
W	Durchbiegung in Richtung der z-Achse
W <sub>LE</sub>	Durchbiegung in Richtung der z-Achse an der Stelle der Lasteinleitung
w <sub>0</sub>	Vorimperfektion in Richtung der z-Achse
W <sub>0,LE</sub>	Vorimperfektion in Richtung der z-Achse an der Stelle der Lasteinleitung
w <sub>ult</sub>	Durchbiegung in Richtung der z-Achse zum Traglastzeitpunkt
W <sub>y,pl</sub>	Plastisches Widerstandsmoment bei Biegung um die y-Achse
W <sub>z,pl</sub>	Plastisches Widerstandsmoment bei Biegung um die z-Achse
x <sub>F</sub>	Position der Lasteinleitung in x-Richtung
Zg	Vertikaler Abstand zwischen Schubmittelpunkt und Lastangriffspunkt

#### Griechische Buchstaben

α	Imperfektionsbeiwerte fürs Biegeknicken
α <sub>cr</sub>	Kritischer Verzweigungslastfaktor
$\alpha^*_{cr}$	Kritischer Verzweigungslastfaktor ohne Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit
α <sub>cr,op</sub>	Kritischer Verzweigungslastfaktor beim Allgemeinen Verfahren nach Eurocode 3 [1]
$\alpha_{LT}$	Imperfektionsbeiwerte fürs Biegedrillknicken nach Eurocode 3 [1]
$\alpha_{LT}^{*}$	Modifizierte Imperfektionsbeiwerte nach Eurocode 3 [1]
$\alpha_{mod}$	Imperfektionsbeiwert nach [6]
$\alpha_{mod,num}$	Numerisch ermittelter Imperfektionsbeiwert nach [6]
α <sub>mod,num</sub>	Numerisch ermittelter Imperfektionsbeiwert nach [6] inklusive Modifizierung mittels $\boldsymbol{\omega}$
$\alpha_{mod,IG2}$	Imperfektionsbeiwert nach [6] welcher sich für die Interaktionsgleichung IG2 ergibt
α <sub>mod,IG3</sub>	Imperfektionsbeiwert nach [6] welcher sich für die Interaktionsgleichung IG3 ergibt
$\alpha_{ult}$	Lasterhöhungsfaktor nach Th. I. Ordnung ohne Ansatz von Imperfektionen
β	Korrelationsbeiwert bei der Berechnung von $\chi_{\rm LT}$ bei Walzprofilen
Υмо	Teilsicherheitsbeiwert für die Beanspruchbarkeit von Querschnitten
γ <sub>M1</sub>	Teilsicherheitsbeiwert für die Beanspruchbarkeit stabilitätsgefährdeter Bauteile
3	Dehnung
ε <sub>pl</sub>	Plastische Dehnung
η	Imperfektionsfaktor nach Maquoi und Rondal [23]
$\bar{\lambda}$	Schlankheitsgrad
$\overline{\lambda}_{op}$	Schlankheitsgrad beim Allgemeinen Verfahren nach Eurocode 3 [1]

$\overline{\lambda}_0$	Anfangsschlankheit bei Biegeknicken
$\bar{\lambda}_{LT}$	Schlankheitsgrad bei Biegedrillknicken
$\bar{\lambda}_{LT.0}$	Anfangsschlankheit bei Biegedrillknicken
σ	Spannung
$\phi_{x}$	Verdrehung um die x-Achse
$\overline{\phi}_x$	Skalierte Eigenform der Verdrehung um die x-Achse
$\phi_{x,0}$	Vorimperfektion der Verdrehung um die x-Achse
$\phi_{x,0,num}$	Numerische Vorimperfektion der Verdrehung um die x-Achse
$\phi_{x,0,EA}$	Nicht skalierte numerische Vorimperfektion aus der Eigenwertanalyse
$\phi_y$	Verdrehung um die y-Achse
$\phi$	Zwischenwert zur Berechnung von $\chi$
$\phi_{ m LT}$	Zwischenwert zur Berechnung von $\chi_{\rm LT}$
х	Abminderungsfaktor eines Ersatzstabnachweises
$\chi_{exp}$	Experimentell ermittelter Abminderungsfaktor
$\chi_{\rm LT}$	Abminderungsfaktor bei Biegedrillknicken
XLT,mod	Modifizierter Abminderungsfaktor bei Biegedrillknicken
X <sub>num</sub>	Numerisch ermittelter Abminderungsfaktor
Xop	Abminderungsfaktor beim Allgemeinen Verfahren nach Eurocode 3 [1]
Xy	Abminderungsfaktor bei Biegeknicken senkrecht zur y-Achse
Xz	Abminderungsfaktor bei Biegeknicken senkrecht zur z-Achse

#### 1 Einleitung

#### 1.1 Forschungsanlass

Die Stabilitätsregeln in DIN EN 1993-1 [1] und dem zugehörigen Nationalen Anhang [3] behandeln das Nachweisproblem Biegeknicken und Biegedrillknicken aus der Haupttragebene eines Tragwerks. Die Regeln für Biegeknicken von axial belasteten Druckstäben mit konstanten Querschnitt sind auf der Basis der anerkannten Vorgehensweise nach DIN EN 1990 [4] klar analytisch hergeleitet und experimentell abgesichert. Sie gelten deshalb als europäisch einheitlich. Das zur resultierenden Abminderungskurve verwendete Hintergrundmodell entspricht dabei einem Querschnittsnachweis an der maßgebenden Bemessungsstelle längs des Knickstabes, an dem die Ausnutzung infolge Theorie 2. Ordnung unter Berücksichtigung der an Versuchen kalibrierten Anfangsimperfektion, am größten ist, d.h. die Stelle der maximalen Vorimperfektion und der maximalen Ausnutzung im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind identisch.

Hingegen sind die Regeln zum Biegedrillknicken weder homogen noch konsistent. Denn die für den Biegedrillknicknachweis verwendeten Abminderungskurven sind vielmehr Ergebnis von "Abschätzungen", die auf Basis von FE-Berechnungen und Versuchen entwickelt wurden, deren Randbedingungen für Lagerung und Lasteinleitung fragwürdig sind. Sie münden in konkurrierende Formeln, die entweder den analytischen Ansatz für Biegeknicken mit  $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,2$  aufgreifen und und somit die notwendige Berücksichtigung der Verwölbung vermissen lassen, oder sie schätzen die Abminderung mit  $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$  und weiteren Modifikationen über FE-Berechnungen und zur Verfügung stehenden Versuchen ab, was gegenüber der ersten Alternative zu wirtschaftlicheren Ergebnissen führt allerdings nur für Walzprofile oder gleichartig geschweißte Querschnitte gilt. Beide Varianten stoßen -da analytisch unvollständig bzw. methodisch inhomogen hergeleitet- insbesondere bei der Übertragung auf allgemeine Momentenverläufe deutlich auf Grenzen der Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit, und zwar auch bei Verwendung der alternativen BDK-Abminderungskurve mit  $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ .

Durch das fehlende mechanische Hintergrundmodell sind die resultierenden Biegedrillknicknachweise zudem Bauteilnachweise, die eine Ermittlung der Querschnittsausnutzung an der maßgebenden Bemessungsstelle nicht möglich machen. Eine Interaktion mit zusätzlichen Normal-, Torsions- und Querbiegebeanspruchungen ist somit nicht direkt möglich, sondern wird im Nachgang durch Näherungen weitgehend ohne Modell geregelt, was zu einem großen und undurchschaubaren Formelapparat führt. Die Berücksichtigung zusätzlicher Torsionsbeanspruchungen ist nahezu ausgeschlossen.

Die Beanspruchung infolge Biegung aus der Haupttragebene ergibt sich aus dem skalierten Wert des Verformungsverlaufes der Eigenform. Da diese, aus der Verfolgung der nichtlinearen Mechanik (Theorie 2. Ordnung) sich ergebenden Zusammenhänge bei der Entwicklung des Ersatzstabverfahrens für das Biegedrillkicken nicht berücksichtigt worden sind, sind im EC3 [1] folgende Missstände hervorgerufen worden:

- Die Imperfektionsregeln f
  ür das Biegeknicken entsprechen den Zuverl
  ässigkeitsanforderungen nach DIN EN 1990 [4], die Imperfektionsregeln f
  ür das Biegedrillknicken nicht.
- 2. Die Imperfektionsregelungen für das Biegeknicken und das Biegedrillknicken sind nicht konsistent.
- 3. Die Knickkurven für Biegeknicknachweise von Bauteilen sind mit den Imperfektionsannahmen für Biegeknicken konsistent, die Biegedrillknickkurven für Biegedrillknicknachweise dagegen nicht.
- 4. Die Biegedrillknickkurven erlauben keine mathematische Überführung in eine Biegeknickkurve für den Sonderfall des Biegeknickens ohne Drilleffekt.
- 5. Die Interaktionsnachweise für Biegeknicken und Biegedrillknicken gehen a priori davon aus, dass "Biegeknicken" und "Biegedrillknicken" verschiedene Stabilitätsphänomene mit unterschiedlichen "Knickkurven" sind, zwischen denen bei "gemischter Belastung" zu Interpolieren ist.
- Der Gedanke, das auch bei gemischter Belastung eine allgemeingültige Knick-Biegedrillknickkurve verwendet werden könnte, die eine Interaktion unnötig macht, wird im Rahmen des "Allgemeinen Verfahrens" in [1] verfolgt, aber nicht zu Ende geführt.

Die mit diesem Forschungsprojekt verfolgte Strategie, nämlich mit der Aufbereitung, Validierung und Verifizierung eines einheitlichen Nachweisverfahrens für Stabilitätsnachweise nach [2], die in DIN EN 1993-1-1 [1] bereits vorgesehene Möglichkeit, die "richtige", skalierte Imperfektion als Initialauslenkung anzusetzen, würde eine wesentlich wirtschaftlichere und mechanisch stringentere Bemessung für biegedrillkickgefährdete Strukturen gestatten. Sie ermöglicht überdies die Ausarbeitung von konsistenten Technischen Regeln entweder für die direkte Anwendung der Theorie 2. Ordnung oder für den Ersatzstabverfahren mit wesentlich weniger, sowie mechanisch nachvollziehbaren Beiwerten.

#### 1.2 Forschungsziel

In wissenschaftlich-technischer Hinsicht wurden folgende Ziele verfolgt:

- Verbesserung der Vorhersage der Biegedrillknicktragfähigkeiten durch Nutzung des in [2] vorgeschlagenen Nachweisverfahrens auf einheitlicher Grundlage. Denn Voruntersuchungen, sowie Vergleiche mit aus der Literatur vorhandenen Experimenten als auch mit eigens durchgeführten Versuchen haben eine größere Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit des vorgeschlagenen Verfahrens gezeigt.
- 2. Überprüfung der Allgemeingültigkeit, der Anwendungsgrenzen und des Sicherheitsstatus des vorgeschlagenen Verfahrens anhand von Versuchen und nummerischen Methoden. Insbesondere für Fälle, die noch nicht experimentell abgesichert sind.

- 3. Eine Durchgängigkeit und Konsistenz der Regeln von der impliziten Nachweisführung nach Theorie 2. Ordnung bis zu den a posteriori zu führenden Nachweisen im Ersatzstabverfahren.
- 4. Erweiterung der Anwendungsmöglichkeiten der Biegedrillknickregeln bzw. Schließen bestehender Lücken in den bisherigen Verfahren durch die Bereitstellung von Bemessungshilfen, Algorithmen und Bausteinen für die Computerprogrammierung.

Die Vielzahl von Nachweisvarianten, die Intransparenz und Diversität des bisherigen Formalapparates in DIN EN 1993-1-1 [1] führen zu erheblichen Nachteilen für die Stahlbauweise. Der Biegedrillknicknachweis hat damit nicht nur seinen Ruf als "Erschwernis" bestärkt, der nur von Experten zu bewältigen sei. Sondern auch das Finden der wirtschaftlichsten Variante innerhalb der zahlreichen Alternativen wird sogar für den versierten Fachmann fast unmöglich gemacht. Gleichwohl ist die wirtschaftlichste Variante nach Norm besonders im öffentlichen Bereich vertraglich gefordert. Damit wird klar, dass durch die gegenwärtige Normensituation im Bereich der Stabilität der Stahlbau Marktanteile verliert, denn man wird aufgrund der geschilderten Schwierigkeiten bereits im Entwurf einer anderen "einfacher" nachzuweisenden Bauweise den Vorzug geben.

Die bestehenden Regelungen zum Biegeknicken und Biegedrillknicken im Eurocode 3 [1] sind sowohl in Bezug auf die Treffsicherheit unbefriedigend als auch aufgrund ihrer Komplexität und geringen Transparenz nur bedingt für eine wirtschaftliche und fehlerfreie Handrechnung geeignet. Deshalb soll im Rahmen dieses Forschungsvorhabens das Verfahren nach [2] als anwenderfreundliches, allgemeingültiges und transparentes Verfahren in Richtlinien aufbereitet, erweitert und validiert werden, das sowohl eine analytisch exakte, wie auch einfache und wirtschaftliche Bemessung komplexer Stabilitätsfälle erlaubt. Darüber hinaus kann das Verfahren auf der sicheren Seite liegend durch mehrere Vereinfachungsstufen, die in beliebiger Weise kombinierbar sind, noch weiter verkürzt werden. Dies ist insbesondere im Rahmen von Vorstatiken und Vordimensionierungen, sowie zur schnellen Plausibilitätskontrolle bestehender Berechnungen sinnvoll.

Dadurch, dass zum einen für einen Großteil der Anwendungsfälle mit den Forschungsergebnissen signifikant wirtschaftlichere Bemessungen zu erwarten sind und zum anderen erhebliche Vereinfachungen im Nachweisvorgehen, große Verschlankungen (ca. 30%) in den Normen und ein einheitliches Vorgehen in den Stabilitätsnachweisen kommen werden, können nicht nur die Nachteile der alten Situation beseitig werden, sondern es sind auch deutliche wirtschaftliche Vorteile für das Technische Büro, für den Tragwerksplaner, für das Stahlbauunternehmen und schlussendlich für die Stahlbaubranche vorherzusehen.

#### 1.3 Ausgangssituation

Wie oben bereits beschrieben, existieren im Bereich der Stabilitätsbemessung aktuell unterschiedliche Vorgehensweisen und Verfahren. Während dabei für das Biegeknicken ein mechanisch nachvollziehbares Hintergrundmodell besteht (Abbildung 1-1), basieren die Biegedrillknickverfahren auf den Ergebnissen historischer Versuche und Simulationen.



Abbildung 1-1: DIN EN 1993-1-1 [1] - Berechnungsgrundlagen für das Biegeknicken

Deswegen wird in DIN EN 1993-1-1 [1] die Anwendung dieser Verfahren mit den dazugehörigen Knickspannungslinien durch Öffnungsklauseln für nationale Festlegungen unverbindlich gehalten und die Entscheidungen über die Vorgehensweise in nationale Hände gelegt. Durch das fehlende mechanische Hintergrundmodell sind die resultierenden Biegedrillknicknachweise zudem Bauteilnachweise solcher Art, die eine Ermittlung der Querschnittsausnutzung an der maßgebenden Bemessungsstelle nicht möglich machen. Eine Interaktion mit zusätzlichen Normal-, Torsions- und Querbiegebeanspruchungen ist somit nicht direkt möglich, sondern wird im Nachgang durch Näherungen weitgehend ohne Modell geregelt, was zu einem großen und undurchschaubaren Formelapparat führt, Abbildung 1-2.



Abbildung 1-2: DIN EN 1993-1-1 [1] - Berechnungsgrundlagen für das Biegedrillknicken

Um also die Interaktion von Normalkraft-, Haupt- und Querbiegebeanspruchungen dennoch zu berücksichtigen, führt der EC3 [1] die zunächst in Biegeknicken und Biegedrillknicken phänomenologisch getrennten Versagensformen in zwei Interaktionsgleichungen wieder zusammen, Tabelle 1-1. Aus den eingangs erwähnten Gründen sind die Interaktionsbeiwerte  $k_{yy}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$  und  $k_{zz}$  dabei national festzulegen, wobei der EC3 [1] in den Anhängen A und B zwei konkurrierende Empfehlungen zu deren Bestimmung angibt.

Кар.	Nachweis	NDP	Empfehlungen
6.3.3	Knicken mit zweiachsiger Biegung		
(6.61)	$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \le 1$	k <sub>yy</sub> k <sub>yz</sub>	Methode 1: Anhang A
(6.62)	$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \le 1$	$k_{zy} \ k_{zz}$	Methode 2: Anhang B

Tabelle 1-1. Interactionsgleichungen nach Din En 1555-1-1 [1]
---

Die angegebenen Gleichungen führen hinsichtlich ihrer Genauigkeit zu fragwürdigen Ergebnissen, eine schnelle Anwendung ist aufgrund der hohen Komplexität und der fehlenden Transparenz der zu bestimmenden Hilfsbeiwerte i.d.R. nur noch computergestützt möglich. Die Berücksichtigung zusätzlicher Torsionsbeanspruchungen ist nahezu ausgeschlossen. Auch die Fehleranfälligkeit ist wegen der fehlenden Transparenz sehr groß.

Die im EC3 [1] angegebenen Empfehlungen zur Bestimmung der Interaktions- und Hilfsbeiwerte sind in Abbildung 1-3 weitgehend zusammengefasst. Nicht konsistente Ansätze mit teilweise fehlendem mechanischem Hintergrund führen zu einem voluminösen und nicht mehr transparenten System an Formeln und Fallunterscheidungen, so dass erhebliche Verwirrungen in der Praxis eingetreten sind. Die Möglichkeit, neben den zwei Alternativen für die Knickspannungslinien noch zusätzlich zwischen zwei Verfahren zur Berücksichtigung von Interaktionsbeiwerten wählen zu können, trägt weiter zur Verunsicherung der Anwender bei.

Denn insbesondere beim Biegedrillknicken ist der Ort der maximalen Ausnutzung "in der Belastungsebene" infolge der planmäßig angreifenden Querlasten vom Ort der maximalen Ausnutzung "aus der Belastungsebene" verschieden, was korrekterweise die Suche der maßgebenden Bemessungsstelle  $x_d$  mit der Bedingung, dass die Summe der Ausnutzungsgrade  $u_{ip}$  in der Ebene und  $u_{op}$  aus der Ebene ein Maximum ergeben, erfordert:

$$u_{ges} = u_{ip} + u_{op} = max \tag{1.1}$$

Mit dem Ziel ein möglichst allgemeines Nachweisformat für Biegeknick- und Biegedrillknicknachweise zu erhalten, wird deutlich, dass die Imperfektionsansätze ebenso konsistent sein müssen. Somit wäre eine allgemeingültige Überführung der Grenzzustandsbetrachtung nach Theorie 2. Ordnung in einen Nachweis mit Knickkurven möglich. Dies ist zuletzt seitens der Forschungsstelle durch die Arbeiten von Wieschollek [2], auf Grundlage der Vorarbeiten von Naumes [5] und Stangenberg [6] gelungen und wurde im Rahmen des Forschungsvorhabens entsprechend aufbereitet und durch Versuche und numerische Vergleichsrechnungen validiert.



#### <u>Verfahren 1 (Anhang A)</u>



Abbildung 1-3: DIN EN 1993-1-1 [1] - Interaktion Biegeknicken und Biegedrillknicken

#### 1.4 Vorgehensweise

Es gibt, wie in [2] beschrieben, einen klaren analytischen Ansatz, der zur Ableitung von technischen Regeln sowohl für das Biegeknicken, als auch für die Biegedrillknickbemessung herangezogen werden kann. Dieser Ansatz eignet sich besonders, da er alternativ als Öffnungsklausel in DIN EN 1993-1-1, Abs. 6.3.4 [1] bereits verankert ist (jedoch ohne Anwendungsexplikation), widerspruchsfrei an die Regeln der Nachbarprobleme des Biegeknickens und Drillknickens anknüpfbar ist und ferner die Verwendung eines voluminösen Tabellenwerks isoliert abgeleiteter Beiwerte so weit wie möglich überflüssig macht [2] [5] [6].

Vor diesem Hintergrund war das wesentliche Ziel des Forschungsvorhabens, noch existierende Lücken und die Anwendungsgrenzen des vorgeschlagenen Verfahrens zu erforschen, das Verfahren für die Stahlbaupraxis zu formulieren und insbesondere die gegenüber den derzeitigen Regeln existierenden Wirtschaftlichkeitspotentiale hervorkommen zu lassen. Daraus wurde folgende Vorgehensweise entwickelt:

 <u>Experimente</u> und <u>numerische Simulationen</u> sollen den Gültigkeitsbereich des Ansatzes darstellen, normungs- und praxistechnisch notwendige Imperfektions- und Randparameter festlegen und helfen, den Sicherheitsstatus zu identifizieren. Insbesondere sollen solche Fälle, bei denen entweder besonders große Abweichungen zu den bisherigen Verfahren bestehen oder für die bisher noch keine Versuchsergebnisse vorliegen, experimentell und numerisch überprüft werden. Die Verifizierung erfolgt durch geeignete Versuche und Versuchsdurchführungen, deren Aussagefeld durch kalibrierte FE-Simulationen erweitert wird. Die Kalibrierung bezieht sich dabei vornehmlich auf die effektive Imperfektion.

- <u>Aufarbeitung</u> des vorgeschlagenen Verfahrens nach [2] auf praxisgeeignetem analytischen Wege mit der bisher nicht vorhandenen Möglichkeit, auch komplexe Strukturen bzw. Belastungskombinationen zuverlässig und vor allen Dingen wesentlich wirtschaftlicher zu bemessen. In Bezug auf die Imperfektionen wird hier die Möglichkeit ergriffen, durchgängige, konsistente, d.h. widerspruchsfreie Ansätze zu schaffen.
- 3. <u>Veranschaulichung</u> anhand von Praxisbeispielen. Entwicklung von <u>Softwarealgorith-</u> <u>men</u> und -bausteinen für die Computerprogrammierung und Datenaufbereitung, mit dem Ziel das vorgeschlagene Verfahren auch programmiertechnisch praxisgerecht umzusetzen und einzuführen.

#### 2 Stand der Technik

#### 2.1 Stabilitätsprobleme schlanker Bauteile im Stahlbau

Wie bereits in der Einleitung beschrieben, kommt es bei einer Konstruktion mit extrem schlanken Bauteilen häufig zu einem Versagensmechanismus infolge Instabilität und nicht auf Grund von Materialversagen. Eine Instabilität des Systems liegt vor, wenn die Art des Gleichgewichts der inneren und äußeren Kräfte indifferent oder labil ist, siehe Abbildung 2-1.Während in dem stabilen Gleichgewichtszustand (a) immer nur eine Gleichgewichtslage existiert, beschreibt das indifferente Gleichgewicht (b) einen Zustand, in dem mehrere Gleichgewichtszustände existieren. Sobald kein Gleichgewicht mehr gefunden werden kann, wird die Art des Gleichgewichts als labil (c) bezeichnet. [7]



a) stabil





c) labil

b) indifferent

,

instabil

Abbildung 2-1: Stabilitätsprobleme: Arten des Gleichgewichts [7]

Ausgangspunkt für ein Stabilitätsversagen ist hierbei der Verzweigungspunkt, ab dem das System in den indifferenten Zustand übergeht und für eine Last mehrere Verformungszustände existieren. Es wird deshalb auch oftmals von einem Verzweigungsproblem gesprochen. Diese Last wird dann als kritische Last oder auch Verzweigungslast bezeichnet.





Die drei bekannten, in Abbildung 2-3 dargestellten, Stabilitätsfälle für Stäbe sind:

- A) Biegeknicken: seitliches Ausweichen des Stabes
- B) Drillknicken: Verdrehung des Stabes
- C) Biegedrillknicken: seitliches Ausweichen und Verdrehung des Stabes



Abbildung 2-3: Stabilitätsversagensfälle für Stäbe [2]

Um das Stabilitätsproblem analytisch zu erörtern, müssen die unterschiedlichen Gleichgewichtszustände betrachtet und der Verzweigungspunkt bestimmen werden. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren, unter anderem die Differentialgleichungsmethode und die Energiemethode. Anschaulich und für das Verständnis am besten geeignet ist die Differentialgleichungsmethode, welche sich jedoch nur für einfache Standardfälle eignet, da oftmals keine geschlossene Lösung gefunden werden kann. Hierbei wird das Gleichgewicht am ausgelenkten System aufgestellt. Dies ist wichtig um die Abtriebskräfte zu erfassen, welche signifikant für die Versagensart sind. Würde das Gleichgewicht am nicht ausgelenkten System gebildet werden (Theorie 1. Ordnung), wäre die Lösung stets die stabile Gleichgewichtslage. Für Stabilitätsprobleme des Biegeknickens, Drillknickens und des Biegedrillknickens wird angenommen, dass es sich im Verhältnis zu den Systemabmessungen um kleine Verformungen handelt. Es wird von der Theorie 2. Ordnung gesprochen. [2]

Die Differentialgleichungsmethode führt zu einem Differentialgleichungssystem, welches aus 3 gekoppelten DGL's 4. Ordnung besteht. Dieses lässt sich im Allgemeinen für beliebige Querschnitte unter beliebiger Belastung, mit beliebigen Randbedingungen herleiten. Auch veränderliche Größen (Belastung und Querschnitt) sind möglich. Das Problem ist jedoch die Lösung dieses Gleichungssystems, welches sich unter anderem für nicht konstante Koeffizienten z. B. einem linearen Momentenverlauf, oder abweichende Randbedingungen als den Standardfall s.u. nicht geschlossen lösen lässt [6]. Es soll nachfolgend mit Hilfe der Differentialgleichungsmethode für die Standardfälle der Verzweigungspunkt hergeleitet werden, da diese sich geschlossen lösen lassen und zum Verständnis des analytischen Zusammenhangs beitragen. [2]

#### 2.2 Stabilitätsnachweise nach DIN EN 1993-1-1

Die aktuelle Bemessung von Stahltragwerken wird durch die DIN EN 1993-1-1 [1] geregelt. Hierbei regelt Kapitel 5 die Tragwerksberechnung und Kapitel 6 und 7 die eigentlichen Nachweise für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit. Neben der Querschnittklassifizierung und der Art der Tragwerksberechnung – nach Elastizitätstheorie oder Plastizitätstheorie -, regelt das Kapitel zu Tragwerksberechnung ebenfalls, welche Imperfektionen angesetzt werden müssen und die Frage, ob das Tragwerk als stabilitätsgefährdet einzustufen ist. Durch nicht immer eindeutige Abgrenzungen, vor allem in Hinsicht auf die anzusetzenden Imperfektionen bei der Schnittgrößenberechnung, ist die Interpretation oftmals Auslegungssache, sodass sich in verschiedenster Literatur immer wieder unterschiedliche Auslegungen finden lassen. Die folgende beschriebene Darstellung erscheint, auch in Hinsicht auf die mechanischen Grundlagen, die Treffendste zu sein, muss jedoch nicht zwangsläufig die einzig Korrekte darstellen. Die Entscheidung, ob ein Tragwerk als stabilitätsgefährdet einzustufen ist oder nicht, wird an die Entscheidung nach Abs. 5.2.1 [1] geknüpft, ob der Einfluss der Tragwerksverformungen zu berücksichtigen ist, oder nicht. Muss der Einfluss der Tragwerksverformungen nicht berücksichtigt werden, ist ein Tragwerk als nicht stabilitätsgefährdet einzustufen und es dürfen die Schnittgrößen nach Theorie 1. Ordnung berechnet werden. [2]

Die Berechnung nach Th. 1. Ordnung ist im Allgemeinen erstmal als solche definiert, dass das Gleichgewicht am unverformten System zu bilden ist. Der Begriff "unverformt" ist irreführend und könnte zu der vorschnellen Annahme führen, dass die Schnittgrößen an einem perfekten Tragwerk zu bestimmen sind. Dies ist jedoch nicht der Fall, sondern es bedeutet lediglich, dass die zusätzlichen Schnittgrößen, welche sich aus den Verformungen durch die Belastung ergeben nicht berücksichtigt werden. Im genauen Wortlaut von Abs. 5.2.1 [1] heißt es ebenfalls, "Theorie 1. Ordnung, unter Ansatz der Ausgangsgeometrie des Tragwerks, [...]" [1], wobei nicht von einer perfekten Ausgangsgeometrie gesprochen wird. Zusätzlich wird in Abs. 5.2.2 [1] ebenfalls immer klar zwischen den Einflüssen aus Th. 2. Ordnung und den Einflüssen aus Imperfektionen unterschieden. Im genauen Wortlaut heißt es auch: "Schnittgrößen nach Th. 1. Ordnung ohne Ansatz von Imperfektionen" [1] und nicht nur "Schnittgrößen nach Th. 1. Ordnung". Somit sind auch bei Berechnungen nach Th. 1 Ordnung für nicht stabilitätsgefährdete Tragwerke Imperfektionen anzusetzen, welche die Schnittgrößen im Vergleich zu einer perfekten Ausgangslage vergrößern. Dass im Kapitel 5.3 [1] allgemein von einem Ansetzten der Imperfektionen bei einer Tragwerksberechnung gesprochen wird, bestärkt diese These. Auch aus rein logischer Betrachtung, ist es schlüssig, selbst im Falle einer Schnittgrößenberechnung ohne Th. 2. Ordnungseffekte, die Imperfektionen zu berücksichtigen, da im Praxisfall ein Tragwerk immer imperfekt ist. Die anzusetzenden Imperfektionen sollen Eigenspannungen, Schiefstellung und Abweichungen von der perfekten Querschnittsform berücksichtigen. Diese sollen, um eine Berechnung zu ermöglichen, als reine geometrische Ersatzimperfektionen (Schiefstellung und Verkrümmung) angesetzt werden und das in Form der Eigenform oder einer äquivalenten Ersatzverformung. Die Größe der Schiefstellung und die Amplitude werden in Kapitel 5.3.2 [1] festgelegt. [2]

Ausnahmen beim Ansetzten der Imperfektionen bilden lediglich die stabilitätsgefährdeten Tragwerke, bei welchen der Stabilitätsnachweis teilweise oder komplett durch Ersatzstabnachweise nach Kap. 6.2 und 6.3 [1] erbracht wird. In diesen fließt bereits die Vorkrümmung in die Abminderungsfaktoren ein, was im Genauen Kap. 2.4.1 zu entnehmen ist. Dort wird gezeigt, dass die Vorkrümmung eines Einzelbauteils inklusive Th. 2. Ordnungseffekte bereits in den Abminderungsfaktoren enthalten ist. Lediglich bei seitlich verschieblichen Rahmensystemen mit Pendelstützten, welche in ihrer Eigenform zusätzlich zur Verkrümmung eine Schiefstellung aufweisen, besagt deshalb der Nationale Anhang zum Eurocode [3], dass diese beim Ersatzstabnachweis durch eine Zusatzlast in der Schnittgrößenberechnung berücksichtigt werden muss. Anzumerken ist, dass die Auslegung, dass auch bei der Schnittgrößenberechnung nach Th. 1. Ordnung Imperfektionen angesetzt werden müssen, nicht die gängige angewandte Praxis darstellt. Aus Einfachheitsgründen wird häufig auf ein Ansetzten verzichtet da dadurch die Berechnungen bei großen Tragwerken kompliziert werden können und nicht jedes Stabwerksprogramm ein Ansetzten von Imperfektionen zulässt. Wie jedoch bereits erläutert, stellt die beschriebene Auslegung vom reinen Wortlaut nach [1] und [3], vom mechanischen Zusammenhang und aus logischer Betrachtungsweise die Sinnvollste dar. [2]

Muss der Einfluss der Tragwerksverformungen nach der Einstufung in [1] berücksichtigt werden, ist ein Tragwerk als stabilitätsgefährdet einzustufen und muss als solches nachgewiesen werden, vgl. Abbildung 2-4. Für den reinen Stabilitätsnachweis bietet Kapitel 5.2.2 [1] drei Möglichkeiten zur Auswahl.

- a) Berechnung der Schnittgrößen am Gesamttragwerk nach Th. 2. Ordnung inklusive globaler und lokaler Imperfektionen und Querschnittsnachweise nach Kap. 6.2 [1]
- b) Berechnung der Schnittgrößen am Gesamttragwerk nach Th. 2. Ordnung inklusive globaler Imperfektionen. Ersatzstabnachweise aller Einzelbauteile nach Kap. 6.3 [1]
- c) Berechnung der Schnittgrößen am Gesamttragwerk nach Th. 1. Ordnung mit ggf. Ansatz globaler Imperfektionen und anschließende Querschnittsnachweise nach Kap 6.2 [1]. Zusätzlich dazu müssen Stabilitätsnachweise für die Einzelbauteile mit dem Ersatzstabverfahren nach Kapitel 6.3 [1] geführt werden. Hierbei gilt es zu beachten, dass für den Ersatzstabnachweis beim Fall des Biegedrillknickens die Stabendschnittgrößen nach Th. 2. Ordnung in der Hauptragebene berechnet oder abgeschätzt werden müssen [8]. Dies liegt in der kritischen Verzweigungslast begründet. Die kritische Normalkraft kann für den Fall des Biegeknickens mit der Knicklänge aus der Knickfigur des Gesamtsystems bestimmt werden. Das kritische Biegedrillknickmoment hingegen lässt sich nur mit Hilfe der korrekten Randmomente bei Berücksichtigung Th. 2. Ordnungseffekte berechnen.

Neben dem Stabilitätsnachweis müssen im Fall b) und c) zusätzlich Querschnittsnachweise nach Kapitel 6.2 [1] geführt werden. In den Möglichkeiten b) und c), sowie den nicht stabilitätsgefährdeten Tragwerken müssen Stabilitätsnachweise für die Einzelbauteile nach Kapitel 6.3 [1] geführt werden. Dieser Nachweis ist allgemein unter dem Begriff des



"Ersatzstabnachweises" bekannt und stellt einen der wesentlichsten Bestandteile beim Nachweisen von Stahltragwerken dar und soll im Folgenden näher erläutert werden. [2]

Abbildung 2-4: Tragwerksberechnung nach DIN EN 1993-1-1 [1]

#### 2.3 Ersatzstabnachweise nach DIN EN 1993-1-1

Beim Ersatzstabnachweis wird das betrachtete Bauteil aus dem Tragwerk rausgelöst und getrennt vom Gesamtsystem nachgewiesen. Das behandelnde Kapitel 6.3 [1] gliedert sich dafür in 5 Unterkapitel:

- Kap. 6.3.1: Gleichförmige Bauteile mit planmäßigem Druck Biegeknicken
- Kap. 6.3.2: Gleichförmige Bauteile mit planmäßiger Biegung Biegedrillknicken
- Kap. 6.3.3: Gleichförmige auf Biegung und Druck beanspruchte Bauteile Interaktion Biegeknicken und Biegedrillknicken
- Kap. 6.3.4: Allgemeines Verfahren
- Kap. 6.3.5: Biegedrillknicken bei Bauteilen mit Fließgelenken

Das Ersatzstabverfahren beruht hierbei immer auf dem Prinzip der Abminderung des jeweiligen Widerstandes mittels eines Abminderungsfaktors  $\chi$ , abhängig von System, Profiltyp und Stabilitätsfall. Der Nachweis wird an der Stelle geführt, wo die stabilitätsgefährdenden Schnittgrößen, berechnet nach Th. 1. Ordnung, maximal sind. Nachfolgend werden in den Tabellen die unterschiedlichen Nachweise der Kapitel 6.3.1 bis 6.3.4 [1] zusammenfassend dargestellt. Hierbei ist zu beachten, dass die Formeln für die Querschnittsklasse 1-3 gelten und sich bei Querschnittklasse 4 geringfügige Änderungen ergeben, welche hier nicht näher erläutert werden. [2]

Tabelle 2-1	Biegeknicken	nach Kap.	6.3.1	[1]
-------------	--------------	-----------	-------	-----

	$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1.0$
Kapitel 6.3.1	mit: $\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \le 1.0$
Biegeknicken	$\phi = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha \left(\bar{\lambda} - 0.2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$
	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr}}}$



	Nachweis für Biegeknicken senkrecht zur y-Achse:
Kapitel 6.3.3	$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1.0$
von Biege-	Nachweis für Biegeknicken senkrecht zur z-Achse:
knicken und Biegedrill- knicken	$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1.0$
	mit: $k_{yy}, k_{zz}, k_{yz}, k_{zy}$ nach Anhang A oder B [1]

Tabelle 2-3: Interaktion von	Biegeknicken und	Biegedrillknicken	nach Kap. 6.3.3 [1]





Zur Tabelle 2-4 ist anzumerken, dass alle Gleichungen aus [1] umgeformt wurden, für den Fall, dass der Querschnittnachweis an der maßgebenden Stelle mittels einer linearen Interaktion durchgeführt wird und die auftretende Einwirkung aus einem Moment und einer Normalkraft besteht. Dies wurde so gewählt, um die Inhalte des Nachweises klarer darzustellen, was zum Teil in Anmerkungen (4) in 6.3.4 [1] bereits vorgenommen wurde. Zusätzlich besagt der Nationale Anhang [3], dass beim kombinierten Stabilitätsfall Biegeknicken und Biegedrillknicken nur das Verfahren a) zugelassen ist.

#### 2.4 Hintergründe zu den Ersatzstabnachweisen

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurden unter anderem die Hintergründe zu den Ersatzstabnachweisen nach EC3 [1] genauer untersucht. Um dieses Bemessungskonzept besser verstehen zu können und den Zusammenhang zwischen der analogen Nachweisführung für Biegedrillknicken und Biegeknicken zu erkennen, werden in diesem Abschnitt die Hintergründe anschaulich zusammengefasst. Dies soll ferner helfen, die Schwierigkeiten und die kritischen Punkte der Stabilitätsnachweise herauszustellen, die es auch bei dem neuen Ansatz des Allgemeinen Verfahrens nach [2] zu bewältigen galt.

Der Ersatzstabnachweis bzw. der Nachweis mit Knickkurven wird gekennzeichnet durch die Abminderung des jeweiligen Widerstandes mittels eines Abminderungsfaktors  $\chi$ . Dieses Nachweisformat soll die Berechnungen nach Theorie 2. Ordnung inklusive Berücksichtigung von Imperfektionen ersetzten. Tatsächlich ist es sogar so, dass sich für Sonderfälle, wie z. B. den zentrisch gedrückten Einzelstab, die Traglastberechnung nach Th. 2. Ordnung mechanisch konsistent in den Nachweis mit Knickkurven überführen lässt. Das Ergebnis sind die heutigen Knickspannungslinien im EC3 [1], welche sich in Abhängigkeit der bezogenen Schlankheit  $\bar{\lambda}$  und des Imperfektionsbeiwerts  $\alpha$  mit den Gleichungen nach Tabelle 2-1 beschreiben lassen. Die analytische Abbildung der Knickspannungslinien ist jedoch nicht von Anfang an bekannt gewesen. Im Jahre 1968 führte erstmals ein Forschungsprogramm der Europäischen Konvention der Stahlbauverbände (EKS) zu einer Empfehlung von drei Knickspannungslinien a - c in Tabellenform mit einzelnen Knickbeiwerten in Abhängigkeit der Schlankheit des Bauteils. Diese entstanden auf Grundlage von theoretischen Berechnungen von Beer und Schulz, in [9] und [10] und ca. 1000 Traglastversuchen an zentrisch gedrückten Stäben. Später wurden diese noch einmal von der EKS in der Hinsicht überarbeitet, dass ein horizontaler Ast bis zu einem Schlankheitsgrad von 0,2 und zwei weitere Knickspannungslinien  $a_0$  und *d* hinzugefügt wurden. [2] [11]

Da diese Knickbeiwerte jedoch nicht den erforderlichen mechanischen Zusammenhang in Form von Gleichungen darstellten, sondern nur Einzelwerte für bestimmte Schlankheiten, eigneten sich diese nicht als Grundlage für ein analytisches Modell für den EC3 [1]. Dies änderte sich 1978 als Maquoi und Rondal in [12] eine Gleichung herleiteten, welche die damals neuen europäischen Knickspannungslinien näherungsweise wiedergeben konnte. Dafür überführten sie den Traglastnachweis mit Schnittgrößen nach Th. 2. Ordnung für einen imperfekten Stab in den heutigen Ersatzstabnachweis. Um die analytischen Zusammenhänge zu verdeutlichen, soll diese Überführung nachfolgend für die Standardfälle Biegeknicken und Biegedrillknicken veranschaulicht werden. Dafür werden zunächst mit Hilfe der Differentialgleichungsmethode die Schnittgrößen ermittelt, welche sich nach Th. 2. Ordnung ergeben und anschließend der Querschnittsnachweis mit diesen Schnittgrößen in den Ersatzstabnachweis überführt. [2]

2.4.1 Überführung Th. 2. Ordnung in den Ersatzstabnachweis - Biegeknicken

Der nun für den Ersatzstabnachweis bzw. Nachweis mit Knickkurven maßgebende Fall, ist der des imperfekten Stabes, bei welchem als Vorimperfektion eine Vorkrümmung  $w_0$  in Form der Eigenfigur angenommen wird, Abbildung 2-5.



Abbildung 2-5: Biegeknicken senkrecht zur y-Achse bei einem imperfekten Stab [2]

Als Ausgangspunkt dient wieder die Biegeknick-Differentialgleichung, welche jedoch nun um den Anteil aus der Vorkrümmung erweitert wird [2]:

$$EI_{y}w''' + N_{E}(w + w_{0})'' = 0$$
(2.1)

Die Amplitude  $C_3$  der Vorimperfektion wird mit  $e_0$  bezeichnet, somit lässt sich folgendes schreiben:

$$w(x) = C_3 \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) \tag{2.2}$$

$$w_0(x) = e_0 \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) \tag{2.3}$$

$$w''(x) = -C_3 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
(2.4)

$$w_0''(x) = -e_0 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
(2.5)

$$w^{\prime\prime\prime\prime}(x) = C_3 \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
(2.6)
Die Differentialgleichung (2.1) ergibt sich somit zu:

$$EI_{y}\left(C_{3}\left(\frac{\pi}{l}\right)^{4}\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)\right) - N_{E}\left((C_{3}+e_{0})\left(\frac{\pi}{l}\right)^{2}\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)\right) = 0$$

$$(2.7)$$

Diese lässt sich wie folgt umformen:

$$EI_{y}\left(C_{3}\left(\frac{\pi}{l}\right)^{2}\right) - N_{E}(C_{3} + e_{0}) = 0$$

$$\Leftrightarrow C_{3}\left(EI_{y}\left(\frac{\pi}{l}\right)^{2} - N_{E}\right) = N_{E}e_{0}$$

$$\Leftrightarrow C_{3} = \frac{N_{E} \cdot e_{0}}{EI_{y}\left(\frac{\pi}{l}\right)^{2} - N_{E}}$$

$$\Leftrightarrow C_{3} = \frac{N_{E} \cdot e_{0}}{N_{cr} - N_{E}}$$

$$(2.8)$$

Durch Einsetzten in Gleichung (2.2) lautet die Gleichung für die Auslenkung w (ohne Vorimperfektion  $w_0$ ), vgl. Abb. Abbildung 2-5:

$$w(x) = \frac{N_E \cdot e_0}{N_{cr} - N_E} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
(2.9)

Oder in der bekannten Schreibweise:

$$w(x) = \frac{N_E}{N_{cr}} \cdot e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
(2.10)

Da der Verformungsverlauf bekannt ist, kann der Verlauf des Biegemomentes aus der konstitutiven Gleichung für den Zusammenhang zwischen Verformung und Schnittgrößen bestimmt werden [6]:

$$M_{y}(x) = -EI_{y}w'' = EI_{y}\frac{N_{E}e_{0}}{N_{cr} - N_{E}}\left(\frac{\pi}{l}\right)^{2}sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
$$\Rightarrow M_{y}(x) = N_{E} \cdot e_{0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_{E}}{N_{cr}}}sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$
(2.11)

Dieses Biegemoment wird als Biegemoment nach Th. 2. Ordnung bezeichnet. Es beinhaltet das Moment, welches auf Grund der Vorimperfektion entsteht und den aus den Verformungen resultierenden Anstieg. Auch erkennbar daran, dass das Moment sich aus der Normalkraft mal dem Hebelarm der Imperfektion  $e_0$  mal einem Erhöhungsfaktor ergibt.

An dieser Stelle setzen Maquoi und Rondal in [12] an. Sie formen den zu führenden Spannungsnachweis mit den Schnittgrößen nach Th. 2. Ordnung im Grenzzustand:

$$\frac{N_E}{N_{Rk}} + \frac{M_y^{II}}{M_{Rk}} \le 1,0$$
(2.12)

um zu einem Ersatzstabnachweis. Dieser Spannungsnachweis wird an der Stelle der maximalen Spannung, also in Stabmitte geführt, sodass in Gleichung (2.12) zunächst das Biegemoment aus Gleichung (2.11) in Stabmitte eingesetzt werden muss.

$$\frac{N_E \cdot e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}}}{M_{Rk}} + \frac{M_E \cdot e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}}}{M_{Rk}} = 1,0$$
(2.13)

Durch das Einführen des bekannten Abminderungsfaktors  $\chi$  und die bezogene Schlankheit  $\overline{\lambda}$ , lässt sich der Nachweis wie folgt umformen:

$$\chi\left(\frac{N_{RK}}{M_{Rk}}\cdot e_0\right) = (1-\chi)\cdot\left(1-\chi\cdot\bar{\lambda}^2\right)$$
(2.14)

mit: 
$$\chi = \frac{N_E}{N_{Rk}}$$
 (2.15)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr}}}$$
(2.16)

Ebenfalls formulierten sie einen Imperfektionsfaktor  $\eta$ , welcher den Einfluss der geometrischen Vorimperfektion und der Querschnittsform zusammenfasst:

$$\eta = \frac{N_{Rk}}{M_{Rk}} \cdot e_0 \tag{2.17}$$

Wenn nun Gleichung (2.14) nach dem Abminderungsfaktor umgestellt wird, führt dies zu den bekannten Gleichungen nach EC3 [1]:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \le 1,0$$
(2.18)

mit: 
$$\phi = 0.5 \cdot (1 + \eta + \bar{\lambda}^2)$$
 (2.19)

Der Knickbeiwert hängt somit von der bezogenen Schlankheit des Profils, von der Querschnittsform und von der gewählten Vorimperfektionsamplitude  $e_0$  ab. Das Ersatzstabverfahren lässt sich somit aus dem Querschnittsnachweis mit Schnittgrößen nach Th. 2. Ordnung herleiten und beruht somit auf einem mechanisch konsistenten Modell. Jedoch bleibt die Frage nach der Wahl der Amplitude mit ihrem maßgebenden Einfluss auf den Knickbeiwert. Anhand von Versuchsergebnissen wählten Maquoi und Rondal [12] für den Imperfektionsfaktor  $\eta$  einen Ansatz, welche den aus (2.17) ersetzten sollte und unabhängig von der Amplitude und der Querschnittsform ist, siehe Gleichung (2.20):

$$\eta = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) \tag{2.20}$$

Mit diesem letzten Schritt, inklusive der Festlegung auf eine Anfangsschlankheit  $\bar{\lambda}_0 = 0,2$  und der Umrechnung in Bemessungswerte, lässt sich der Nachweis vollständig in die heute bekannte Form des Ersatzstabnachweises nach EC3 [1] für das Biegeknicken umformulieren, siehe auch Tabelle 2-1.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1,0$$
(2.21)
mit:  $\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \le 1,0$ 
 $\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$ 
(2.22)

Die heutigen Imperfektionsbeiwerte  $\alpha$  für das Biegeknicken wurden an Hand von unterschiedlichen Versuchsergebnissen kalibriert und sollen folgende Einflüsse auf die Tragfähigkeit berücksichtigen [2] [6]:

- Querschnittsform
- Profileigenspannungen
- globale geometrische Imperfektionen über die Länge des Bauteils: Vorkrümmung
- lokale geometrische Imperfektionen: Abweichungen vom Nettoquerschnitt

Für den Fall des Biegeknickens sind diese wie folgt zu wählen:

Tabelle 2-5:	Imperfektionsbeiwert	für das	Biegeknicken	nach	EC3 [1]
	imperiorationoperior	i ui uuo	Biogenanoicen	naon	C00[1]

Knicklinie	$a_0$	а	b	С	d
Imperfektionsbeiwert α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Der mechanische Zusammenhang zwischen Schlankheit und Knickspannungswerten lässt sich nun grafisch darstellen und stellt für die unterschiedlichen Imperfektionsbeiwerte  $\alpha$  die bekannten Knickspannungslinien, siehe Abbildung 2-6, dar.



Abbildung 2-6: Biegeknicken: Knickspannungslinien nach EC3 [1]

Die Anfangsschlankheit  $\bar{\lambda}_0 = 0.2$ , siehe Gleichung (2.22), beschreibt das Plato in den Knickspannungslinien, wo die Kaltverformung das Stabilitätsversagen überwiegt und es somit zu keiner Abminderung kommt.

Welche Knicklinie, bzw. welcher Imperfektionsbeiwert gewählt werden muss, wird anhand des Querschnittes, der Ausweichrichtung und der Stahlgüte festgelegt, Tabelle 2-6.

Abschließend ist noch anzumerken, dass wenn die Vorimperfektionsamplitude nach Gleichung (2.23) gewählt wird, sich aus dem Ersatzstabnachweis genau die gleiche Grenztraglast ergibt, wie nach dem Querschnittsnachweis mit den Schnittgrößen nach Th. 2. Ordnung.

$$e_0 = \frac{M_{Rk}}{N_{Rk}} \cdot \left(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0\right) \cdot \alpha \tag{2.23}$$

Damit lässt sich abschließend feststellen, dass für den Basisfall beim Biegeknicken, das Ersatzstabverfahren einen mechanisch konsistenten Stabilitätsnachweis dargestellt.

					Knicklinie	
	Querschnitt	Begrenzungen		Ausweichen rechtwinklig zur Achse	S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
0			$t_{\rm f} \le 40~{\rm mm}$	у-у z-z	a b	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
schnitte		< 9/4	40 mm < $t_{\rm f} \le 100$	у-у z-z	b c	a a
lzte I-Quer	dewalzte I-Quer	1,2	<i>t</i> <sub>f</sub> ≤ 100 mm	<i>y-y</i> <i>z-z</i>	b c	a a
gewa		$\geq q q $	<i>t</i> <sub>f</sub> > 100 mm	у-у z-z	d d	c c
weißte schnitte	y - y - y - y - y		$t_{\rm f} \leq$ 40 mm	<i>y-y</i> <i>z-z</i>	b c	b c
Gesch I-Quen			$t_{\rm f}$ > 40 mm	у-у z-z	c d	c d
schnitte			varmgefertigte	jede	а	a <sub>0</sub>
Hohlquer		kaltgefertigte		jede	с	с
eißte schnitte		(auໂ r	allgemein Ber den Fällen der Jächsten Zeile)	jede	b	b
Geschwe Kastenquer	h y $ +$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $+$		xe Schweißnähte:	jede	с	с
U-, T- und Vollquerschnitte				jede	с	с
L-Querschnitte				jede	b	b



- -

#### 2.4.2 Überführung Th. 2. Ordnung in den Ersatzstabnachweis - Biegedrillknicken

Für den für dieses Forschungsvorhaben relevanteren Fall des, lässt sich analog zum Biegeknicken vorgehen. In [6] zeigt Stangenberg was sich bei gleicher Vorgehensweise für das Biegedrillknicken ergeben würde. Zuerst erweitern sich die Differentialgleichungen um die Störanteile aus der Vorimperfektion affin zur Eigenform. Daraus ergibt sich bei analoger Vorgehensweise:

$$EI_{z} \cdot v'' + M_{y,E} \cdot (\varphi_{x} - \varphi_{x,0}) = 0$$
(2.24)

$$EI_{\omega} \cdot \varphi_{x}^{\prime\prime} - GI_{T} \cdot \varphi_{x} + M_{y,E} \cdot (v - v_{0}) = 0$$
(2.25)

Wenn nun für die Verformung und Verdrehung der sinushalbwellenförmige Verlauf angesetzt wird, ergeben sich, bei gleicher Vorgehensweise wie oben beim Fall des Biegeknickens, zwei zusätzliche Beanspruchungen. Ein Moment um die z-Achse und das Bimoment, welche in Stabmitte folgende Werte annehmen:

$$M_{z}^{II} = \frac{M_{y,E}}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,cr}}} \cdot \varphi_{x,0}$$
(2.26)

$$B^{II} = \frac{M_{y,E}}{1 - \frac{M_{y,E}}{M_{y,cr}}} \cdot \frac{I_{\omega}}{I_z} \cdot \frac{N_{cr,z}}{M_{y,cr}} \cdot \varphi_{x,0}$$
(2.27)

Der Querschnittsnachweis nach Th. 2. Ordnung bei linearer Interaktion ergibt sich dann wie folgt:

$$\frac{M_{y,E}}{M_{y,Rk}} + \frac{M_{z,E}^{II}}{M_{z,Rk}} + \frac{B_E^{II}}{B_{Rk}} \le 1,0$$
(2.28)

$$\Rightarrow \chi_{LT} \left( \frac{M_{y,RK}}{M_{z,Rk}} \cdot \left( 1 + \frac{M_{z,Rk}}{B_{Rk}} \cdot \frac{M_{y,CT}}{N_{CT,Z}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{GI_T}{EI_\omega} \frac{l^2}{\pi^2}\right)} \right) \cdot \varphi_{\chi,0} \right)$$
$$= (1 - \chi_{LT}) \cdot \left( 1 - \chi_{LT} \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$
(2.29)

$$\Leftrightarrow \chi_{LT} \cdot \eta = (1 - \chi_{LT}) \cdot \left(1 - \chi_{LT} \cdot \bar{\lambda}_{LT}^{2}\right)$$

Dabei sind  $\chi_{LT}$ ,  $\bar{\lambda}_{LT}$  und  $\eta$  analog zum Biegeknicken wie folgt definiert:

$$\chi_{LT} = \frac{M_{y,E}}{M_{y,Rk}} \tag{2.30}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{M_{y,cr}}}$$
(2.31)

$$\eta = \frac{M_{y,RK}}{M_{z,Rk}} \cdot \left(1 + \frac{M_{z,Rk}}{B_{Rk}} \cdot \frac{N_{cr,z}}{M_{y,cr}} \cdot \left(1 + \frac{GI_T}{EI_\omega} \frac{l^2}{\pi^2}\right)\right) \cdot v_0$$
(2.32)

Würde der gleiche vereinfachte Ansatz für den Imperfektionsfaktor  $\eta$  wie nach Maquoi und Rondal in [12] gewählt werden,

$$\eta = \alpha_{LT} \cdot \left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) \tag{2.33}$$

wäre der Nachweis identisch zum Biegedrillknicknachweis für den allgemeinen Fall nach Kapitel 6.3.2.2 des EC3 [1]:

$$\frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1,0 \tag{2.34}$$

mit: 
$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \le 1,0$$
 (2.35)

$$\phi_{LT} = 0.5 \cdot \left( 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right)$$
(2.36)

Nun weißt Stangenberg richtigerweise darauf hin, dass nun jedoch der Imperfektionsbeiwert  $\alpha_{LT}$  weit mehr als nur die Querschnittsgeometrie wie im Falle des Biegeknickens berücksichtigen müsste. Zusätzlich müssten Bauteillänge, Torsions- und Wölbwiderstände und kritische Verzweigungslasten eingehen, wenn die exakt gleiche Formulierung wie im EC3 [1] erreicht werden soll. Dies wurde jedoch nicht vorgenommen, was darauf führen lässt, dass sich die aktuellen Nachweise für das Biegedrillknicken nicht auf einem mechanisch konsistenten Modell beruhen. [2] [5] [6] [13]

Wenn der Imperfektionsfaktor  $\eta$  also weiterhin alle Einflüsse vereinen soll, die den Nachweis nach Th. 2. Ordnung auf das Nachweisformat des Ersatzstabnachweises nach EC3 [1] mit einem abgeminderten plastischen oder elastischen Widerstandsmoment hinführen lassen, dann wird dieser für verschiedene Randbedingung und Lasten unterschiedlich ausfallen und ließe sich nicht ohne geringen Aufwand bzw. gar nicht herleiten. Sprich die Wahl eines vereinfachten Ansatzes wie es Maquoi und Rondal taten, ist eher zielführend, da der Ersatzstabnachweis vor allem auf Grund seiner einfachen Handhabung so viel Anwendung findet. Hierbei gilt es jedoch zu beachten, dass der Ansatz maßgebende Einflüsse wie die Torsionsund die Wölbsteifigkeit berücksichtigt und so gewählt wird, dass er für beliebige Fälle auf der sicheren Seite bleibt. Welche Einflüsse maßgebend sind und mit welchen eine ausreichende Sicherheit gewährleistet werden kann, während andere Einflussparameter vielleicht nur geringe Auswirkungen haben und vernachlässigt werden können, ließe sich beispielweise mit Hilfe von experimentellen Versuchen oder numerischen Untersuchungen ermitteln.

Zusätzlich sei hier erwähnt, dass die nach EC3 [1] erlaubte Berechnung nach Th. 2. Ordnung nur für das Biegeknicken eine zur Eigenform affine Vorverformung in Form einer Verkrümmung angibt. Wenn ein Tragwerk gegen Biegedrillknicken nachgewiesen werden soll, ist keine Torsionsimperfektion bzw. Verdrillung anzusetzen, sondern nur eine gegenüber dem Biegeknicken geringere Vorkrümmung aus der Haupttragebene. Dies stellt jedoch nur eine Vereinfachung dar und liegt nicht immer auf der sicheren Seite. Bei einer korrekten Überführung zum Ersatzstabnachweis, sollte auf so eine Vereinfachung verzichtet werden. [2]

Die aktuellen Knickspannungslinien für das Biegedrillknicken für den allgemeinen Fall nach Kapitel 6.3.2.2 des EC3 [1] und für gewalzte Querschnitte und gleichartige geschweißte Querschnitte nach Kapitel 6.3.2.3 des EC3 [1] wurden maßgebend vom Technical Commitee 8 – Structural Stability der ECCS mit entwickelt. Beide Kurvendefinitionen besitzen den gleichen Grundaufbau wie beim Biegeknicken, wobei für den allgemeinen Fall diese sogar identisch sind, Kapitel 2.3. Leichte Unterschiede sind jedoch vorhanden, da Kapitel 6.3.2.3 [1] nachträglich und auf Grundlage von numerischen Untersuchungen an der TU in Graz entstanden ist. In dieser wird neben einer erlaubten Anpassung des Abminderungsfaktors mit Hilfe eines Faktors f in Abhängigkeit des Momentenverlaufs, ein Faktor  $\beta$  eingefügt und ein Plateau bis zur Schlankheit 0,4 gewählt. Es sei jedoch erwähnt, dass der Nationale Anhang [3] für den allgemeinen Fall ebenfalls eine Modifikation mittels des Anpassungsfaktors f zulässt. Beide Kurvendefinitionen sind, wie beim Biegeknicken, maßgebend von dem Imperfektionsbeiwert  $\alpha_{LT}$  abhängig. Von der Empfehlung her, sind die absoluten Werte erstmal identisch zu denen des Biegeknickens gewählt worden, vgl. Tabelle 2-7, lediglich der Nationale Anhang [3] erlaubt, auf Grundlage von Untersuchungen der RWTH Aachen zusätzlich eine Anpassung dieser Werte für den allgemeinen Fall, siehe Gleichung (2.37). [2] [11] [13]

Knicklinie	а	b	С	d
Imperfektionsbeiwert $\alpha_{LT}$	0.21	0.34	0.49	0.76

Tabelle 2-7: Imperfektionsbeiwert für	den allgemeinen Fall	des Biegedrillknickens	[1]
	0	0	

$\alpha_{LT}^* = \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}} \alpha$	(2.37)

mit:  $\alpha_c$ 

 $\alpha_{crit}$  St. Venant'schen Torsionssteifigkeit

Verzweigungslastfaktor mit Vernachlässigung der

Verzweigungslastfaktor mit Berücksichtigung der

 $\alpha^*_{crit}$  St. Venant'schen Torsionssteifigkeit

 $\alpha$  Imperfektionsbeiwert für Biegeknicken nach Tab.6.2 [1]

Die Wahl der Knicklinie weicht jedoch ab. Da im Rahmen von numerischen und experimentellen Versuchen festgestellt wurde, dass die Traglasten maßgebend von dem Verhältnis der Trägerhöhe zur Trägerbreite h/b und dem Herstellungsverfahren geschweißt oder gewalzt abhängt, wurde bei beiden eine Unterteilung der Knickspannungslinien nach diesen beiden Kriterien gewählt. Auch hier gilt, dass das schlankere Verhältnis ungünstiger ist, also der schlankere Querschnitt mit größeren Imperfektionsbeiwerten beaufschlagt wird und somit geringere Traglasten aufweist als der gedrungene, siehe Tabelle 2-8 und Tabelle 2-9. Ausnahme bildet das allgemeine Verfahren im Falle der oben beschriebenen Anpassung des Imperfektionsbeiwerts nach NA [3], wo die Knicklinie nach der Tabelle 6.2 [1] gewählt wird.

Querschnitt	Grenzen	Knicklinien
govelztes I Profil	$h/b \le 2$	а
gewaiztes 1-rioiti	h/b > 2	b
gaschwaißtas I Profil	$h/b \le 2$	с
geschwenstes 1-r totti	h/b > 2	d
andere Querschnitt	-	d

Tabelle 2-8: Wahl der Knickspannungslinie für BDK nach Kap. 6.3.2.2 [1]

Tabelle 2-9: W	ahl der Knickspann	unaslinie für BDK	nach Kap.	6.3.2.3 [1]
	ann aon ranopanna		maoninapi	0.0.1.0 [.]

Querschnitt	Grenzen	Knicklinien
govelztes I Profil	$h/b \le 2$	b
gewaiztes I-FIOIII	h/b > 2	с
gaschwaißtas I Profil	$h/b \le 2$	с
geschweibles I-FIOIII	h/b > 2	d

Es fällt auf, dass für den allgemeinen Fall die Knickspannungslinie des Biegedrillknickens bei einem Verhältnis  $h/b \le 2$  günstiger ausfällt als beim Biegeknicken um die schwache Achse. Da beide die gleiche Kurvendefinition aufweisen, ist der Nachweis des Biegedrillknickens also günstiger. Dies liegt an dem Einfluss der Torsionssteifigkeit begründet. Während beiden Versagensfällen ein Ausweichen rechtwinklig zur schwachen Achse auftritt, muss sich beim Biegedrillknicken der Querschnitt zusätzlich verdrillen. [2] [13]

Sollen die Knickspannungslinien für beide Kapitel vergleichend gegenübergestellt werden, muss ein Fallbeispiel gewählt werden, da der Modifikationsfaktor *f* von dem statischen System abhängt und im Falle der Anpassung nach Gleichung (2.37) sich die Abminderungsfaktoren profilabhängig ergeben. Für das Fallbeispiel in Abbildung 2-7 ergeben sich sechs mögliche Verläufe, nach Kapitel 6.3.2.3 mit und ohne Modifikation von  $\chi_{LT}$ , siehe Tabelle 2-10 und Kurve (5) und (6) in Abbildung 2-8, für Kapitel 6.3.2.2 mit und ohne Modifikation, sowie jeweils mit und ohne Anpassung des Imperfektionsbeiwerts nach Gleichung (2.37), siehe Tabelle 2-10 und Kurve (1) bis (4) in Abbildung 2-8. Zur Veranschaulichung wird als Fallbeispiel das für den numerischen und experimentellen Teil relevante System inklusive Belastung und Profiltyp gewählt, Abbildung 2-7.



Abbildung 2-7: Fallbeispiel: System, Belastung und Profiltyp

Tabelle 2-10: Fallbels	piel: Knickspannu	ingslinien nach K	apitel 6.3.2.2 und	1 6.3.2.3 [1]

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Kapitel	6.3.2.2	6.3.2.2	6.3.2.2	6.3.2.2	6.3.2.3	6.3.2.3
Modifiziert	-	-	х	х	-	Х
Knieklinie	Tab. 6.4	Tab. 6.2	Tab. 6.4	Tab. 6.2	Tab. 6.5	Tab. 6.5
Knicklinie	а	с	a	с	b	b
α	-	0.49	-	0.49	-	-
α <sub>LT</sub>	0.21	-	0.21	-	0.34	0.34
$\alpha_{LT}^* = \alpha \frac{\alpha_{crit}^*}{\alpha_{crit}}$	-	EDV	-	EDV	-	-

Die parametrisierte Berechnung des, von der Schlankheit abhängigen, Beiwertes  $\alpha_{LT}^*$  wurde mit Hilfe der Software LTBeam [14] vorgenommen und ist deshalb nicht in Tabelle 2-10 für jede beliebige Schlankheit aufgeführt, sondern nur mit dem Kürzel "EDV" gekennzeichnet.



Abbildung 2-8: Fallbeispiel: Mögliche Knickspannungslinien nach Kapitel 6.3.2.2 und 6.3.2.3 [1]

Bei Betrachtung von Abbildung 2-8 lässt sich folgendes feststellen:

• Trotz der güntigeren Knicklinienwahl beim allgemeinen Fall nach EC3 [1] (1), fallen die Abminderungsfaktoren nach Kapitel 6.3.2.3 [1] (5) günstiger aus. Die oben

genannten Anpassungen wie das größere Plateau und der Faktor  $\beta$  sind somit ausschlaggebender und lassen eine wirtschaftlichere Bemessung zu.

- Eine Modifikation in Abhängigkeit des Momentenverlaufs (3) (4) (6) führt immer und vor allem im gedrungenen Bereich bis zu einer Schlankheit von ca. 1,0 zu einer günstigeren Bemessung. Erstes liegt an der Definition des Faktors *f*, welcher niemals größer als eins werden kann, und somit den Abminderungsfaktor nur vergrößern kann.
- Beide Knickspannungslinien mit  $\alpha_{LT}^*$  (2) (4) weisen nicht mehr den typischen Knickspannungslinienverlauf auf. Stattdessen scheinen sie einen zusätzlichen Wendepunkt im gedrungenen Bereich aufzuweisen.
- Die wirtschaftlichste Bemessung liegt im Falle von Kap 6.3.2.3 [1] mit Modifikation vor (6), könnte aber ggf. unsicher sein.

### 2.4.3 Interaktion Biegekicken und Biegedrillknicken

Bei gleichzeitig auftretender Normalkraft und Biegebeanspruchung muss bei der Stabilitätsuntersuchung eine Interaktion durchgeführt werden. Diese kann wie bereits erwähnt entweder durch eine Tragwerksberechnung nach Th. 2. Ordnung erfolgen, durch den Ersatzstabnachweis nach Kapitel 6.3.3 [1] oder dem allgemeinen Verfahren nach Kap. 6.3.4 [1].

Bei dem Ersatzstabnachweis nach Kapitel 6.3.3 [1] werden Biegedrillknicken und Biegeknicken in einem Nachweis behandelt und müssen jeweils für ein Ausweichen in die y- und z-Achse geführt werden. Die Interaktion wird hierbei mittels Interaktionsfaktoren  $k_{yy}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{zz}$ und  $k_{yz}$  vorgenommen, siehe auch Tabelle 2-3. Diese Interaktionsfaktoren werden entweder nach dem Verfahren im Anhang A oder Anhang B vom EC3 [1] ermittelt, wobei Anhang A auf Grund seiner komplexen Ermittlungsmethode eher mittels EDV-Unterstützung zu empfehlen ist und Anhang B zur Handrechnung verwendet werden kann. [2] [11]

Stangenberg stellt in [6] dar, worauf dieser Interaktionsnachweis fundiert. Als Basis dient, unabhängig von der Querschnittklassifizierung, eine lineare Interaktion der Biege- und Normalkraftbeanspruchbarkeit. Als mechanische Grundlage dient der bereits besprochene gabelgelagerter Träger unter konstanter Normalkraft, bei welchem sich die lineare Interaktion zu der bereits bekannten Gleichung vom Biegeknicken ergibt:

$$\frac{N_E}{N_{Rk}} + \frac{N_E \cdot e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{CT}}}}{M_{Rk}} \le 1,0$$
(2.38)

Dazu wird das planmäßige Moment  $M_{y,E}$  hinzuaddiert, welches mittels der äquivalenten Momentenbeiwerte  $C_m$  in einen gleichwertigen konstanten Momentenverlauf umgewandelt wird und durch den Erhöhungsfaktor aus dem Stabilitätsfall Biegeknicken unter konstanter Normalkraft auf eine Schnittgröße nach Th. 2. Ordnung vergrößert wird. Diese Vorgehensweise ist nur näherungsweise korrekt, da der Vergrößerungsfaktor nur für den in Kapitel 2.4.1 beschriebenen Fall (ausschließliche Normalkraft) korrekt ist.

$$\frac{N_E}{N_{Rk}} + \frac{N_E \cdot e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}}}{M_{y,Rk}} + \frac{C_{my} \cdot M_{y,E} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}}}}{M_{y,Rk}} \le 1,0$$
(2.39)

Mittels dem für das Biegeknicken gültigen Zusammenhang zwischen der Verkrümmung und dem Abminderungsfaktor in Gleichung (2.14) und (2.15) kann dies umgeformt in:

$$\frac{N_E}{\chi_y \cdot N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,E}}{M_{y,Rk}} \le 1,0$$
(2.40)

mit: 
$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_E}{N_{cr}} \chi_y}$$

Zur Berücksichtigung des Biegedrillknickens, wird die Momententragfähigkeit dann nochmals mit dem Abminderungsfaktor  $\chi_{LT}$  multipliziert:

$$\frac{N_E}{\chi_y \cdot N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,E}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} \le 1,0$$
(2.41)

Diese Gleichung lässt sich um den Anteil der Querbiegung erweitern, sodass am Ende die Nachweise aus dem EC3 [1] stehen, siehe auch Tabelle 2-3:

Nachweis um die y-Achse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1,0$$
(2.42)

Nachweis um die z-Achse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \le 1,0$$
(2.43)

Wenn das Verfahren nach Anhang A betrachtet wird und die Interaktionsfaktoren für QKL 3 ermittelt werden, kann festgestellt werden, dass dieses exakt zu den hier dargestellten Gleichungen führt. Um der höheren Tragfähigkeit der QKL 1 und 2 durch eine Querschnittsplastizierung Rechnung zu tragen, wurden Anpassungen der Interaktionsfaktoren vorgenommen. Eine Rückrechnung von Anhang B aus, ist nicht möglich. Zusätzlich ist festzustellen, dass die Berücksichtigung planmäßiger Torsionsbeanspruchung nicht vorliegt. [6] Diese Interaktion und die bereits besprochenen Ersatzstabnachweise nach den Kapiteln 6.3.1 bis 6.3.3 [1] sind jedoch teilweise einigen Einschränkungen unterlegen, da sie nicht für folgende Fälle gelten [11] [15]:

- Nicht Konstanter Querschnitt
- Komplexe Belastungsfälle
- Keine Gabellagerung
- Ungleichmäßige Stützungen
- Nicht geradliniger Träger

Dazu kommt der kritische Punkt der Bemessungsstelle. In der Interaktionsgleichung werden auf der sicheren Seite liegend immer die Maximalwerte der Schnittgrößen eingesetzt und zusätzlich dazu eine maximale Vergrößerung der Schnittgrößen infolge Vorimperfektion, da in der Herleitung der Maximalstich in Mitte der Eigenform zu Grunde gelegt wurde. Dadurch kann dieser Nachweis häufig zu einem unwirtschaftlichen Ergebnis führen.

Diese Einschränkungen und der kritische Punkt der Bemessungsstelle sollten mit dem Bemessungskonzept des Allgemeinen Verfahrens nach Kap. 6.3.4 [1] gelöst werden, wodurch für die praxisrelevanten Fälle, wie den Stahlbaurahmen, ein geeignetes, gültiges und wirtschaftliches Bemessungswerkzeug zur Hand gegeben werden kann. Dies Bemessungskonzept ist allerdings nicht komplett zu Ende gedacht und zurzeit in seiner Anwendung ebenfalls noch stark eingeschränkt.

## 2.4.4 Allgemeines Verfahren

Wie bereits erwähnt unterliegen die zuvor vorgestellten Ersatzstabnachweise einigen Einschränkungen und stellen vor allem im Falle von gleichzeitig unterschiedlich auftretenden Beanspruchungen (siehe Kap. 0) eine teils unwirtschaftliche und teils unsichere Lösung dar. Gleichzeitig lässt sich in Hinblick auf den Versagensmechanismus der Stabilitätsprobleme Biegeknicken, Drillknicken und Biegedrillknicken erkennen, dass diese zusammenhängen und für sich betrachtet nur Sonderfälle darstellen. Eine einheitliche Lösung mit welcher ein Stabilitätsnachweis in Form eines Ersatzstabnachweises gleichzeitig für alle Versagensmechanismen geführt wird und somit in Hinblick auf Interaktion eine logischere Variante als die Bisherige darstellt, soll mit dem Allgemeinen Verfahren gegeben werden.

Die Möglichkeit eines Allgemeinen Verfahrens, mit welchem gleichzeitig Biegeknick- und Biegedrillknicknachweise geführt werden können wird mit Kapitel 6.3.4 des EC3 [1] geliefert, jedoch ist dieses nicht ausreichend beschrieben, sodass es kaum zur Anwendung in der Praxis taugt. Neben einigen vorangegangenen Arbeiten, wie von Stangenberg [6], Naumes [5] und Wieschollek [2], wurde an einer praxisgerechten Lösung zur Verallgemeinerung der Stabilitätsnachweise gearbeitet. Begleitend dazu wurde dieses Verfahren im Rahmen des Forschungsvorhabens weiter untersucht.

# 2.5 Zwischenfazit

Im Rückblick lässt sich auf den Hintergrund der Stabilitätsnachweise für den Fall des Biegedrillknickens und für die Interaktionsregeln feststellen, dass es eine Reihe von Unstimmigkeiten und Einschränkungen gibt, welche aus der Komplexität des Versagensmechanismus heraus entstehen. Ein mechanisch konsistenter Ersatzstabnachweis, welcher sich aus einer Berechnung nach Th 2. Ordnung herleiten lässt, kann nur für einfache Fälle durchgeführt werden. Selbst bei diesen einfachen bestehen noch einige Einflussparameter, welche es zu berücksichtigen gilt und eine Überführung erschweren. Diese wurden von Maquoi und Rondal [12] für den Fall des Biegeknickens unter dem Begriff des Imperfektionsfaktors  $\eta$  zusammengefasst und durch einen einfachen Ansatz ersetzt, welcher von dem Imperfektionsbeiwert  $\alpha$  und der Schlankheit  $\overline{\lambda}$  abhängt. Der Imperfektionsbeiwert ist hierbei der steuerbare Parameter, welcher mittels experimenteller und numerischer Untersuchungen für verschiedene Fälle ermittelt werden muss. Auf Grund der Einfachheit wurde dieser Ansatz in den Kapiteln 6.3.2.2 und 6.3.2.3 [1] komplett übernommen, obwohl für das Biegedrillknicken die Zahl der Einflussparameter selbst im einfachsten Fall des doppelsymmetrischen I-Profils als gabelgelagerter Einfeldträger unter konstanter Momentenbeanspruchung gravierend steigt. Diese starke Vereinfachung ist wie bereits erwähnt zweckmäßig und kann mittels Untersuchungen auf der sicheren Seite liegend verifiziert werden. Eine mechanisch konsistente Lösung stellt es jedoch nicht dar.

Zahlreiche Arbeiten beschäftigen sich mit der Fragestellung der korrekten Überführung welche gleichzeitig handlich bleiben soll. So versuchte Stangenberg in [6] eine mathematisch konsistente Überführung für räumliche Instabilität, kann diese jedoch nur für den Basisfall einer konstanten Beanspruchung eines gabelgelagerten Trägers exakt herleiten. Er schreibt selbst, dass eine allgemein geschlossene Lösung für das gesamte räumliche Stabilitätsproblem nicht möglich ist, weshalb sein Bemessungskonzept auf den Basisfall beruht und um numerisch ermittelten Anpassungsfaktoren erweitert wird, um für weitere Konstellationen eine Bemessung zu ermöglichen. Naumes gelang es in [5] erstmalig die Überführung für Biegedrillknicken mit einem konsistenten Modell darzustellen. Nur betrachtet er den druckbeanspruchten Flansch herausgelöst als Knickstab und berücksichtigt die Bemessungsstelle durch Ansatz eines Ersatzstabs mit entsprechender Schlankheit. Dieser Ansatz lässt sich aber in Hinblick auf weitere Querschnittsformen oder zusätzliche Beanspruchungen aus Querbiegung oder Torsion nur schwer verallgemeinern. Aufbauend auf beiden Ansätzen gelang es Wieschollek in [2] eine einheitliche und mechanisch konsistente Grundlage für Biegeknick- und Biegedrillknicknachweise zu schaffen. Mit der Einführung eines allgemein gültigen Imperfektionsansatzes wurde das Biegedrillkicken analog zum Biegekicken, aber unter Berücksichtigung aller für das Stabilitätsversagen maßgebenden Effekte aus Theorie 2. Ordnung, in einen Nachweis mit Knickkurven überführt. Dabei können zusätzliche Quer- und Torsionsbeanspruchungen, sowie die Interaktion mit Normalkraft mit einem Abminderungsfaktor berücksichtigt werden. Dieses Verfahren wurde, wie bereits erwähnt, im Rahmen dieses Forschungsvorhabens aufbereitet und anhand experimenteller und numerischer Untersuchungen validiert.

### 3 Durchgeführte Bauteilversuche

In diesem Kapitel findet eine vollständige Beschreibung des Versuchsaufbaus und der Versuchsdurchführung für die in diesem Forschungsvorhaben durchgeführten Versuche statt.

- 3.1 Versuchsbeschreibung
- 3.1.1 Zielsetzung und Umsetzung

Die 3 Versuchsreihen umfassen insgesamt 28 Versuche an Einfeldträgern mit unterschiedlichen Momentenverläufen, wobei bei der Umsetzung der Versuche bestimmte Randbedingungen beachtet werden mussten. So reagieren diese besonders empfindlich auf eine nicht richtungstreue Lasteinleitung. Eine ausschließlich poltreue Lasteinleitung führt zu einem zusätzlichen horizontalen Belastungsanteil, der den Vorgang des Biegedrillknickens ungewollt beschleunigt, vgl. Abbildung 3-1. Eine Lasteinleitung über ein unverschiebliches System würde zwar ausschließlich eine vertikale Last erzeugen, jedoch das Ausweichbestreben des Trägers behindern, vgl. Abbildung 3-2. [2]



 $\rightarrow F_{H} erzeugt M_{T} und M_{Z}$  $M_{T} \rightarrow Verdrehen des QS$  $M_{Z} \rightarrow seitl. Ausweichen des QS$ 



→ Seitliches Ausweichen wird behindert





Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Durchführung von Biegedrillknickversuchen betrifft die Lagerung, die im günstigsten Fall nur die vertikale und seitliche Verschiebung, sowie die Verdrehung des Trägers um die Stabachse halten sollte, ohne den Träger in seinen weiteren Freiheitsgraden zu behindern.

Insgesamt sollten mit dem Versuchstand die folgenden Randbedingungen für Belastung und Lagerung möglichst definiert einstellbar sein:

- Variable Position der Lasteinleitung in x- und y-Richtung
- Richtungstreue Belastung in z- Richtung und zwar während der gesamten Belastungsgeschichte

- Freie seitliche Verschiebung in y-Richtung und freie Verdrehung um die x-Achse des Trägers an der Lasteinleitungsstelle
- Verdrehung um die z- und y-Achse an den Lagern frei oder fest
- Verwölbung an den Lagern frei oder fest
- Verschiebung der Lager in x-Richtung frei oder fest
- Verschiebung der Lager in y-Richtung fest
- Verdrehung um die x-Achse an den Lagern fest (Gabellagerung)

Diese Zielsetzung galt es im Zuge des Forschungsvorhabens umzusetzten. Um weder eine Behinderung noch eine Unterstützung des Biegedrillknick-Prozesses zu verursachen, muss die Lasteinleitung dem Ausweichbestreben des Trägers nachkommen und sich selbstständig je nach Bestrebungsstärke regulieren. Diese Regelung muss kraftgesteuert sein, da Regelund Stellgröße nicht zusammen fallen dürfen. Die Umsetzung dieser Lasteinleitung ist eine kraftgesteuerte Traverse entlang einer Linearführung, an welcher der hydraulische Prüfzylinder hängt. Um die Position des Prüfzylinders in Längsrichtung des Prüfkörpers variieren zu lassen, müssen die Auflager in x-Richtung verschieblich sein. Zusätzlich wird dadurch die Entstehung von Zwangskräften verhindert, da bei einer Behinderung der Bewegung sich auf Grund der Unverschieblichkeit der Lasteinleitungstraverse in x-Richtung ein Zugband ausbilden würde. Die Verwölbung an den Trägerenden kann durch entkoppelte Drehachsen der Flansche ermöglicht werden, da sich diese dadurch gegenläufig verdrehen können. Eine genaue Beschreibung der Umsetzung wird in Kapitel 3.1.3 vorgenommen.

## 3.1.2 Versuchsmatrix

In den ersten beiden Versuchsreihen werden insgesamt 24 Träger mit reiner Biegebeanspruchung und in der dritten Versuchsreihe 4 weitere Träger mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung untersucht. Dabei wurden ausschließlich Walzprofile der IPE- und HEA-Reihe mit den Stahlgüten S235 und S355 betrachtet. Das Prüfsystem ist in allen Fällen ein 3-Punkt-Biegeversuch mit gelenkiger (Versuchsreihe 1) oder einseitig teileingespannter (Versuchsreihe 2) Gabellagerung. Die Teileinspannungen resultieren aus der Federsteifigkeit der Auflagerböcke und wurden auf Grundlage der Auflagerverdrehungen, die während der Versuchsdurchführung gemessen worden, berechnet. Die Versuchsmatrix kann Abbildung 3-3 bis Abbildung 3-5 entnommen werden. Abbildung 3-6 zeigt die Übersicht der Versuchsmatrix für alle 3 Versuchsreihen. Es sind sämtliche Versuchskonstellationen hinsichtlich Profil, Streckgrenze, Systemlänge, Position der Lasteinleitung, Schlankheit, Einspanngrad und System dargestellt. Dabei ist Versuch V12 als Ausnahme mit beidseitig teileingespannter Lagerung zu betrachten. Die Versuche V21 und V22 wurden aufgrund des nicht eindeutigen Versagensmodus (lokales Stegbeulen oder Biegedrillknicken) mit einer zusätzlichen Stegaussteifung wiederholt (V21b und V22b).

		0		-	~	2
Versuch	Profil	t <sub>y</sub>	OKI 1)	L	x <sub>F</sub> /L	$\lambda_{\min}$
v ersuen	TIOIII	[MPa]	QKL	[m]	[-]	[-]
V01	IDE160	277	1	1.30	0.50	0.78
V02	IFLIOU	511	1	2.50	0.50	1.18
V03				2.50	0.50	0.88
V04	IPE330	409	1	5.00	0.30	1.46
V11				3.50	0.30	1.08
V15	IPE450	417	1	3.20	0.50	1.01
V17				1.90		0.60
V18		405	2	2.90	0.50	0.81
V19	TEA100	403	2	4.25	0.30	1.02
V20				5.66		1.19
V21				2.65		0.54
V22		420	2	3.66	0.50	0.71
V23	HEA200	429	5	5.34	0.30	0.92
V24				7.20		1.11



<sup>1)</sup> Querschnittsklasse, Flansch maßgebend



Versuch	Profil			L	$x_F/L$	$\overline{\lambda}_{\min}$
v er suen	110111	[MPa]	QKL	[m]	[-]	[-]
V05				2.20	0.20	0.93
V06	$\mathbf{DE1}(0)$	277	1	4.00	0.50	1.20
V09	IPE100	5//	1	1.80	0.50	0.97
V10				3.50	0.30	1.15
V13	IDE240	270	1	3.00	0.20	1.06
V14	IFE240	579	1	6.00	0.50	1.43
V07	IDE220	400	1	4.00	0.20	1.32
V08	IF £550	409	1	6.20	0.30	1.78
V16	IPE450	417	1	6.00	0.30	1.68
V12	IPE330	409	1	6.20	0.30	1.61



<sup>1)</sup> Querschnittsklasse, Flansch maßgebend

#### Abbildung 3-4: Versuchsreihe 2 - Einseitig teileingespannt

Versuch	Profil	$f_y$	OVI <sup>1)</sup>	L	$x_F/L$	$\overline{\lambda}_{\min}$	F
v ersuen	110111	[MPa]	QKL	[m]	[-]	[-]	
T01				2.70		0.50	$\mathbf{F}_{Z}$ $\mathbf{M}_{y,E}$
T02		402	1	3.40	0.50	0.60	
T03	HEA200			4.10		0.70	
T04				4.80		0.78	

<sup>1)</sup> Querschnittsklasse, Flansch maßgebend

Abbildung 3-5: Versuchsreihe 3 - Biegung und Torsion



Abbildung 3-6: Übersicht Versuchsmatrix

#### 3.1.3 Versuchsstand

In Hinblick auf die genannte Zielsetzung und Problemstellung bei der Durchführung von Biegedrillknickversuchen wurde von Wieschollek in [2] ein innovativer Versuchsstand entwickelt. Dieser wurde Rahmen dieses Forschungsvorhabens, wie nachfolgend beschrieben, umgesetzt. Der gesamte Versuchstand, wurde im Laufe der Vorplanung, mit Hilfe der CAD-Software Inventor [16] modelliert und statisch so ausgelegt, dass die maximal möglichen Reaktionskräfte aus der ungünstigsten Prüfkonstellation und Maximallast des Prüfzylinders mit möglichst kleinen Verformungen aufgenommen werden können. Dies war nicht nur aus statischer Sicht erforderlich, sondern auch um zu gewährleisten, dass die Funktion der verwendeten Linearführungssysteme an der Haupttraverse und den Auflagerböcken zu keinem Zeitpunkt der Versuchsdurchführung beeinträchtigt wird. Der endgültige Versuchsstand inklusive seiner möglichen Freiheitsgrade kann der Abbildung 3-7 entnommen werden. [2]



Abbildung 3-7: Versuchstand und mögliche Freiheitsgrade [2]

Die Last wird über einen 1MN servohydraulischen Prüfzylinder aufgebracht, welcher an einer Nebentraverse hängt. Diese Nebentraverse läuft, wie in Abbildung 3-8 zu sehen ist, entlang von Schwerlast-Linearführungen, welche wiederrum an der Haupttraverse des Spannfeldrahmens angebracht sind, und lässt sich mittels eines motorbetriebenen Spindelantriebs in y-Richtung verschieben. Auflaufbremsen an den Enden der Haupttraverse sichern zusätzlich gegen ein Überschreiten der maximalen Seitenbewegung ab. [2]



Abbildung 3-8: Versuchsstand - Lasteinleitung oberer Teil [2]

Im Vorfeld der Versuchsplanung ergab sich die Frage, ob die Seitenverschiebung weg- oder kraftgeregelt sein sollte. Aus der Überlegung heraus, dass Regel- und Stellgröße nicht zusammen fallen dürfen, also die Seitenverschiebung nicht über sich selbst geregelt werden kann, fiel die Entscheidung, über die beim Ausweichen am Lastangriffspunkt entstehende Horizontalkraft zu regeln. Diese wird über die, durch zwei hochauflösende Dehnmessstreifen (DMS), gemessene Dehnungsdifferenz am Lasteinleitungsdorn und die Biegesteifigkeit des Dorns umgerechnet. Durch die Kombination mit hochauflösenden Messkraftverstärkern, wird das Grundrauschen des Messsignals um ein Vielfaches reduziert und gleichzeitig die Messempfindlichkeit deutlich erhöht. Der Schwellenwert, ab welchem der Spindelantrieb reagiert, liegt bei 0±20N und garantiert somit selbst bei kleinstem Ausweichbestreben des Versuchskörpers ein sofortiges seitliches Nachsteuern der Lasteinleitung. Die Mess- bzw. Regelgenauigkeit wurde im Vorfeld anhand von Kalibrierungsversuchen an der Lasteinleitung selbst, bei denen diese als Kragarm gezielt belastet worden ist, kalibriert. [2]

Zusammen mit einem in [2] entwickelten Regelungsalgorithmus wird das Messsignal in ein Steuersignal umgewandelt und die Nebentraverse samt Zylinder und Lasteinleitung seitlich bewegt. Mit dem Sollwert der Horizontalkraft von 0N wird während der gesamten Versuchsdurchführung sichergestellt, dass der Biegedrillknick-Prozess weder behindert noch beschleunigt wird. Die Seitengeschwindigkeit ist aus Sicherheitsgründen auf 100mm/s begrenzt, damit kann aber selbst bei einem schlagartigen Biegedrillknickversagen der Prüfzylinder ausreichend schnell mitgeführt werden. Dieses schlagartige Ausweichen des Prüfkörpers tritt vor allem im überkritischen Lastniveau auf und würde bei unzureichender Nachstellgeschwindigkeit eine hohe Horizontalkraft am Lasteinleitungsdorn erzeugen. Gleichzeitig darf die Messgröße nicht übersteuert werden, was Abtriebskräfte zur Folge hätte, die das Biegedrillknicken beschleunigen. Dieses typische Problem der Regelungstechnik wird hier durch eine PID-Regelung gelöst, die mit, in Abhängigkeit der Eigenfrequenz der Regelstrecke, angepassten Einstellparametern auf das jeweilige Prüfsystem angepasst wird. Um ein freies Tordieren des Trägers zu ermöglichen ist zwischen Lasteinleitungsplatte und -dorn eine mit Wälzlagerfett gefettete Lagerkugel eingelassen (vgl. Abbildung 3-9). [2]



Abbildung 3-9: Versuchsstand - Lasteinleitung unterer Teil, Lasteineitungdorn [2]

Abbildung 3-10: Versuchsstand - Auflagerbock inklusive Grundplatte [2]

Die Auflagerböcke laufen ebenfalls auf Schwerlast-Linearführungen und sind somit frei in x-Richtung beweglich, was wie bereits beschrieben die Entstehung von Zwangskräften im Prüfkörper verhindert. Diese Bewegungsmöglichkeit kann mittels einer Feststellbremse behindert werden, sodass der Auflagerbock inklusive der Grundplatte, auf welcher die Schienen montiert sind, umgesetzt werden kann. Dies ermöglicht bei variierender Prüfkörperlänge eine schnelle Anpassung des Prüfstandes. [2]

Die Gabellagerung wird dadurch umgesetzt, dass der Prüfkörper in einem festen Rahmen verschraubt wird. Dieser Rahmen befindet sich zwischen zwei Dreiecksrahmen und lässt sich um die y-Achse des Prüfkörpers drehen. Die Verdrehung wird dabei durch reibungsfreie Wälzlager im Schwerpunkt des Rahmens und somit im Trägerschwerpunkt ermöglicht und kann durch vier Arretierbolzen festgestellt werden. Der Rahmen besitzt oben und unten jeweils eine Drehscheibe, welche ebenfalls durch reibungsfreie Wälzlager geführt sind. Indem der Ober- und Untergurt an den Prüfkörperenden jeweils mit diesen Drehscheiben verschraubt werden, kann durch die entkoppelte Drehung um die z-Achse des Trägers eine freie Verwölbung des Querschnitts ermöglicht werden. Um die Drehung um die z-Achse und die Verwölbung zu verhindern, müssten diese Drehscheiben arretiert werden. Für die hier durchgeführten Versuche, wurden die Verwölbung und die Verdrehung um die z-Achse immer frei zugelassen. Die Höhe der Rahmenriegel kann jeweils oben und unten durch ein 50mm-Raster voreingestellt werden und mit Hilfe von Spindeln individuell feinjustiert werden, sodass sämtliche Profilhöhen inklusive Toleranzen einstellbar sind. Somit ist ein Einstellen der Hauptdrehachse in der Schwereachse des Probekörpers stets gewährleistet. [2]

## 3.1.4 Messtechnik

Als Messtechnik kamen neben der Kraftmessdose am Prüfzylinder, Seilzüge, Neigungsmesser und DMS zum Einsatz. wurden fünf Messstellen bei jedem Versuch definiert. Die Messstellen 1 und 5 befinden sich hierbei jeweils am Trägeranfang und -ende und die Messstellen 2, 3 und 4 im Feld, wobei die Messstelle 3 immer an der Stelle der Lasteinleitung liegt. Teilweise musste auf Grund von Platzmangel bei kurzen Trägern auf die Messstellen 2 und 4 verzichtet werden. An den Messstellen 1 und 5 werden mit Hilfe eines einachsigen Neigungsmessers die Hauptdrehung um die y-Achse gemessen. An den Messstellen 2, 3, und 4 werden mittels zweiachsiger Neigungsmesser die Verdrehung um die x- und y-Achse gemessen und zusätzlich mit Hilfe von Seilzügen die Auslenkung in y- und z-Richtung. Die beiden Arten von Neigungsmessern sind in Abbildung 3-11 und Abbildung 3-12 abgebildet.

Um die Auslenkungen v und w zu bestimmen, werden an jeder Messstelle zwei Seilzüge verwendet, welche fest auf einem, mittig unter dem Träger ausgerichteten, Brett montiert sind. Die Karabinier der Seilzüge werden an Magnethaken an der Unterkante des UG befestigt. Das Brett und die Seilzüge spannen ein gleichschenkliges Dreieck auf, mit welchem sich die Auslenkungen berechnen lassen, vgl. Abbildung 3-14.



Abbildung 3-11: Einachsiger Neigungsmesser



Abbildung 3-12: Zweiachsiger Neigungsmesser

#### 3.2 Versuchsdurchführung

#### 3.2.1 Probekörpervermessung

Vor Versuchsbeginn wurden sämtliche Versuchskörper an allen fünf Messstellen vermessen und somit die vorhanden lokalen geometrischen Imperfektionen bzw. Querschnittsimperfektionen ermittelt. Zusätzlich dazu wurde ebenfalls die globalen geometrischen Imperfektionen in Form einer Vorkrümmung in Querrichtung gemessen. Die Vermessung der Querschnittsimperfektionen fand für die in der Abbildung 3-13 dargestellten Größen jeweils an den Messstellen 1-5 statt.



Abbildung 3-13: Querschnittsmessungen an den Messstellen 1-5

Die Messprotokolle mit den gemessen Werten sind für alle durchgeführten Versuche Anhang A zu entnehmen. Tabelle 3-1 zeigt eine Übersicht der ausgewerteten Mittelwerte über die Messstellen 1-5 für die wichtigsten Querschnittsabmessungen.

Varrauah	Drafi1	Querschnittsabmessungen in [mm]								
vensuen	FIOIII	h	b <sub>o</sub>	b <sub>u</sub>	$t_{\rm fo}$	t <sub>fu</sub>	t <sub>s</sub>			
V01	IDE 160	160.0	84.6	84.1	7.4	7.0	5.4			
V02	IFEI00	160.1	84.4	84.1	7.4	7.1	5.6			
V03	IDE220	330.7	159.6	159.9	11.8	11.8	7.1			
V04	IFE350	330.4	159.7	160.1	11.6	11.6	7.1			
V05	IDE 160	160.1	84.4	84.1	7.4	7.1	5.5			
V06	IPE160	160.5	84.6	84.2	7.4	7.1	5.4			
V07	IDE220	330.4	159.6	159.9	11.6	11.6	7.1			
V08	IPE550	330.5	160.0	159.7	11.8	11.9	7.1			
V09	IDE 160	160.5	84.7	84.1	7.4	7.1	5.5			
V10	IFEI00	160.5	84.2	84.6	7.1	7.4	5.4			
V11	IDE220	330.4	159.6	160.0	11.8	11.9	7.1			
V12	IFE350	330.4	159.8	160.0	11.9	11.8	7.1			
V13	IDE240	239.8	121.7	120.9	9.7	9.4	6.2			
V14	IF E240	239.5	121.4	120.5	9.7	9.5	6.1			
V15	IDE 450	451.9	188.9	190.0	13.8	13.5	9.8			
V16	IF E430	452.2	189.3	190.4	13.9	13.5	9.7			
V17		153.6	161.1	161.0	8.5	8.6	6.1			
V18	<b>HEA160</b>	153.5	161.0	160.7	8.5	8.6	6.1			
V19	IILAI00	153.6	160.2	160.7	8.6	8.6	6.2			
V20		153.6	160.6	160.6	8.6	8.6	6.2			
V21		254.1	260.4	260.8	12.2	12.4	7.7			
V21b		253.9	260.5	260.6	12.1	12.3	7.7			
V22	HEA260	253.8	260.2	260.5	12.2	12.3	7.7			
V22b	IILA200	254.0	260.4	260.8	12.2	12.4	7.7			
V23		253.6	260.6	260.4	12.2	12.2	7.7			
V24		253.9	260.8	260.5	12.3	12.2	7.7			
T01		190.0	200.0	200.0	10.0	10.0	7.5			
T02	HE A 200	190.0	200.0	200.0	10.0	10.0	7.5			
T03	110A200	190.0	200.0	200.0	10.0	10.0	7.5			
T04		190.0	200.0	200.0	10.0	10.0	7.5			

#### Tabelle 3-1: Versuchsreihe 1-3 - Zusammenfassung der wichtigsten gemessenen Querschnittsabmessungen (Mittelwerte über die Messstellen 1-5)

Auf Grundlage der gemessenen Querschnittsabmessungen wurden mit dem Programm DICKQ von Dlubal [17] für jeden Versuch die effektiven Querschnittswerte bestimmt. Durch diese Vorgehensweise und die verwendete Software [17], bei der der Querschnitt inkl. der Walzausrundungen mit der Finite-Element-Methode modelliert wird, konnten aussagekräftige Querschnittswerte bestimmt werden, die für die weitere Versuchsauswertung herangezogen wurden. Denn gerade die St. Venant'sche Torsionssteifigkeit  $I_T$  sowie die Wölbsteifigkeit  $I_{\omega}$  sind einerseits sehr anfällig gegenüber vereinfachten Berechnungsmethoden und anderseits für die Auswertung und Bewertung von Biegedrillknickversuchen von entscheidender Bedeutung. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Tabelle 3-2 zusammengefasst.

Vorrsuch	Drofil	Iy	Iz	It	Iw	Wy,el	Wz,el	Wy,pl	Wz,pl	А
v en suen	FIOIII	[cm4]	[cm4]	[cm4]	[cm6]	[cm3]	[cm3]	[cm3]	[cm3]	[cm2]
V01	IDE160	883.3	72.4	3.55	4116	112.0	17.1	126.4	27.0	20.8
V02	IF L100	891.2	72.6	3.68	4130	112.7	17.2	127.7	27.2	21.0
V03	IDE330	11930.2	806.6	27.53	201035	720.6	100.9	810.2	156.8	62.2
V04	IF £550	11791.7	794.8	26.72	198010	713.5	99.3	802.2	154.6	61.8
V05	IDE160	888.3	72.5	3.60	4130	112.2	17.2	127.0	27.1	20.8
V06	IF L100	890.7	72.8	3.55	4165	112.6	17.2	127.0	27.1	20.7
V07	IDE220	11736.4	790.0	26.38	196806	709.6	98.8	798.2	153.8	61.5
V08	IFE330	11927.6	808.3	27.61	201205	720.9	101.0	810.5	157.1	62.3
V09	DE160	894.8	72.9	3.62	4174	113.2	17.2	127.7	27.2	20.9
V10	IFEI00	895.3	73.1	3.62	4182	110.1	17.3	127.7	27.3	20.9
V11	IDE220	11910.5	806.7	27.53	200754	719.6	100.9	809.5	156.9	62.2
V12	IFE330	11943.3	809.8	27.75	201483	722.8	101.2	812.0	157.4	62.4
V13	IDE240	3845.6	285.4	11.94	36870	323.4	46.9	362.5	73.6	38.7
V14	IF L240	3838.7	285.0	11.99	36714	323.1	46.9	362.1	73.6	38.7
V15	IDE 450	32753.4	1558.4	58.63	734026	1455.3	164.0	1654.5	259.4	97.1
V16	IPE450	32838.3	1570.1	58.43	740794	1458.3	164.9	1656.2	260.5	96.9
V17		1659.9	595.8	10.54	30443	215.3	74.0	240.6	113.3	37.8
V18		1653.5	591.9	10.45	30246	214.8	73.5	239.7	112.7	37.7
V19	ILA100	1660.4	591.0	10.63	30200	216.0	73.5	240.8	112.8	37.9
V20		1662.4	592.8	10.69	30274	216.8	73.8	241.2	113.1	38.0
V21		10717.3	3623.5	49.47	516783	838.1	277.9	927.8	424.4	86.5
V21b		10683.2	3611.4	49.19	514666	837.4	277.2	925.5	423.1	86.3
V22	HEA260	10675.5	3608.7	49.44	513350	839.7	277.1	925.7	423.1	86.4
V22b	IILA200	10721.3	3626.5	49.60	516935	838.7	278.1	928.5	424.7	86.6
V23		10630.3	3599.1	48.92	511633	840.2	276.2	922.2	421.7	86.1
V24		10714.4	3624.3	49.66	516319	847.5	278.0	928.5	424.5	86.6
T01		1659.9	595.8	10.54	30443	215.3	74.0	240.6	113.3	37.8
T02	HEA200	1653.5	591.9	10.45	30246	214.8	73.5	239.7	112.7	37.7
T03	112A200	1660.4	591.0	10.63	30200	216.0	73.5	240.8	112.8	37.9
T04		1662.4	592.8	10.69	30274	216.8	73.8	241.2	113.1	38.0

 Tabelle 3-2: Versuchsreihe 1-3 - Zusammenfassung der wichtigsten Querschnittswerte, berechnet auf

 Grundlage der gemessen Querschnittsabmessungen mit dem Programm DICKQ [17]

Die gemessenen globalen Imperfektionen in Form einer Vorkrümmung wurden jeweils an der Messstelle 3 bzw. in Stabmitte am Ober- und Unterflansch gemessen, siehe die Werte  $e_{o1}$ ,  $e_{u1}$ ,  $e_{o2}$  und  $e_{u2}$ , und sind Anhang A zu entnehmen. Dabei stehen die Indizes o und u jeweils für Ober- und Unterflansch und 1 und 2 für die linke und rechte Seite, vgl. Abbildung 3-13. Da die Auswertung bzw. Simulation der Versuche, mit dem vorgeschlagenen Imperfektionsansatz bzw. Nachweisverfahren (Kapitel 4 und 5), stets anhand geometrischer Ersatzimperfektionen mit eigenformaffiner Imperfektionsfigur zu erfolgen hat, die sowohl geometrische als auch strukturelle Imperfektionen beinhalten, wurden die gemessen Werte der Vorkrümmungen nicht weiter benötigt.

# 3.2.2 Versuchsablauf

Bei allen Versuchen wird der Zylinder vertikal weggesteuert und mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 0,05mm/s gesteuert. In einem zweiten Regelkreis wird der horizontale Weg der Hilfstraverse, wie oben beschrieben, kraftgesteuert geregelt. Die Messung der Horizontalkraft und die Nachregelung auf den Sollwert 0N geschehen mit Hilfe der genannten PID-Regelung. Die Regelparameter werden vor Versuchsbeginn durch einen Probedurchlauf im unteren elastischen Bereich des Trägers und anschließender Eigenfrequenzanalyse bestimmt. Sämtliche Messdaten werden mit Hilfe der Software DIAdem [18] von National Instruments aufgezeichnet.

Jeder Versuch wurde mit konstanter Belastungsgeschwindigkeit bis zum Erreichen einer maximal möglichen Querschnittsverdrehung von ca. 35° (begrenzt durch die Lasteinleitung) bzw. bis zum Erreichen deutlicher Querschnittsverformungen gefahren, was für alle Versuche deutlich einem Zustand nach Erreichen der Traglast entspricht, und anschließend mit doppelter Belastungsgeschwindigkeit wieder entlastet. Die Versuchsergebnisse werden nachfolgend vorgestellt.

- 3.3 Versuchsergebnisse
- 3.3.1 Materialuntersuchungen

Die Probekörper der Versuchsreihe 1 und 2 wurden mit der Stahlgüte S355 und die der Versuchsreihe 3 mit S235 bestellt. Dabei wurden die Probekörper mit gleichem Profil jeweils aus der gleichen Produktionscharge hergestellt. Die mechanischen und chemischen Materialeigenschaften sind den Materialprüfzeugnissen im Anhang B zu entnehmen. Da die tatsächlichen Streckgrenzen für die Auswertung und Simulation der Versuche maßgeblich sind, wurden diese anhand von Kleinzugproben für jedes verwendete Profil bestimmt. Stellvertretend für den gesamten Querschnitt, wurden ausschließlich Proben aus den druckbeanspruchten Flanschen entnommen und getestet. Die Ergebnisse dieser Materialuntersuchungen sind vergleichend zu den Werten aus den Materialprüfzeugnissen in Tabelle 3-3 zusammengefasst. Die Werkstoffprüfberichte sind Anhang C zu entnehmen.

Tabelle 3-3: Versuchsreihe 1-3 - Ergebnisse der Werkstoffprüfung im Vergleich zu den Werten aus dem Materialprüfzeugnissen

D 1					Werkstoffzeugnis		ffprüfung	Abweichung	
Probe	Profil	Gute	VR	fy [MPa]	fu [MPa]	fy [MPa]	coffprüfung         Abweichung           j         fu [MPa]         fy [%]         fu [%]           558.0         -6.2         4.5           524.0         -1.6         5.6           513.0         0.2         1.0           542.0         -7.3         -0.4           551.0         -3.1         4.0           527.0         -1.4         2.9	fu [%]	
P1	IPE160			402.0	534.0	377.0	558.0	-6.2	4.5
P2	IPE240			385.0	496.0	379.0	524.0	-1.6	5.6
P3	IPE330	8255	1/2	408.0	508.0	409.0	513.0	0.2	1.0
P4	IPE450	3333	1/2	450.0	544.0	417.0	542.0	-7.3	-0.4
P5	HEA160			418.0	530.0	405.0	551.0	-3.1	4.0
P6	HEA260			435.0	512.0	429.0	527.0	-1.4	2.9
P7	HEA200	S235	3	344.0	453.0	402.0	543.0	16.9	19.9

Da die Streckgrenze für die Versuchsreihe 3 (Probe P7) im Vergleich zu den Angaben laut Werkstoffzeugnis um ca. 17 % deutlich abweicht, wurde die Werkstoffprüfung an diesem Profil wiederholt und neben dem Oberflansch (OF) zusätzlich der Unterflansch (UF) und der

Steg (ST) untersucht. Die Ergebnisse können ebenfalls Anhang C entnommen werden und sind in Tabelle 3-4 zusammengefasst.

Tabelle 3-4: Versuchsreihe 3 - Ergebnisse der 2. Werkstoffprüfung im Vergleich zu den Werten aus dem Materialprüfzeugnis

Droha Drofi	Drofi1	Ciita	Stalla	Werkstoffzeugnis		Werkstof	ffprüfung	Abweichung	
FIODE	FIOIII	Gule	Stelle	fy [MPa]	fu [MPa]	fy [MPa]	fu [MPa]	fy [%]	fu [%]
P1	HEA200		OF	344.0	453.0	385.0	522.0	11.9	15.2
P2	HEA200	S235	UF	344.0	453.0	398.0	526.0	15.7	16.1
P3	HEA200		ST	344.0	453.0	382.0	510.0	11.0	12.6

Für die Versuchsauswertung der Versuchsreihe 3 wurde als Streckgrenze ein Wert von  $f_v = 385 \ N/mm^2$  verwendet.

### 3.3.2 Allgemeines zu den Biegedrillknickversuchen

Ein wesentlicher Schritt der Versuchsauswertung war die möglichst exakte Bestimmung der horizontalen und vertikalen Verschiebungen v und w. Diese wurden über das, in Abbildung 3-14 dargestellte, mit Seilzügen aufgespannte Dreieck gemessen bzw. berechnet. Mit Hilfe der an gleicher Stelle gemessen Querschnittsverdrehung um die x-Achse können die Auslenkungen v und w auf jede Stelle des Querschnitts bezogen werden, wobei selbstverständlich die Bauhöhe des Anschlusshakens am Unterflansch zu berücksichtigen ist. Die in diesem Bericht angegeben Werte beziehen sich immer auf den Schubmittelpunkt des Profils.



Abbildung 3-14: Messung der Auslenkung v und w an den Messstellen 2, 3 und 4

Da es bei hohen Lasten zu Verformungen des Spannfelds kommt, welche bei der Auswertung berücksichtigt werden müssen, wurde der gesamte Versuchsstand in RStab [19] modelliert und die sich ergeben Verformungen berechnet. Diese wurden bereits in den in diesem Bericht angegebenen Werten und gezeigten Abbildungen berücksichtigt.

In Abbildung 3-15 bis Abbildung 3-17 ist beispielhaft für die Versuche V17 bis V20 die Kolbenkraft über die Auslenkungen und Verdrehungen in Feldmitte – Messstelle 3 – dargestellt. In den Graphen für die vertikale Durchbiegung w ist zusätzlich eine Gerade abgebildet, welche den Verlauf nach Balkentheorie abbildet. Da die Träger zu Beginn nur minimal seitlich ausweichen und sich verdrehen, ergeben sich vertikal bei optimalen Lagerungsbedingungen nahezu identisch Durchbiegungen. Die Versuchsergebnisse müssen also zu Beginn möglichst nah an der Durchbiegung liegen, welche sich nach der Balkentheorie aus Schub- und Biegeverformungen zusammensetzt. Die Durchbiegung w wird dabei für den betrachteten Fall (Einzellast in Feldmitte) unter einer Kraft F nach Balkentheorie mittels des Arbeitssatzes wie folgt ermittelt:

$$w = \frac{Fl}{4GA_{\nu,z}} + \frac{Fl^3}{48EI_y}$$
(3.1)

Um einen korrekten Vergleich zwischen Versuch und Balkentheorie zu ermöglichen, sind die gemessen und mit DICKQ [17] bestimmten Nettoquerschnittswerte nach Tabelle 3-2, ohne die Vereinfachungen der Dünnwandigkeit, verwendet worden.

Erst durch die Berücksichtigung der genannten Einflussfaktoren ergab sich die in Abbildung 3-15 dargestellte, nahezu perfekte Übereinstimmung, die für alle durchgeführten Versuche erreicht werden konnte. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die Verdrehung um die y-Achse an den Auflagern ideal reibungsfrei ist und sich ebenfalls kein Zwang bzw. Zugband ausgebildet hat, was wiederum auf eine freie Verschiebungsmöglichkeit der Auflagerböcke in x-Richtung schließen lässt.



Abbildung 3-15: Vergleich Kraft F über Verformung w an der Messstelle 3 mit Balkentheorie



Abbildung 3-16: Vergleich Kraft F über Verformung v an der Messstelle 3



Abbildung 3-17: Vergleich Kraft F über Verformung  $\phi_x$  an der Messstelle 3

Des Weiteren lässt sich feststellen, dass mit zunehmender Schlankheit das Bestreben seitlich auszuweichen größer wird. Während der Versuch V17 so gedrungen ist, dass dieser erst nach Erreichen der Traglast stark biegedrillknickt, ist beim Versuch V20 bereits zu Beginn ein sich kontinuierlich steigerndes seitliches Ausweichen zu beobachten.

Bei allen Versuchen lässt sich eine Affinität der Verläufe für die Verdrehung  $\varphi_x$  und die horizontale Auslenkung v feststellen. In der Analytik wird die Proportionalität beider zueinander durch einen Drehradius beschrieben. Dieser Drehradius beschreibt den Abstand des Schwerpunktes eines doppelsymmetrischen Profils zu seinem Drehpunkt (vgl. Abbildung 3-18). [2]



$$r = \frac{v}{\varphi_x} \tag{3.2}$$

Abbildung 3-18: Drehradius als Zusammenhang zwischen v und  $\varphi_x$  [2]

Wird der Drehradius für die Versuche ausgewertet, lässt sich feststellen, dass dieser über die Trägerlänge x annähernd konstant ist und über die Belastungsgeschichte auf einen Wert hin konvergiert, der dem einer eigenformaffiner Verformung entspricht. Dies liegt daran, dass die globalen geometrischen Imperfektionen nur selten in Form der maßgebenden Eigenform auftreten. Diese stellt sich aber, wie alle Versuche gezeigt haben, im Laufe der Belastung und spätestens zum Erreichen der Traglast ein. Ist die Vorimperfektion, aufgrund einer ungünstigen Konstellation aus Stegschiefstellung und globaler Vorkrümmung, eventuell sogar gegenläufig, so zieht das einen traglaststeigernden Effekt mit sich, erkennbar durch die schwankende seitliche Verschiebung v, vgl. V17 in Abbildung 3-16. Nachfolgend sind in der Abbildung 3-19 der Drehradius nach der Gleichung (3.2) für die Versuche V18 bis V20 vom Zeitpunkt t=500s bis zum Zeitpunkt der Entlastung dargestellt.



Abbildung 3-19: Auswertung des Drehradius für V18-V20

Eine Auswertung des Drehradius für den Versuch V17 erübrigt sich, da dieser auf Grund seiner Gedrungenheit, gleichzeitig mit dem Biegedrillknicken bei Erreichen der Traglast an-

gefangen hat erst im Flansch zu beulen und nach Erreichen der Traglast im Steg, siehe Abbildung 3-20.



Abbildung 3-20: Beulen des Flansches bei V17

Für die drei Versuche V18 bis V20 kann durch die Messungen an fünf Stellen des Trägers der Verlauf der Verformungen und Verdrehungen über die Trägerlänge annäherungsweise approximiert werden. So werden die Verformungen und Verdrehungen in Schwereachse des Profils ausgewertet und ein Trendverlauf als Polynom vierten Grades angenommen. Dies wird für drei Laststufen vorgenommen, wobei die dritte Laststufe immer unmittelbar nach Erreichen der Traglast liegt. Es muss berücksichtigt werden, dass es sich bei dem Versuch V18 um einen sehr gedrungenen Träger handelt. Dadurch befinden sich die horizontale Auslenkung und Verdrehung vor Erreichen der Traglast in einem sehr kleinen Größenbereich. Minimalste Störungen können dann die filigrane Messtechnik so beeinflussen, dass die Messung im Mittel einen guten Verlauf liefert, einzelne herausgegriffene Messwerten jedoch nur eingeschränkt verwertbar sind. Deshalb findet für v und  $\varphi_x$ , lediglich eine Darstellung zu einem Zeitpunkt nach Erreichen der Traglast statt, da erst ab dort die Messungen in einem Größenbereich liegen, in dem kleinste Schwingungen keinen maßgeblich störenden Einfluss mehr besitzen. Die Verläufe werden für ausgewählte Versuche im Zuge der numerischen Versuchsnachrechnung bzw. Validierung des FE-Modells in Kapitel 4.3.2.2 bzw. Anhang E dargestellt.

Werden die Verformungen und Verdrehungen über die Trägerlänge betrachtet, kann festgestellt werden, dass für alle drei Versuche bei allen Laststufen ein symmetrischer Verlauf vorliegt. Daraus folgert sich, dass die Lagerungsbedingungen an beiden Enden perfekt identisch umgesetzt wurden und bei den Auflagerböcken keine Unterschiede vorliegen. Ebenfalls müssen bei genauer Umsetzung der mittigen Lasteinleitung sich aus dem symmetrischen Momentenverlauf ebenfalls symmetrische vertikale Verformungen ergeben. Da dies der vorliegende Fall ist, entspricht der Versuchsaufbau den geforderten Anforderungen. Dass die Verläufe der Verdrehungen und horizontalen Auslenkungen unter symmetrischer Momentenbeanspruchung ebenfalls symmetrisch sind, stützt die genannten theoretischen Grundlagen zum Biegedrillknicken.

### 3.3.3 Versuchsreihe 1 - Beidseitig gelenkig

Nachfolgend werden die Versuchsergebnisse der ersten Versuchsreihe in Form von Kraft-Verformungskurven mit der Kolbenkraft  $F_z$  über die vertikale, sowie die horizontale Verschiebungen  $w_3$  und  $v_3$  dargestellt. Dabei wird den Verläufen mit  $w_3$  vergleichend die linearelastische Balkentheorie (elas.) gegenübergestellt, sowie zu Orientierung das Lastniveau bei Erreichen der Fließgrenze  $F_{el}$ , das Traglastniveau ohne Theorie 2. Ordnungs-Effekte  $F_{pl}$  und das kritische Lastniveau  $F_{cr}$  angegeben. Die Verschiebungen  $w_3$  und  $v_3$  beziehen sich dabei auf die Messstelle 3, die der Stelle der Lasteinleitung entspricht und sind bereits unter Berücksichtigung aller Einflussfaktoren, wie in Kapitel 3.3.2 beschrieben, auf den Schwerpunkt des Profils umgerechnet. Abbildung 3-21 zeigt eine Übersicht zu den in der ersten Versuchsreihe durchgeführten Versuche. Dabei sind die Versuche in Gruppen gleicher Profile eingeteilt. Die Versuchsergebnisse werden nachfolgend in gleicher Reihenfolge gezeigt.

Versuch	System	Profil	$\overline{\lambda}$	F <sub>u</sub> [kN]	F <sub>el</sub> [kN]	F <sub>pl</sub> [kN]	F <sub>cr</sub> [kN]
V01	0,650,65	IPE160	0.78	156.0	5.8	-3.0	-1.1
V02	< <u>1,25</u> < <u>1,25</u>	IPE160	1.18	52.8	10.7	14.0	3.9
V03	< <u>1,25</u> < <u>1,25</u>	IPE330	0.88	443.5	8.9	14.2	2.5
V04	2,50 → 2,50 →	IPE330	1.46	126.3	23.8	57.6	9.4
V11	<b>↓</b> <b>↓</b> <b>↓</b> <b>1,05</b> <b>↓</b> <b>↓</b> <b>↓</b>	IPE330	1.08	323.5	12.1	20.5	3.6
V15	★ 1,60 → 1,60 →	IPE450	1.01	547.1	9.4	11.6	1.7
V17	<b>→</b> <b>→</b> <b>→</b> <b>→</b> <b>→</b> <b>→</b> <b>→</b> <b>→</b>	HEA160	0.60	204.1	11.5	0.3	-0.2
V18		HEA160	0.81	130.5	22.1	5.3	2.3
V19	2,13 2,13	HEA160	1.02	80.3	39.5	-9.2	-3.2
V20		HEA160	1.19	48.1	56.9	23.1	7.3
V21	× 1,33 1,33	HEA260	0.54	511.9	13.1	12.4	2.8
V22		HEA260	0.71	378.2	22.3	-8.9	-2.4
V23	2,67 2,67	HEA260	0.92	256.5	42.0	7.6	2.2
V24	3,60 3,60	HEA260	1.11	156.8	59.0	11.3	3.2

Abbildung 3-21: Übersicht Versuchsreihe 1 - Beidseitig gelenkig



Abbildung 3-22: V01 - Kraft  $F_z$  über  $w_3,\,v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-23: V02 - Kraft  $F_z$  über  $w_3,\,v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-24: V03 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-25: V04 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-26: V11 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-27: V15 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-28: V17 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-29: V18 - Kraft  $F_z$  über  $w_3,\,v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-30: V19 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-31: V20 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$


Abbildung 3-32: V21 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-33: V21b - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-34: V22 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-35: V22b - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-36: V23 - Kraft  $F_z$  über  $w_3,\,v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-37: V24 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

## 3.3.4 Versuchsreihe 2 - Einseitig teileingespannt

Wie zuvor für die erste Versuchsreihe dargestellt, werden nachfolgenden die Ergebnisse der zweiten Versuchsreihe mit einseitiger Teileinspannung gezeigt. Die Ergebnisse werden ich gleicher Art und Weise, sprich in Form von Kraft-Verformungskurven mit der Kolbenkraft  $F_z$  über die vertikale, sowie die horizontale Verschiebungen  $w_3$  und  $v_3$  dargestellt. Und Abbildung 3-38 zeigt die entsprechende Übersicht bzw. Reihenfolge.

Versuch	System	Profil	$\overline{\lambda}$	F <sub>u</sub> [kN]	F <sub>el</sub> [kN]	F <sub>pl</sub> [kN]	F <sub>cr</sub> [kN]
V05		IPE160	0.93	132.8	6.7	-14.7	-6.2
V06		IPE160	1.20	52.8	14.2	35.3	12.1
V09	0.90 0.90	IPE160	0.97	129.7	6.2	13.3	5.2
V10	1,05 2,45	IPE160	1.15	66.9	8.6	5.9	2.3
V13	9,90 2,10	IPE240	1.06	253.1	7.8	-8.3	-2.4
V14	1,80 4,20	IPE240	1.43	78.8	14.3	-3.1	-1.6
V07	1,20 2,80	IPE330	1.32	326.3	11.7	15.0	2.6
V08	1.86 4.34	K IPE330	1.78	160.7	17.8	53.5	10.4
V16	1.80 4.20	IPE450	1.68	304.0	15.5	54.6	7.8
V12		IPE330	1.61	171.7	15.3	48.2	9.8

Abbildung 3-38: Übersicht Versuchsreihe 2 - Einseitig teileingespannt



Abbildung 3-39: V05 - Kraft Fz über w3, v3 und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-40: V06 - Kraft  $F_z$  über  $w_3,\,v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-41: V09 - Kraft Fz über w3, v3 und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-42: V10 - Kraft Fz über w3, v3 und  $\varphi_{x,3}$ 



Abbildung 3-43: V13 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-44: V14 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-45: V07 - Kraft  $F_z$  über  $w_3,\,v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-46: V08 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 



Abbildung 3-47: V16 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-48: V12 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

# 3.3.5 Versuchsreihe 3 - Biegung und Torsion

Zuletzt werden nachfolgenden die Ergebnisse der dritten Versuchsreihe mit Biegung und planmäßiger Torsion gezeigt. Die Ergebnisse werden ich gleicher Art und Weise, sprich in Form von Kraft-Verformungskurven mit der Kolbenkraft  $F_z$  über die vertikale, sowie die horizontale Verschiebungen  $w_3$  und  $v_3$  dargestellt. Und Abbildung 3-38 zeigt die entsprechende Übersicht bzw. Reihenfolge.

Versuch	System	Profil	$\overline{\lambda}$	F <sub>u</sub> [kN]	F <sub>el</sub> [kN]	F <sub>pl</sub> [kN]	F <sub>cr</sub> [kN]
T01		HEA200	0.50	141.6	116.8	133.1	540.3
т02	<b>★</b> <b>★</b> <b>1</b> ,25 <b>★</b> <b>1</b> ,25 <b>★</b>	HEA200	0.60	108.0	98.9	112.7	308.7
т03	< <u>1,25</u> < <u>1,25</u>	HEA200	0.70	87.5	86.7	98.8	201.0
т04	2,50 2,50 X	HEA200	0.78	74.3	76.4	87.1	141.5

Abbildung 3-49: Übersicht Versuchsreihe 3 - Biegung und Torison



Abbildung 3-50: T01 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\varphi_{x,3}$ 

Abbildung 3-51: T02 - Kraft Fz über w3, v3 und  $\varphi_{x,3}$ 



Abbildung 3-52: T03 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

Abbildung 3-53: T04 - Kraft  $F_z$  über  $w_3$ ,  $v_3$  und  $\phi_{x,3}$ 

## 4 Numerische Untersuchungen

#### 4.1 Entwicklung eines FE-Modells

Das im Laufe dieses Forschungsvorhabens entwickelte FE-Modell wurde mit Hilfe der Software Abaqus 6.14 [20] erstellt. Abaqus ist eine, von Simulia entwickelte, Finite Elemente Software zur Lösung linearer und nichtlinearer Probleme der Strukturanalyse, Wärmeleitung, Dynamik und Akustik.

## 4.1.1 Modellierung, Werkstoffeigenschaften, Randbedingungen

Als erster Schritt zum Finite-Elemente-Modell wird der Trägertyp im Querschnitt gezeichnet, als Volumenkörper auf die Systemlänge inklusive Überlänge extrudiert und anschließend so längs partitioniert, dass das spätere Elementnetz möglichst wenig verzerrte Elemente aufweist. Zusätzlich werden vier weitere Partitionierungen quer zur Längsachse vorgenommen, um die Bereiche für die Lagerungsbedingungen (15mm) und Lasteinleitung (20mm), abzustecken. Diese Partitionierung wird in den folgenden Abbildungen dargestellt.



Abbildung 4-3: Partitionierung Lasteinleitung

Abbildung 4-4: Partitionierung Lagerung

Entscheidende Bedeutung kommt hierbei der Elementwahl zu. Es kann mittels Balkenelemente oder Volumenelemente simuliert werden. Der Vorteil der Volumenelemente liegt in der realitätsnahen Abbildung des Bauteilverhaltens und der Berücksichtigung von lokalen Effekten wie z. B. Beulen. Nachteilig ist die fehlende Einstellmöglichkeit zur Berücksichtigung der Verwölbung eines Querschnittes. Dreidimensionale Balkenelemente – B31OS(S), B32OS(S) – welche nur aus zwei bis drei Knoten bestehen, können über einen siebten Freiheitsgrad in ihren Knoten, die Verwölbung berücksichtigen. Sie eignen sich aber hauptsächlich für einfache Finite-Elemente-Analysen, da sie über den Querschnitt nur ein Element aufweisen, welchem dann die Querschnittseigenschaften zugeordnet werden. Diese Querschnittseigenschaften sind feste Werte, welche sich während einer Simulation bzw. einer Belastungsphase nicht ändern, sodass Balkenelemente ausschließlich mit der (Balkentheorie-) Vereinfachung, der Formtreue eines Querschnitts, rechnen. Ein weiterer Vorteil neben der einfachen Berücksichtigung der Vorwölbung über einen Freiheitsgrad, ist der reduzierte Rechenaufwand mit vergleichsweise stabilen Simulationen und eine vergleichsweise einfache Modellierung. Wegen den genannten Gründen finden in der Praxis die meisten numerischen Untersuchungen zum Biegedrillknicken mit Balkenelementen statt. So fundiert beispielsweise das EDV-Programm LTBeam [14] auf Balkenelementen.

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist es jedoch eine Simulation des Biegedrillknickens mit Hilfe von Volumenelementen und somit eine realitätsgetreuere numerische Untersuchung zu ermöglichen. Die größte Anforderung an das Modell ist hierbei die Verwölbung zu ermöglichen, ohne ungewollt weitere Freiheitsgrade zu behindern, oder vollständig zu blockieren. Der Querschnitt kann sich durch seine hohe Elementzahl über den Querschnitt zwar frei verwölben, aber durch die standardgemäßen Lagerungsbedingungen, welche an den Elementknoten Freiheitsgrade bindet, nicht ohne Weiteres zugelassen oder gebunden werden, da diese den Freiheitsgrad selbst nicht besitzen. Auf die Handhabung dieses Problems soll jedoch im späteren Abschnitt genauer eingegangen werden. Gleichzeitig lautet eine Anforderung an das Modell den Rechenaufwand möglichst gering zu halten, um im späteren Stadium des Projektes parametrisierte Traglastuntersuchungen durchzuführen und somit das Ergebnisfeld aus den experimentellen Versuchen zu erweitern.

Die Materialeigenschaften werden als isotrop definiert und der elastische Bereich bis zur Fließgrenze linear angenommen. Hierbei werden ein E-Modul von 210000N/mm<sup>2</sup> und eine Querdehnzahl von 0,3 vorgegeben. Um den Einfluss des plastischen Materialverhaltens beschreiben zu können wurden auf Grundlage der durchgeführten Materialprüfungen für die Versuche V17 bis V20, die hier zur Validierung des numerischen Modells herangezogen wurden, drei unterschiedliche wahre Spannungsdehnungskurven, siehe Abbildung 4-5, mit stark ausgeprägtem nichtlinearen Verhalten erstellt und getrennt für jede Simulation angesetzt.

Bei allen Materialgesetzen ist die Definition des elastischen Pfades identisch und das Fließplateau bei M2 lediglich minimal länger, liegt aber bei der gleichen Spannung. Das Fließplateau verläuft bei M1 und M3 bis zu einer plastischen Dehnung  $\varepsilon_{pl}$  von 0,01 und bei M2 bis 0,02. Ausschließich der anschließende Pfad für die weiteren plastischen Dehnungen ist für alle 3 Materialgesetze unterschiedlich definiert. Die Verläufe fundieren hierbei auf mathematischen Funktionen, bei welchen die Ableitung immer stetig fallend ist. Dadurch ist garantiert, dass es sich um eine wahre Spannungsdehnungskurve handelt und nicht um die technische, welche ab dem Erreichen der Zugfestigkeit abfällt.



Abbildung 4-5: FEM: Materialgesetze

Weiterhin werden die Randbedingungen, sprich die Belastung und die Lagerung definiert. In Abbildung 4-6 ist die Umsetzung der Lasteinleitung aus den Versuchen dargestellt. Die Belastung findet profilunabhängig auf einem Karree mit der Länge von 20mm in Längsrichtung statt. In Querrichtung besitzt das Karree eine profilabhängige Breite, die so gewählt wird, dass die Last immer über Ausrundung und Steg eingeleitet wird. Die Last wird weggesteuert über ein "kinematic Coupling" eingeleitet. Der Abstand zwischen Lastangriffspunkt und Obergurt beträgt exakt dem Abstand, welcher sich aus den Lasteinleitungsplatten ergibt. Für die zwecks Validierung simulierten Versuche V17 bis V20 beträgt dieser 5mm.



Abbildung 4-6: Realisierung der Lasteinleitung

Die Realisierung der Lagerungsbedingung, unterliegt, wie bereits erwähnt einigen Schwierigkeiten. Die Querschnittsflächen der Trägerenden mittels "Boundary Condition (BC)" zu lagern und an diesen die Freiheitsgrade zu steuern ist nicht möglich, da schon allein durch die Bindung von Translationen – Ux, Uy, Uz, – Verdrehungen ebenfalls behindert werden. Dies liegt an der Modellierung mit Volumenelementen, wo über die Höhe des Querschnitts mehrere Knoten vorhanden sind, welche bei einer Verdrehung um die senkrechte oder horizontale Achse des Querschnitts ihre Position ändern müssen. Diese wird jedoch durch die BC, welche in jedem Knoten definiert ist, verhindert. Um dies zu umgehen, können "kinematic Couplings" zum Einsatz kommen. Ein solches würde zwischen Querschnittsfläche und einer einzelnen BC im Querschnittsmittelpunkt definiert werden und dann in der BC eine freie Steuerung der sechs Freiheitsgrade ermöglichen, ohne dass ungewollt andere beeinflusst werden. Für die meistens Anwendungsfälle können dadurch optimale Lagerungsbedingungen realisiert werden. Nur für den hier betrachteten Anwendungsfall der Simulation des Biegedrillknickens, reicht eine Steuerung von allein sechs Freiheitsgraden nicht aus. Durch das Coupling werden die Querschnittsflächen an den Trägerenden starr gehalten, sprich sie bleiben Formtreu. Dies behindert jedoch die Verwölbung, welche bei offenen Querschnitten unter Torsionsbeanspruchung auftritt, siehe folgende Abbildung 4-8. Diese Problematik würde sich bei wölbfreien Querschnitten (Abbildung 4-7) oder auch bei der Simulation eines Kragarmes nicht ergeben, da die Verwölbung dort an den Lagern vollständig behindert ist. Für diesen Fall stellt die zuvor genannte Möglichkeit eine optimale Lösung dar.





Da es sich bei den zu simulierenden Trägern jedoch um offene Profile handelt, welche durch den Effekt des Biegedrillknickens ebenfalls eine Torsionsbeanspruchung erfahren und die Lagerungsbedingungen keine Einspannung der Biegung um die z-Achse aufweisen, würden an den Lagern durch die behinderte Verwölbung zusätzliche nicht gewollte Zwangsspannungen entstehen.

Da sich die Verwölbung bei I-Profilen an den Lagerungen durch eine gegenseitige Verdrehung der Flansche äußert, wird eine Lagerung entwickelt die diese Verformung zulässt. Die gewählte Lösungsmöglichkeit besteht aus einer getrennten Lagerung der Ober- und Untergurte, ähnlich wie im Versuchen. Dazu sind die Oberseiten des Obergurtes bzw. die Unterseiten des Untergurtes mittels eines "Rigid Bodys" mit einer zugehörigen BC in der Drehachse des Querschnittes gekoppelt, siehe Abbildung 4-9. Die Fläche welche gekoppelt wird, entspricht dem zuvor mittels der Partitionierung, siehe Abbildung 4-4, abgetrennten Bereichs der Überlänge.



Abbildung 4-9: Realisierung der Lasteinleitung a) Seitenansicht b) Draufsicht

Da bei den experimentellen Versuchen auf Grund der Versuchsstandgegebenheiten keine perfekte Volleinspannung für die Drehung um die y-Achse realisierbar ist, sind sogenannte "Connector Assignments" zwischen BC und "Reference Point", welcher mit den Flächen gekoppelt ist, eingefügt. Diese "Connector Assignments" sind als Gelenk/Hinge definiert, welchen eine Steifigkeit zugeordnet werden kann. Dadurch wird eine Drehfeder vor der BC realisiert, welche sich individuell von gelenkig – Federsteifigkeit 1Nmm/rad – bis volleingespannt – Federsteifigkeit  $\rightarrow \infty$  Nmm/rad – einstellen lässt.

An den zwei BC an beiden Trägerenden wird dann die Drehung um die y-Achse selbst für den gelenkig gelagerten Fall als eingespannt definiert, da sonst die Feder nicht wirkt. Die eingestellten Lagerungsbedingungen an allen BC lauten dann in jedem Fall – U<sub>y</sub>, U<sub>z</sub>, UR<sub>x</sub>, UR<sub>y</sub> = 0; U<sub>x</sub>, UR<sub>z</sub>,  $\neq$  0 – Zur Sicherstellung der Positionstreue der BC des Unter- und Obergurt, sind mittels eines "kinematic Couplings" die Translationen zwischen beiden gekoppelt. Damit das System nicht kinematisch verschieblich ist, ist die Translation in x-Richtung an der Stelle der Lasteinleitung gehalten. Dies entspricht den Gegebenheiten aus den experimentellen Untersuchungen.

Dem Thema Vernetzung und Elementwahl wird in diesem Bericht besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Im nachfolgenden Kapitel wird erläutert weshalb und welche Schlussfolgerungen sich für das entwickelte Modell ergeben.

#### 4.1.2 Wahl des Elementtyps

Eine computerunterstützte Nachrechnung von Versuchen mit Hilfe von Finite Element Technologie (FET) hat das Ziel, eine möglichst korrekte Abbildung der Versuche zu erreichen, um im späteren Verlauf ergänzend zu den durchgeführten Versuchen, weitere Fälle zu simulieren und das Ergebnisfeld so zu erweitern. Somit ist es das Ziel eines jeden Finite-Elemente-Modells, das Verhalten eines Bauteils physikalisch korrekt abzubilden. Hierbei stellt die gesamte Modellierung nur eine Vereinfachung dar, da diese an sich nur ein annähernd genaues Abbild der Realität darstellt. Materialgesetz, Modellierung der Randbedingungen, Elementanzahl, Belastung, Elementtyp usw. sind hierbei Parameter die es so zu steuern gilt, das auf einer Seite, die Abbildung möglichst realitätsgetreu ist und andererseits der Rechenzeitaufwand in einem händelbaren Bereich bleibt. Beispielsweise kann das Verhalten nur einhundertprozentig richtig abgebildet werden, wenn die Elementzahl unendlich beträgt. Diese Modellierung ist jedoch unmöglich umzusetzen und muss soweit vereinfacht werden, dass eine Berechnung möglich ist und verhältnismäßig korrekt bleibt.

Einem besonderen Augenmerk gilt der Elementwahl an sich, da jeder Elementtyp durch seine Knotenanzahl, Interpolationsfunktionen, Integrationspunkte usw. unterschiedliche Verhaltensweisen aufzeigt.

Die Entwicklung von immer genaueren und fehlerunanfälligeren Elementen stellt, wegen des heutzutage hohen Stellenwertes der FEA, ein eigenes Forschungsgebiet dar. Deshalb wird im Folgenden auf die unterschiedlichen Elementtypen hinsichtlich ihrer Anfälligkeit für die bekanntesten physikalisch nicht korrekten Verhaltensweisen eingegangen und anschließend für das im Zuge dieses Forschungsvorhabens erstellte Modell eine Parameterstudie zur Elementwahl durchgeführt. Dies soll zu einem optimalen Ergebnis bezüglich des benötigten Rechenaufwands und realitätsgetreuer Abbildung führen. Hierbei wird sich, auch bei der Beschreibung der Lockingeffekte, auf lineare und quadratische Volumenelemente beschränkt, siehe Abbildung 4-10.



Abbildung 4-10: C3D8: Lineares Volumenelement, C3D20: Quadratisches Volumenelement

#### Shear Locking

Der Shear Locking Effekt ist ein Phänomen, welches bei vollintegrierten Volumenelementen mit linearer Interpolation unter Biegebeanspruchung auftreten kann. Volumenelemente mit linearer Interpolation zwischen den Knoten, werden auch Elemente erster Ordnung genannt und besitzen nur in den Ecken Knoten, siehe Abbildung 4-10. In Abaqus [20] lauten die Bezeichnung C3D8/C3D8R/C3D8I usw., wobei die 8 für die Knotenanzahl steht. Dieser lineare Ansatz der Verschiebung bzw. Verformung zwischen den Knoten, verursacht, dass die Biegung eines Elementes nicht korrekt abgebildet werden kann, siehe Abbildung 4-11 und Abbildung 4-12.



Abbildung 4-11: Tatsächliche Abbildung der Biegung



Abbildung 4-12: Approximierung der Biegung beim Elementtyp C3D8

In Wirklichkeit wären die horizontalen Ränder gekrümmt und der Winkel α immer 90 Grad, was der Balkentheorie entspricht. Stattdessen sind die horizontalen Ränder gerade und der Winkel nur in der Mitte 90 Grad. Dieser Winkelunterschied stellt eine Schubverformung dar, welche durch eine künstliche Schubspannung verursacht wird. Das Element, welches also eigentlich unter reiner Biegebeanspruchung steht, weist für diese Beanspruchung eine künstliche, physikalisch nicht korrekte Schubsteifigkeit auf und reagiert zu steif. Besonders stark tritt dieser Effekt bei ungünstigen Seitenverhältnissen auf, wo das Element eine scheiben-ähnliche Form aufweist. [22]

Bei einem quadratischen Elementtyp, also einem Element zweiter Ordnung (C3D20, C3D20R usw.), siehe Abbildung 4-10, kann dieser Effekt nicht eintreten, da die Verkrümmung abgebildet werden kann, vgl. Abbildung 4-13.



Abbildung 4-13: Approximierung der Biegung beim Elementtyp C3D20

Bei linearen Elementen kann dieser Effekt durch reduzierter Integration (C3D8R) oder durch "incompatible Modes"(C3D8I) verhindert werden. Bei der reduzierten Integration werden weniger Gaußpunkte verwendet, in denen die Integration stattfindet. Bei linearen Elemente reduzieren sich die Integrationspunkte auf einen Einzigen in Elementmitte, siehe Abbildung 4-14. Genau in Elementmitte beträgt der Winkel  $\alpha$  als einziges die richtigen 90 Grad, siehe Abbildung 4-12. Ein weiterer Vorteil der reduzierten Integration ist die Rechenzeit, welchem die verminderte Genauigkeit gegenübersteht.



Abbildung 4-14: C3D8R: Reduzierte Integration beim linearen Volumenelement

Bei Elementen mit "incompatible Modes", wird die sogenannte "Bubble Function/Mode" eingeführt. Vorher wurde die (kompatible) Verschiebung, wie bereits erwähnt, durch eine lineare Ansatzfunktion beschrieben. Zu dieser kommt jetzt zusätzlich ein (inkompatibler) Verschiebungsanteil, welcher durch eine quadratische Formfunktion – "Bubble Function" – beschrieben wird, siehe folgende Abbildung 4-15. [22]



Abbildung 4-15: Incompatible Displacement – Bubble Function [22]

Diese inkompatible Verschiebung ist, vereinfacht ausgedrückt, eine künstliche Verschiebung welche so definiert ist, dass sie in den Knoten immer 0 ist und somit keinen Einfluss auf

Nachbarelemente hat. Daher auch der Begriff "incompatible". Durch den quadratischen Ansatz wird dann zwischen den Knoten rein rechnerisch eine Krümmung möglich gemacht, sodass die Steifigkeit unter Biegebeanspruchung und somit auch die ausgegebene Spannung näherungsweise korrekt ist. In der Ergebnisausgabe taucht diese Verformung jedoch nicht auf. [22]

## Volumetric Locking

Der Effekt des Volumetric Locking beschreibt eine künstliche Versteifung die bei voll integrierten Elementen mit inkompressiblen Materialien auftritt. Sprich bei elastischen Materialien, bei welchen die Querdehnzahl gegen 0.5 geht oder bei hohen plastischen Dehnungen.

Durch die Inkompressibilität verändert der Körper unter Druck sein Volumen nicht, was die Interpolationsfunktion jedoch nicht in jedem Integrationspunkt korrekt abbilden kann. Durch diese Volumendehnung, welche nicht in jedem Integrationspunkt verschwindet kommt es dann durch die Inkompressibilität zu hohen künstlichen Druckspannungen, welche das Element steifer wirken lassen. Dieser Effekt kann durch die reduzierte Integration vermindert oder, im Falle eines Elements erster Ordnung, komplett eliminiert werden. Ebenfalls kann der Effekt durch die Verwendung des "incompatible Modes" reduziert werden. [23]

#### Hourglassing - Null-Energie-Moden

Durch die reduzierte Integration lassen sich beide zuvor beschriebenen Locking Effekte reduzieren und ermöglichen eine schnellere und Speicherkapazität sparende Lösung. Der Nachteil dieser reduzierten Integration liegt im sogenannten Hourglassing. Dies beschreibt einen Verformungszustand des Elementes, welcher keinerlei Dehnungsenergie benötigt. Diese Verformungszustände werden auch als Null-Energie-Moden bezeichnet. Das Element weist dann für diese Verformung/Mode keinerlei Steifigkeit auf, was ebenfalls keine physikalisch korrekte Lösung darstellt. Der lineare Elementtyp (Elementtyp erster Ordnung) weist nur einen Integrationspunkt auf, weshalb der Effekt bei diesem verstärkt auftritt während der quadratische Elementtyp (Elementtyp zweiter Ordnung) nur geringe Hourglass-Anfälligkeiten aufweist. Der Effekt kann ebenfalls durch den Hourglass-Controll in Abaqus reduziert werden. [22] [24]

## Eignung Elementtyp

Zusammenfassend lässt sich die Eignung bzw. die Anfälligkeit der unterschiedlichen Elementtypen für die unterschiedlichen Locking Probleme und das Hourglassing in Tabelle 4-1 darstellen. Dem gegenüber steht die benötigte Rechenzeit, bei welcher die Gewichtung nach ihrem Rechenaufwand, vorweggreifend auf Basis der Parameterstudie im folgenden Kapitel, stattfindet.

	C3D8	C3D8R	C3D8I	C3D20	C3D20R
Shear Locking		++	++	++	++
Volumetric Locking		++	+		+
Hourglassing	++		++	++	+
Rechenaufwand	++	++	+		-

#### Tabelle 4-1: Eignung der Elementtypen für Stabilitätsanalysen

++ kein Einfluss / sehr geringer Rechenaufwand

+ geringer Einfluss / geringer Rechenaufwand

- Einfluss / starker Rechenaufwand

-- starker Einfluss /sehr starker Rechenaufwand

Es lässt sich feststellen, dass in Hinsicht auf die Beanspruchungsart Biegung, sich der Elementtyp C3D8 auf Grund seiner Anfälligkeit für das Shear-Locking als weniger geeignet für die korrekte Simulierung des Biegedrillknickens herausstellt. Auch wenn diese einen sehr geringen Rechenaufwand mit sich bringen, kann dieser hinsichtlich seiner Tauglichkeit ausgeschlossen werden. Die quadratischen Elementtypen, welche eine Biegung am besten abbilden, weisen dagegen einen hohen Rechenaufwand auf, was vor allem für Traglaststudien mit sehr langen Bauteilen von Nachteil sein wird. Der Elementtyp C3D8I weist erstmal auf theoretischer Grundlage die wenigsten Nachteile auf und erscheint mit seinem zusätzlich geringen Rechenaufwand als die beste Wahl. Um eine genaue Beurteilung vornehmen zu können, ob und in wie weit die unterschiedlichen theoretischen Effekte einen Einfluss auf das erstellte Modell haben, wird im nachfolgenden Kapitel eine Parameterstudie beschrieben, mittels welcher dann abschließend die Elementtypenwahl getroffen wurde.

## 4.1.3 Parameterstudie zur Elementtypwahl

Die Parameterstudie wurde für das, im Verlaufe dieses Forschungsvorhabens, entwickelte FE-Modell durchgeführt und soll den Einfluss des Elementtyps auf die Eigenwertanalyse, die Traglast und dem Kraft-Verformungsverlauf ermitteln. Zuvor konnte bereits eine erste Einteilung hinsichtlich ihrer theoretischen Eignung vorgenommen werden. Diese soll nun anwendungsbezogen ermittelt werden. Ebenfalls soll mit Hilfe der Parameterstudie ermittelt werden, wie groß der Einfluss der Elementnetzweite ist, um abschließend beurteilen zu können, wie fein das Netz gewählt werden muss, um bei möglichst geringem Rechenaufwand noch ausreichend genaue Ergebnisse erzielen zu können. Da es bei linearen Elementen oftmals zu ungenauen Ergebnissen führen kann, wenn über die Steg- und Flanschstärke zu wenig Elemente gewählt werden, wird von vornherein über den Querschnitt immer die gleiche Elementanordnung gewählt und nur die Elementlänge in Längsrichtung variiert. Eine ähnliche Vorgehensweise wird ebenfalls bei allen (durch eine Phyton) erzeugten Modellen gewählt, sodass bei längeren Trägern, zur Reduzierung des Rechenaufwands, lediglich die Elementlänge vergrößert wird. Dadurch sollen bereits im ersten Schritt unerwünschte Effekte aus Locking und sonstigen Simulationsproblemen welche aus der Netzwahl resultieren können, reduziert werden. Der Elementtyp C3D8R wird gemäß der Standardeinstellung von Abaqus [20] automatisch mit Hourglass-Control verwendet.

Das FE-Modell mit dem die Parameterstudie durchgeführt wird, ist ein einseitig volleingespannter Einfeldträger des Profiltyps IPE330 mit einer Einzellast (Lastangriff am Obergurt) bei 30% der Feldlänge, ausgehend von der Volleinspannung. Als Materialgesetz wird vereinfachend ein bilinearer Ansatz gewählt.



Abbildung 4-16: System und Profiltyp für die Parameterstudie

In den Abbildungen im Anhang D sind Elementweise die Kraft-Verformungs-/Verdrehungsverläufe für unterschiedliche Netzweiten dargestellt. Anhand dieser lässt sich erkennen, dass die linearen Elementtypen C3D8 und C3D8R den größten Einfluss aus Netzweiten unterliegen. Während die Verläufe bei den Elementtypen C3D20R, C3D20 und C3D8I durchgehend im elastischen und plastischen Bereich für selbst grobe Netze nahezu übereinander liegen, weisen die Elementtypen C3D8 und C3D8R besonders für die horizontale Verformung und die Verdrehung bereits im unteren Belastungsbereich Abweichungen auf. Es kann somit auf einen besonders großen Einfluss auf den Biegedrillknickeffekt zurückgeschlossen werden, sodass diese beiden Elementtypen sich nicht für das Modell eignen und ausgeschlossen werden können. Eine erste Vermutung wäre, dass dies auf einen Shear Locking Effekt zurückzuführen ist, da es sich um Elemente mit einer linearen Ansatzfunktion handelt. Dem widerspricht jedoch die Tatsache, dass bei dem Element C3D8R mit der reduzierten Integration die Abweichungen am größten sind, obwohl nach der Theorie der Shear Locking Effekt eliminiert sein müsste. Dementsprechend ist dies einem Effekt zuzuordnen, der nicht eindeutig einem der drei zuvor Beschriebenen zugeordnet werden kann.

Die Traglasten und die Eigenwerte der ersten Biegedrillknickmode sind in den Tabellen im Anhang D zusammengefasst und in der Abbildung 4-17 und Abbildung 4-18 aufgebarbeitet worden. Die Abbildungen stellen getrennt für die Eigenwertanalyse und die Traglastanalyse die Abweichung vom Konvergenzwert über der benötigten totalen CPU Zeit dar. Als Konvergenzwert ist in beiden Fällen das Modell mit dem Elementtyp C3D20 und der feinsten Netzweite von 5mm gewählt. Dieser Wert wird auf Basis der theoretischen Grundlagen gewählt, da der einzige numerische Fehler des Elementtyps im Volumetric Locking liegt, welcher bei einem Material mit der Querdehnzahl von 0.3 nur bei hohen plastischen Dehnungen auftreten kann. Ein weiterer guter Referenzwert stellt das Ergebnis mit dem Elementtyp C3D20R mit 5mm Netzweite dar, da dieser weniger zum Volumetric Locking neigt und nur gering zum Hourglassing. Da die Werteunterschiede zwischen diesen beiden marginal klein ausfallen <0.1%, sind beide gleichwertig.



Abbildung 4-17: Einfluss des Elementtyps auf die Abbildung 4-18: Einfluss des Elementtyps auf die Eigenwertanalyse Traglastanalyse

Durch diese Darstellung lässt sich erkennen, dass der Elementtyp C3D8I eine effiziente Alternative zu den quadratischen Elementtypen mit hohem Rechenaufwand darstellt. Trotz linearen Ansatzes, werden durch den "incompatible Mode" die Ergebnisse auf das Niveau der Quadratischen gebracht. Mit diesem Elementtyp ist somit eine Möglichkeit gefunden eine physikalisch korrekte Abbildung mit vergleichsweise geringem Rechenaufwand zu vereinen.

## 4.1.4 Gewählte Vernetzung

Bei der Vernetzung wurden modellunabhängig über die Stegdicke vier Elemente, über die Flanschdicke drei Elemente und je Ausrundung sechs Elemente angeordnet, siehe Abbildung 4-19 und Abbildung 4-20. Die restlichen Elementabmessungen über den Querschnitt und in Längsrichtung ergeben sich durch die globale Netzweite, sprich durch die Wahl der "Global Seeds"-Abstände. Diese wird abhängig von der Länge des Trägers gewählt. Auf Grund der zuvor beschriebenen modellunabhängigen Wahl der Elementanzahl über Steg, Flansch und in der Ausrundung, weist das Netz selbst bei großen globalen Netzweiten von 20mm wenig verzerrte Elemente auf, vgl. Abbildung 4-19.

Für die weiteren Simulationen wird, auf Grund der realisierten geringen Rechenzeiten durch die Wahl des C3D8I-Elements, ein relativ feines Netz gewählt. So wird beispielsweise für die Versuche V17 bis V18 eine globale Netzweite von 5mm und für die Versuche V19 bis V20 von 7,5mm gewählt.



Abbildung 4-19: Mesh: Global Seeds 5mm



#### 4.1.5 Eigenwert- und Traglastanalyse

Die Eigenwertanalyse (EA) wird mittels eines "Buckling Steps" durchgeführt und liefert als Output den kritischen Verzweigungslastfaktor  $\alpha_{cr}$  und die dazugehörigen Eigenformen mit einer maximalen horizontalen Amplitude von 1,0 mm. Diese Eigenformen können anschließend für die Traglastanalyse (TA) als Vorimperfektion skaliert implementiert werden. Die Traglastanalyse wird mittels eines "General Static Steps" weggesteuert umgesetzt, wobei der Weg schrittweise aufgebracht wird. Der Nachteil in Abaqus [20] besteht in der Tatsache, dass diese zwei "Steps", die Erzeugung der Eigenform und die Implementierung dieser als Vorimperfektion nicht als eine Berechnung geschlossen durchgeführt werden können. So muss im ersten Schritt eine Inp-Datei für die EA erstellt werden und in dieser der Befehl zur Erzeugen der Eigenformdatei, siehe Abbildung 4-21 eingegeben werden. Im zweiten Schritt wird die Inp-Datei der TA erzeugt und anschließend ein Befehl, siehe Abbildung 4-22 für die Implementierung der zuvor erzeugten Eigenform (inklusive Skalierung) eingegeben. Anschließend kann mit der Inp-Datei der TA die eigentliche Simulation vorgenommen werden.

#### \*Node File u

\*End Step

Abbildung 4-21: Befehl zum Erzeugen der Eigenformdatei \*End Assembly \*IMPERFECTION, FILE=V20\_EA, STEP=1 1, 1.415

Abbildung 4-22: Befehl zum Implementieren der Eigenformdatei (hier für V20\_EA skaliert auf 1,415)

#### 4.2 Entwicklung eines parametrisierten FE-Modells

Da Abaqus [20] die Erstellung von Modellen mittels Skripten erlaubt, wurde zusätzlich ein Phyton-Code zur Erstellung des in Kapitel 4.1 beschriebenen FE-Modells erarbeitet. Dabei wurde sich ausschließlich auf Einfeldsysteme mit doppelsymmetrischen Walzprofilen mit den in Abbildung 4-23 abgebildeten Randbedingungen beschränkt.



#### Abbildung 4-23:Parametrisiertes FE-Modell: Statisches System und Profiltyp

Das Skript erstellt hierbei selbständig die getrennten Inp-Dateien für die Eigenwert- und die Traglastanalyse. Einzig die Befehle zur Erzeugung und Berücksichtigung der Vorimperfektion, siehe Abbildung 4-21 und Abbildung 4-22, müssen manuell hinzugefügt werden, da eine geskriptete Umsetzung dessen nicht möglich ist. Die einstellbaren Parameter sind hierbei wie folgt, vgl. Abbildung 4-24 und Abbildung 4-25:

- Statisches System
  - Gelenkig um  $\varphi_y$  → Federsteifigkeit: 1 [Nmm/rad]
  - Teileingespannt um  $\varphi_y$  → Federsteifigkeit: 1 bis 10<sup>18</sup> [Nmm/rad]
  - Volleingespannt um  $\varphi_y \rightarrow$  Federsteifigkeit: 10<sup>18</sup> [Nmm/rad]
- Profilwahl:
  - o Voreingestellte Profile: IPE160, IPE240, IPE330, IPE450, HEA160, HEA260
  - o Freie Eingabe der Steg-und Flanschstärke, Profilhöhe, Profilbreite und Ausrundungsradius [mm] → "neu", siehe Abbildung 4-26
- Systemlänge [mm]
- Globale Netzweite [mm]
- Höhe des Lastangriffspunktes ausgehend von der Unterkante des Profils [mm]
- Längsposition des Lastangriffspunktes  $x_F/l$  [-]
- Aufzubringender vertikaler Weg der Lasteinleitung in der TA

Das voreingespeicherte Materialgesetz ist das Materialgesetz M3 in Abbildung 4-5. Dies stellt die beste Wahl auf Grundlage der im folgenden Kapitel zur Auswertung der Versuchsnachrechnung gewonnenen Erkenntnisse dar.

🜩 Einstellungen		×
Modelname:		ModelName
Einspannung Biegung um y-Achse in [Nmm/rad],	Seite 1	1
	Seite 2	1
Eingabe Standardprofiltyp ("neu" = manuelle Eingabe):		HEA160
Lasteinleitungspunkt x von der Seite 1 aus (x = a x Traegerlaenge) a [-]:		0.5
Traegerlaenge [mm]:		1500.0
Global Seeds [mm]:		5.0
zg - Hoehe Lasteinleitung ab Unterkante Untergurt [mm]		157.0
Vertikaler Weg Lasteinleitung [mm]		50.0
ОК	Canc	el

Abbildung 4-24: Parametrisiertes FE-Modell: Grundeinstellungen

💠 Profil	×
h [mm]:	160. <b>0</b>
bf [mm]:	152.0
tw [mm]:	5.0
tf [mm]:	7.0
r [mm]:	9.0
ОК	Cancel

Abbildung 4-25: Parametrisiertes FE-Modell: Manuelle Profileingabe

Ebenfalls erfolgt zu Beginn die Abfrage, ob ein vorgespeicherter Versuch verwendet werden soll, siehe Abbildung 4-26. Die Datenbasis stellt hierbei das Phyton-Skript selber dar. Falls auf eine Versuchsreihe zugegriffen werden soll, muss diese zuvor im Skript definiert sein. Es sind lediglich die Versuche V17 bis V20 voreingespeichert.

💠 Get Input		23
Definierte Versuchreihe - "Ja" oder "Nein"	Nein	
ОК	Cancel	

Abbildung 4-26: Parametrisiertes FE-Modell: Abfrage für vorher definierte Versuchsreihen

# 4.3 Ergebnisse und Auswertung

Die Nachrechnung der Versuche findet hier nur auszugsweise an den Versuchen V17, V18, V19 und V20 statt. Mittels dieser soll unter anderem eine Validierung des erstellten Abaqus-Modells vorgenommen werden. So findet nachfolgend im ersten Schritt eine Überprüfung der bereits beschriebenen Umsetzung der Lagerungsbedingungen statt. Anschließend wird die Eigenwertanalyse hinsichtlich Eigenform und Eigenwerten überprüft. Abschließend wird dann ein Vergleich der Traglastanalyse mit den experimentellen Untersuchungen vorgenommen.

# 4.3.1 Eigenwertanalyse

Eine Überprüfung der Lagerungsbedingung, ob diese eine Verwölbung des Querschnittes ermöglicht, wird an der ermittelten Eigenform vorgenommen. Wie in Abbildung 4-27 zu sehen ist, weisen die Flansche eine gegenseitige Verdrehung auf, der Querschnitt ist somit fähig sich an den Lagerungen frei zu verwölben. Der Nachteil der Volumenelemente ist somit beseitigt und es kann nun mit Hilfe dieses Modells eine Biegedrillknicksimulation erfolgen.



Abbildung 4-27: Versuch V17: Mehrfachüberhöhte Eigenform (Draufsicht Lager)

Die Eigenform ist exemplarisch für den Versuch V17 in der Abbildung 4-28 grafisch dargestellt. Zusätzlich sind in Abbildung 4-29 bis Abbildung 4-36 für alle vier Versuche die Verdrehung des Querschnitts  $\varphi_{x,0}$  und die horizontale Verschiebung v<sub>0</sub> im Schwerpunkt über die Trägerlänge dargestellt. Diese sind, wie im Stand der Technik beschrieben, die Größen welche die Knickfigur und somit den indifferenten Zustand, des Biegedrillknickens ausmachen. Gleichzeitig findet in diesen Abbildungen ein Vergleich mit der Eigenform aus LTBeam [14] statt. Zum korrekten Vergleich sind die Werte aus Abaqus [20] und LTBeam [14] so skaliert, dass die Horizontalverschiebung bei beiden genau 1mm ist.



Abbildung 4-28: Versuch V17: Mehrfachüberhöhte Eigenform mit Verschiebungsmagnitude in mm





Es lässt sich feststellen, dass mit Ausnahme von der Verschiebung v von Versuch 17 alle Verläufe durch eine halbwellige Sinuskurve beschrieben werden. Ebenfalls lässt sich feststellen, dass eine exakte Übereinstimmung der Eigenformen für die schlanken Träger V19 und V20 vorliegt. Für den gedrungenen Träger V18 ist lediglich die Verdrehung nicht vollständig übereinstimmend, jedoch noch annährend gleich. Bei V17 weichen hingegen die Verdrehung und Verformung weiter voneinander ab. Während die Verdrehung noch eine halbwellige Sinuskurve beschreibt und nur von der Amplitude her abweicht, weicht die Verformung in Feldmitte von dem Verlauf einer Sinuskurve ab und weist eine Senke auf.

Die Tendenz, dass die Übereinstimmungen mit LTBeam [14] hin zu gedrungenen Trägern abnimmt, liegt in der Software LTBeam [14] begründet. So basiert diese auf Balkenelementen, welchen, wie bereits beschrieben, Querschnittswerte zugeordnet werden, die sich während eines Belastungsvorgangs nicht weiter ändern. Es basiert also auf ein Beibehalten der Querschnittsform. Somit lässt sich ausschließlich ein reines Biegedrillknicken abbilden, bei welchem der Träger sich nur verdreht und horizontal ausweicht. Je gedrungener der Träger jedoch ist, desto mehr verändert sich das Stabilitätsverhalten vom globalen Biegedrillknicken hin zu einem lokalen Beulen. Der Querschnitt behält somit nicht mehr seine Ursprungsform bei, sondern beult an lokalen Stellen wie z. B. dem Steg aus. Die Eigenwertanalyse bei einem FE-Modell aus Balkenelementen kann ein solches Verhalten nicht berücksichtigen. Es wird immer, egal wie gedrungen der Träger wird lediglich der Eigenwert und die Eigenform des reinen Biegedrillknickens berechnet, auch wenn der kleinste Eigenwert mit zugehöriger Eigenform eigentlich kleiner und somit maßgebend wäre. Ein FE-Modell aus Volumenelementen über den Querschnitt hingegen besitzt mehrere Elemente. wodurch sich Querschnittverformungen abbilden lassen. Es kann somit hinsichtlich einer Eigenwert- und Traglastanalyse das gesamte Spektrum von Biegedrillknicken bis hin zum Beulen abbilden. Die Eigenwertanalyse des Versuchs V17 bildet eine Mischform aus einem lokalen Beulen des Steges in Feldmitte, welches sich aus der Einzellast ergibt, und dem globalen Biegedrillknicken. Die Senke in dem Peak der Verschiebung v, welche sonst der sinushalbwelle des Biegedrillknickens entspricht, ist auf dieses lokale Beulen des Steges zurückzuführen.

Sehr gut zu erkennen, ist dies ebenfalls in Abbildung 4-37 in welcher, exemplarisch für den Versuch V17, dem gedrungensten Träger, und V20, den schlankesten, die Verschiebung v<sub>0</sub> im Schwerpunkt in Feldmitte dargestellt ist. Zusätzlich ist eine Gerade zwischen der Verschiebung an der Oberkante des Obergurtes und der Unterkante des Untergurtes gezogen, um zu zeigen, dass die Eigenform vom Versuch V17 in Feldmitte zusätzlich eine Krümmung über die Trägerhöhe aufweist, während bei V20 der Querschnitt in seiner Eigenform gerade bleibt.



Abbildung 4-37: EA V17 & V20: Eigenform vo über die Querschnittshöhe in Feldmitte

Zusätzlich lässt sich in Hinblick auf die Validierung von LTBeam in [25] feststellen, dass dieses für das vorliegende System mit Belastung lediglich an einem sehr schlanken Träger mit einer Höhe von 300mm und einer Länge von 15m validiert wurde. Eine Korrektheit der Eigenwertanalyse für sehr kurze bzw. gedrungene Träger wie bei V17 mit 1,90m und V18 mit 2,90m ist somit nicht gewährleistet. Es ist ebenfalls anzunehmen, dass LTBeam [14] auf Grund der oben genannten Nichtberücksichtigung von lokalen Beuleffekten zu unsicheren Ergebnissen führt. Der indifferente Zustand wird früher eintreten, sodass der tatsächliche Eigenwert, die kritische Last, kleiner ausfallen wird als von LTBeam [14] angenommen. Genau dies spiegelt sich auch im direkten Vergleich der Verzweigungslasten nach Abaqus [20] und LTBeam [14] wieder, vgl. Tabelle 4-2.

	LTBeam	Abaqus	Abweichung
	[kN]	[kN]	[%]
V17	543.790	506.610	-6.84
V18	201.280	198.670	-1.30
V19	88.721	89.285	0.64
V20	49.86	50.04	0.36

Tabelle 4-2: Vergleich der Eigenwerte aus Abaqus und LTBeam

Das Abaqus-Modell weist für die schlanken Profile eine sehr gute Übereinstimmung mit LTBeam [14] auf. Lediglich im gedrungenen Bereich liegt eine größere Abweichung von ca. 7% vor. Hierbei ist eine klare Tendenz zu erkennen, je kürzer/gedrungener der Träger desto größer die Abweichung bzw. je länger/schlanker der Träger desto besser die Übereinstimmung. Ebenfalls liegen die LTBeam-Werte oberhalb von denen aus Abaqus [20] und somit auf der unsicheren Seite.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass das Abaqus-Modell durch den Vergleich der Eigenform und Eigenwerte mit den Ergebnissen aus LTBeam [14] an Hand der schlanken Träger verifiziert wurde. Zusätzlich stellt das FE-Modell durch die Verwendung von Volumenelementen und somit Berücksichtigung von Querschnittsverformungen bei gedrungenen Trägern eine genauere und vor allem sichere Lösung dar als LTBeam [14]. Eine Verifizierung über die gedrungenen Träger wäre auch im Hinblick auf die Validierung von LTBeam in [25] nicht korrekt.

## 4.3.2 Traglastanalyse

#### 4.3.2.1 Traglastanalyse ohne Vorimperfektion

Ein nächster Schritt zur Verifizierung findet über eine Simulation der Traglastanalyse ohne Vorimperfektion statt. Mit dem Kraft-Verformungsverlauf in Feldmitte kann analog zu der experimentellen Auswertung ein Vergleich mit der Balkentheorie stattfinden. Der elastische Ast aus Abaqus muss hierbei möglichst nah an der Durchbiegung nach Balkentheorie liegen. Der Vergleich ist nachfolgend in Abbildung 4-38 abgebildet.

Die Wahl des Materialgesetzes (M1-M3) für die Abaqus-Simulation ist hierbei irrelevant, da diese lediglich im plastischen Bereich unterschiedlich definiert sind und die Wahl somit kei-

nerlei Einfluss auf die Verformung im elastischen Bereich hat. Aus Vollständigkeitsgründen sei jedoch erwähnt, dass bei allen vier Modellen das Materialgesetz M3 gewählt wurde. Bei Betrachtung der Verläufe lässt sich feststellen, dass für alle vier Modelle eine perfekte Übereinstimmung der elastischen Bereiche vorliegt.



Abbildung 4-38: TA ohne Imp.: Vergleich Balkentheorie mit numerischer Simulation

Zusätzlich wird ein Vergleich der nominellen und numerischen Traglast vorgenommen. Hierbei wird in dem Modell ein linear-elastisch-ideal-plastisches (IEiP)-Materialgesetz verwendet, vgl. Abbildung 4-39, welches auch der nominellen Berechnung der plastischen Querschnittstragfähigkeit zu Grunde gelegt ist. Auf die unterschiedlichen Streckgrenzen, welche teilweise von den 418N/mm<sup>2</sup> aus dem Werkstoffzeugnis abweichen, wird in einem nachfolgenden Absatz näher eingegangen.



Abbildung 4-39: V17-V20: Linear-elastisch-ideal-plastisches Materialgesetz

Die sich nun ergebenen Last-Verformungskurven, zu sehen in Abbildung 4-40, weisen im Gegensatz zu denen in Abbildung 4-38, keinerlei Verfestigung mehr auf. Sobald der Querschnitt vollständig durchplastiziert ist, kann dieser im Gegensatz zu einem Modell mit einem tatsächlichen Materialgesetz wie M3, keine zusätzlichen Kräfte mehr aufnehmen. Dadurch, dass es sich zusätzlich um ein statisch bestimmtes System handelt, sind ebenfalls keinerlei Lastumlagerungen in Sinne der Fließgelenktheorie mehr möglich. Die Traglast ist somit direkt erreicht.



Abbildung 4-40: TA ohne Imp.: Kraft-Verformungsverlauf mit IEiP. Materialgesetz

In der abgebildeten Tabelle 4-3 ist zu erkennen, dass sich bei der maximalen Traglast, welche sich bei einem reinen Querschnittversagen infolge vollständigen Durchplastizieren des Querschnitts durch ein Biegemoment ergibt, nominell keine Querkraftinteraktion berücksichtigt werden muss.

	V <sub>pl,R</sub> [kN]	V <sub>E</sub> [kN]	$0.5~V_{pl,R}{\leq}V_E$
V17	234.58	107.89	nein
V18	234.58	70.69	nein
V19	224.47	46.16	nein
V20	210.44	32.49	nein

Tabelle 4-3: Überprüfung einer eventuell erforderlichen Querkraftinteraktion

Die nominelle Traglast berechnet sich somit wie folgt:

$$F_{pl,nom} = \frac{M_{y,pl} \cdot 4}{l} = \frac{f_y \cdot W_{y,pl} \cdot 4}{l}$$
(4.1)

Im direkten Vergleich, abgebildet in der nachfolgenden Tabelle 4-4, kann festgestellt werden, dass auch hier eine sehr gute Übereinstimmung vorliegt. Gerechnet wurde hier zunächst noch mit nominellen Querschnittswerten, sowie in Abhängigkeit der Werkstoffzeugnisse und Werkstoffprüfungen gewählten Streckgrenzen, die innerhalb einer Produktionscharge sowie über den Querschnitt varrieren können.

	W <sub>y,pl</sub>	$f_y$	1	F <sub>pl,nom</sub>	F <sub>pl,num</sub>	Diff.
	$[cm^3]$	$[N/mm^2]$	[m]	[kN]	[kN]	[%]
V17	245.20	418	1.90	215.78	213.54	1.05
V18	245.20	418	2.90	141.37	143.38	-1.40
V19	245.20	400	4.25	92.31	93.61	-1.39
V20	245.20	375	5.66	64.98	65.79	-1.23

 Tabelle 4-4: Vergleich nominelle Traglast mit numerischer Traglast

# 4.3.2.2 Traglastanalyse mit Vorimperfektion

Wie bereits beschrieben wird die Form der Vorimperfektion mittels der Eigenwertanalyse ermittelt und anschließend skaliert implementiert. Die Eigenwertdatei beinhaltet von jedem Knoten jedes einzelnen Elements eine neue Position, die ihnen dann durch die Implementierung zugewiesen wird.

Die Eigenform die Abaqus [20] durch die EA ausgibt, ist von den Werten her so ausgerichtet, dass die maximale horizontale Auslenkung immer 1,0 mm beträgt. Da der Lasteinleitungspunkt den am weitesten entfernten Punkt von der Drehachse darstellt, ist die ausgegebene Auslenkung an dieser Stelle immer 1,0 mm. Auf diesen Stich ausgelegt findet nachfolgend die Skalierung der Eigenform statt. Anschließend werden zur Bewwetung der  $\alpha$ -Faktoren, der horizontale Stich am Lastangriffspunkt zurückgerechnet zu den Imperfektionsamplituden, welche sich im Schwerpunkt ergeben.

# Einfluss des Materialgesetzes

Im ersten Schritt soll ermittelt werden, welches Materialgesetz von M1-M3 die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Untersuchungen aufweist. Dieses wird dann als fixe Definition im Parametrisierten Modell hinterlegt. Es werden für die Amplituden, L/1000, L/2000, L/3000, L/4000 und L/5000 mit allen drei Materialgesetzen Traglastanalysen durchgeführt und ausgewertet. Exemplarisch sind für die Amplitude L/3000, in den Abbildung 4-41 bis Abbildung 4-44, die sich ergebenen Last-Verformungskurven abgebildet. Die vertikale Verformung w in Feldmitte ist an der Stelle der Lasteinleitung ausgewertet, weshalb die Versuchsdaten auf diesen Punkt umgerechnet sind. Zusätzlich ist als gestrichelte Gerade der Verlauf nach Balkentheorie abgebildet, welcher sich mit den gemessenen Nettoquerschnittswerten ergeben würde.

Anhand der Ergebnisse lässt sich feststellen, dass lediglich für die gedrungenen Träger V17 und V18, eine Abhängigkeit von der Wahl des Materialgesetzes vorliegt. Für die schlankeren Träger V19 und V20 befinden sich die Verformungen selbst nach Erreichen der Traglast größtenteils im elastischen Bereich, sodass der Einfluss, vernachlässigbar klein ist. Bei V18 teilen sich die Verläufe erst nach Erreichen der Traglast, während bei V17 dies ganz knapp vorher der Fall ist.



Werden die plastischen Dehnungen an der maßgebenden Stelle bei Erreichen der Traglast über den Querschnitt dargestellt, siehe Abbildung 4-43, lässt sich erkennen, dass bei V18 die plastische Dehnung in Feldmitte unter 0,01 liegen, was bedeutet, dass diese noch im Bereich des Fließplateaus liegen. Die größten plastischen Dehnungen treten an den Rändern der Lasteinleitungsfläche aufgrund von Singularitäten auf, welche jedoch keinen Einfluss auf das Tragverhalten haben. Aus diesem Grund ergeben sich für die Versuche V18 bis V20 die gleichen Traglasten für alle drei Materialgesetze und bei V17 eine Abweichung untereinander von maximal 1%, siehe Tabelle 4-5. Die Abweichung ist dabei immer aus der größten Traglastdifferenz berechnet.


Abbildung 5 43: V18-M3-L/3000: Plastische Dehnung ε<sub>pl</sub> in Feldmitte

	Aplitude	Materialgesetz	Traglast	Abweichung
	[-]		[kN]	[%]
		M1	211.49	1.02
V17	L/3000	M2	209.36	1.01
		M3	210.35	0.54
		M1	134.17	0.0
V18	L/3000	M2	134.16	0.0
		M3	134.16	0.0
		M1	82.53	0.0
V19	L/3000	M2	82.53	0.0
		M3	82.53	0.0
		M1	53.23	0.0
V20	L/3000	M2	53.23	0.0
		M3	53.23	0.0

 Tabelle 4-5: Traglasten bei Ansatz der Materialgesetze M1-M3

Je schlanker der Träger desto größer ist die Tendenz zum Biegedrillknicken und je eher der Träger tordiert und seitlich ausweicht, desto mehr befinden sich die Verformungen noch im elastischen Bereich. Die größte Abhängigkeit vom Materialgesetz ergibt sich demnach für den Versuch V17, bei dem jedoch bereits vorgemerkt wurde, dass dieser auf Grund des Beulens und eigentümlichen Ausweichverhaltens in den experimentellen Untersuchungen kaum in dieser Form nachsimuliert werden kann. Die Wahl des Materialgesetzes wird demnach an Hand des Versuchs V18 getroffen, bei welchem sich die beste Übereinstimmung mit M3 ergab. Die nachfolgenden Ergebnisse und deren Auswertung werden somit ausschließlich mit Modellen mit dem Materialgesetz M3 vorgenommen.

### Wahl der Amplitude der Ersatzimperfektion

Im nächsten Schritt wird für jeden Versuch die Amplitude der Ersatzimperfektion gesucht, welche eine größt mögliche Übereinstimmung mit den experimentellen Untersuchungen aufweist. Hierbei hat die höchste Priorität, dass die Traglasten identisch sind und an zweiter Stelle die Übereinstimmung der vertikalen Kraft-Verformungsverläufe. In Abbildung 4-45 bis Abbildung 4-48, sind neben den Verläufen für die Amplitude mit der größten Übereinstimmung auch noch für zwei weitere Amplituden die Verläufe dargestellt, um deren

Exp. Unt. Exp. Unt. F [kN] **F [kN]** 200.0 T 250.0 L/500 L/1000 L/800 L/1750 L/2000 L/4000 200.0 160.0 150.0 120.0 100.0 80.0 50.0 40.0 0.0 0.0 0 10  $\begin{array}{cc} 20 & 30 \\ \mathbf{w_{LE}} \ [\mathbf{mm}] \end{array}$ 40 50 0 10  $\substack{20 \qquad 30 \\ \mathbf{w_{LE}} \ [\mathbf{mm}]}$ 40 50 **F [kN]** 250.0 Exp. Unt. Exp. Unt. F [kN] 200.0 L/1000 L/500 L/800 L/1750 L/2000 L/4000 200.0 160.0 150.0 120.0 100.0 80.0 50.0 40.0 0.0 0.0  $v_{\text{LE}} \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ mm \end{bmatrix}$ 20 30 v<sub>LE</sub> [mm] 10 40 -10 0 30 40 0 50 **F [kN]** 250.0 Exp. Unt. Exp. Unt. F [kN] 200.0 L/500 L/1000 L/800 L/1750 L/2000 L/4000 160.0 200.0 150.0 120.0 100.0 80.0 50.0 40.0 0.0 0.0 50 80 φ<sub>x</sub> [mrad]  $\begin{array}{ccc} 120 & 180 \\ \boldsymbol{\phi_x} \left[ \textbf{mrad} \right] \end{array}$ 20 110 140 60 240 300 -10 0 Abbildung 4-45: V17 - Kraft F über die Verfor-Abbildung 4-46: V18 - Kraft F über die Verformungsgrößen w, v und  $\phi_x$ mungsgrößen w, v und  $\phi_x$ 

Einfluss herauszustellen. Alle Verformungen und Verdrehungen sind hierbei, wie zuvor auch, im Lasteinleitungspunkt ausgewertet.



Die Vorimperfektion ist in den Abbildungen nicht als Anfangsverformung/-verdrehung abgebildet. Es sind die reinen Verformungen und Verdrehungen, welche sich infolge der Belastung ergeben ausgewertet worden, weshalb alle Verläufe im Ursprung bei null starten.

Anhand der Ergebnisse lässt sich folgendes feststellen:

- Bei allen Modellen, mit Ausnahme von V17, liegen ähnliche Verläufe für alle drei Messparameter vor.
- Die vertikale Verformung weißt bei allen zu Beginn die gleiche Steigung auf wie in den experimentellen Untersuchungen.
- Die horizontale Verformung und die Verdrehung die durch den Prozess des Biegedrillknickens auftritt, weisen zwar leichte Abweichungen von den Werten her auf, jedoch stellen sie vom Verlauf her eine gute Nachbildung der Versuche dar.
- Die Wahl der Amplitude besitzt einen maßgeblichen Einfluss auf die Traglast, sowie dem Verlauf von w, v und  $\varphi_x$ . Mit Zunahme der Amplitude nimmt die erreichbare Traglast ab, wobei die Zu- und Abnahme nicht äquivalent mit der Zu- bzw. Abnahme der aufgebrachten Imperfektion ist. Während die Anfangssteigung der Kraft zum vertikalen Weg w keine große Abhängigkeit von der Vorimperfektion aufweist, hängt sie bei der Verdrehung  $\varphi_x$  und dem horizontalen Weg v maßgeblich von dieser ab.

Der letzte Aspekt liegt an den Abtriebskräften, welche auf Grund der größeren Imperfektion zu Beginn größer sind, als bei einer kleineren Vorimperfektion. Die daraus resultierende Verformung ist dann ebenfalls größer als bei einer kleineren Vorimperfektion, was dann wiederrum zu größeren Abtriebskräften führt usw. Es könnte auch von einem verstärkten Th. 2. Ordnungseffekt gesprochen werden. Gleiches gilt für den späteren Verlauf der Verdrehung und der Verformung v, welcher nach Erreichen der Traglast horizontaler verläuft, je größer die Amplitude ist. Dass die Anfangssteigung des vertikalen Weges sich je nach Ansatz kaum ändert, liegt daran, dass die Steifigkeit für diese Verformung sich bei solchen kleinen Amplituden kaum ändert. Sie ändert sich zwar durch die Vorverdrehung von der Biegesteifigkeit El<sub>y</sub> hin weg, das jedoch kaum in dem Maße, dass es zu Beginn erkennbar wäre.

Um den Einfluss der Amplitude genauer zu untersuchen, sind weitere Simulationen des Versuchs V20 durchgeführt worden, welche auch den Bereich großer Vorimperfektionen abdecken. Nachfolgend sind ausschließlich die Verläufe für vertikale Verformung w und die horizontale Verformung v dargestellt, da die Verdrehung  $\varphi_x$  eng mit v zusammenhängt und somit zur Analyse nicht erforderlich ist, Abbildung 4-49 und Abbildung 4-50.

Zusammenfassend sind in Tabelle 4-6 die Traglasten und die zugehörigen Verformungen dargestellt. Zusätzlich dazu sind in der Abbildung 4-51 die plastischen Dehnungen für die Amplituden L/3000, L/1500 und L/500 gegenübergestellt.



Abbildung 4-49: V20 - Kraft F über vertikale Verschiebung w



Tabelle 4-6: V20: Einfluss der Amplitude auf die Traglast, wult und vult

Versuch	Amplitude	F <sub>ult</sub>	w <sub>ult</sub>	V <sub>ult</sub>
	L/3000	53.23	60.00	18.69
	L/1500	50.29	58.00	22.93
V20	L/1000	48.28	58.00	28.95
	L/500	45.29	81.00	66.32
	L/100	-	>100	>>65.5



Abbildung 4-51: V20: Plastische Dehnung  $\epsilon_{pl}$  in Feldmitte: a)L/3000, b)L/1500, c)L/500

Wie zuvor kann festgestellt werden, dass bei größerer Amplitude die Traglast abnimmt. Es können jedoch zusätzlich einige Besonderheiten beobachtet werden. Im Bereich kleiner

Amplituden <L/1000 gilt, je größer die Amplitude ist, desto kleiner die zugehörige vertikale Verformung und größer die horizontale Verformung. Im Bereich großer Amplituden >L/1000 bleibt diese Tendenz für die horizontale Verformung gleich, während die vertikale Verformung nun deutlich zunimmt, je größer die Amplitude ist. Zur genaueren Analyse müssen die plastischen Dehnungen zum Traglastzeitpunkt betrachtet werden.

Als erstes lässt sich feststellen, dass sich alle plastischen Dehnungen unterhalb der Verfestigungsgrenze von 0.01 befinden und somit der Einfluss der Verfestigung vernachlässigt werden kann. Das Besondere nun ist, dass sich die plastischen Dehnungen von L/3000 zu L/1500 hin verkleinern und von L/1500 zu L/500 hin vergrößern.

Alle Information zusammengenommen lassen somit auf einen unterschiedlichen Versagenshergang/-mechanismus schließen. Für die kleinen Amplituden L/3000 und L/1500 baut der Träger ohne einen großen Verlust der Biegesteifigkeit in vertikal Richtung bis zu seinem Versagenszeitpunkt relativ viel Last auf, bevor er schließlich soweit biegedrillknickt, dass sich die Steifigkeit verhältnismäßig schlagartig ändert. Aus diesem Grund fällt nach Erreichen der Traglast die erforderliche Last für weitere Durchbiegungen erstmal schneller ab als im späteren Verlauf. Die erreichbare Traglast hängt, auf Grund der geringen Auslenkung bis zum Versagenszeitpunkt, maßgeblich von Tragfähigkeit in Richtung der starken Achse –  $I_v$  – ab.

Dies ist bei größeren Amplituden nicht der Fall, diese ändern direkt zu Beginn ihre Steifigkeit so schnell, dass die Last die aufgebracht werden muss, damit der Träger sich weiter vertikal durchbiegt nur langsam zunimmt und die Traglast nicht mehr so stark von I<sub>y</sub> abhängt. Somit ist die Last bei Erreichen des Traglastzustandes so klein, dass durch das weitere Biegedrillknicken des Trägers kein schlagartiger Abfall mehr stattfindet, sondern stattdessen kontinuierlich mit größer werdender Steigung abnimmt.

Diese beiden unterschiedlichen Verläufe nach Erreichen der Traglast sind nochmal in der nachfolgenden Abbildung dargestellt.

Kleine Amplituden: Versagensmechanismus I Γ<sub>ult</sub>

Große Amplituden: Versagensmechanismus II Abnehmende negative Steigung nach Erreichen der Traglast

Zunehmende negative Steigung nach Erreichen der Traglast

Abbildung 4-52: Unterschiedliche Versagensmechanismen für große und kleine Amplituden

Es hängt also mit der Last zusammen, welche aufgebaut werden kann bevor sich die Steifigkeit maßgeblich ändert. Dies kann so weit gehen, dass bei besonders kleinen Amplituden der Abfall nach Erreichen der Traglast so groß ist und schlagartig stattfindet, dass Abaqus diesen nicht mehr simulieren kann und abbricht. Für den Versuch V19 tritt dies beispielweise bei einer Amplitude von L/5000 auf.

Rückblickend lassen sich somit auch die Verformungen und plastischen Dehnungen im Traglastzustand begründen. Von L/3000 zu L/1500 hat die vertikale Verformung abgenommen, da der Zeitpunkt des schlagartigen Biegedrillknickens durch die vergrößerte Amplitude früher stattfindet. Diese kleinere Last und die geringe horizontale Auslenkung führen dazu, dass die plastischen Dehnungen abnehmen.

Dem gegenüber steht der Bereich der großen Amplituden, wo sich, wie bereits erwähnt, die Steifigkeit schon zu Beginn maßgeblich ändert und die vertikale Verformung so bis zum Erreichen der Traglast zunimmt statt, wie im Bereich kleiner Amplituden, abzunehmen. Die großen horizontalen Auslenkungen führen dann dazu, dass trotz kleinerer Traglast die plastischen Dehnungen größer sind.

Anhand der Verläufe aus den experimentellen Untersuchungen können alle Versuche außer V17 dem Versagensmechanismus I zugeordnet werden. Dieses Verhalten lässt sich ebenfalls mit den Vermessungsergebnissen begründen, bei welchen sich nur geringe Abweichungen vom Nettoquerschnitt und keine Vorkrümmung feststellen ließen.

Eine zusätzliche gewonnene Erkenntnis ist, dass besonders schlanke Träger oder besonders große Amplituden nicht zwangsläufig dazu führen müssen, dass der Träger sich bei Erreichen der Traglast rein elastisch verhält. Jeder Fall muss individuell für sich betrachtet werden.

Da die Amplitude nun einen maßgeblichen Einfluss auf die Traglast und auf den Verlauf der Kurven besitzt, ist es nicht für alle Versuche möglich, eine Amplitude zu finden, welche einerseits die Traglast und andererseits den Verlauf vollständig perfekt abbildet. Vor allem für die Verläufe nach Erreichen der Traglast kann nicht immer eine einhundertprozentige Übereinstimmung gefunden werden. Es ist jedoch aus der Praxis bekannt, dass die Fließgrenzen weder über den Querschnitt, noch über verschiedene Versuchskörper einer Produktionscharge immer konstant sind. Da für die Modellierung zu diesem Zeitpunkt lediglich die Fließgrenze aus einer Zugprobe vorliegt, kann eine praxisgerechte Streuung von bis zu 10% angenommen werden. Zuguntersuchungen an Versuchskörpern aus einer Charge zu ähnlichen Versuchen bestätigen dies [26]. Die richtige Vorimperfektion kann somit erst nach einer Anpassung der Fließgrenzen gefunden werden. Dies begründet die in Kapitel 4.3.2.1 abweichende Fließspannung bei der Verifizierung des Modells an Hand der Traglastberechnung ohne Imperfektion. Die Traglastanalysen mit und ohne modifizierter Fließgrenze für die Versuche V19 und V20 sind in Abbildung 4-53 und Abbildung 4-54 abgebildet. Hierbei sind bereits die Amplituden gewählt, welche eine gute Übereinstimmung bei angepasster Fließgrenze liefern. Das bei V20 eine größere Anpassung der Fließgrenze stattfinden muss, liegt darin begründet, dass dieser bei einer Amplitude von L/1500 im Vergleich zu anderen Amplituden zum Versagenszeitpunkt besonders kleine Spannungen aufweist, siehe Abbildung 4-51, in welcher die plastischen Dehnungen abgebildet sind, die wiederum Rückschlüsse auf die Spannung geben.



und ohne Modifikation der Fließgrenze

und ohne Modifikation der Fließgrenze

Wie zu sehen ist, führt die Modifikation der Fließgrenze dazu, dass bei gleich bleibenden Verlauf der Kurven die Traglast früher erreicht wird. Dies ist darauf zurück zu führen, dass sobald die Fließgrenze an einzelnen Stellen erreicht wird, auf Grund des Fließplateaus sich die einzelnen Stellen ohne Laststeigerung dehnen können. Diese, bei schlanken Trägern nur vereinzelt auftretende, Dehnung begünstigt schon soweit die Verdrehung und das horizontale Ausweichen des Querschnittes, dass der durchschlagende Prozess des Biegedrillknicks früher eintritt. Mit durschlagendem Prozess des Biegedrillknickens ist hierbei der Zeitpunkt ab welchem die Verdrehung und die horizontale Verformung so schnell zunehmen, dass sich die Steifigkeit für die vertikale Durchbiegung ändert und ein Erreichen der Traglast kurz bevor steht. Die Kurve zweigt somit früher von dem Verlauf der Kurve mit größerer Fließgrenze ab und verläuft anschließend parallel zu dieser. Mit den angepassten Fließgrenzen ergibt sich der Vergleich der experimentellen und numerischen Traglasten wie folgt in Tabelle 4-7.

	Aplitude	Streckgrenze	Abweichung	Exp. Traglast	Num.Traglast	Abweichung
	[-]	$[N/mm^2]$	[%]	[kN]	[kN]	[%]
V17	L/1000	418	-	204.10	204.80	0.34
V18	L/1750	418	-	130.52	130.89	0.28
V19	L/3000	400	4.3	80.27	80.37	0.12
V20	L/1500	375	10.3	48.14	48.20	0.12

Tabelle 4-7: Vergleich der numerischen und experimentellen Traglasten

Bei allen vier Versuchen sind die Abweichungen der numerischen Traglasten <0,4%. Somit wurde durch die Anpassung der Fließgrenze für die Versuche V19 und V20, neben der bereits vorhandenen guten Übereinstimmung der Verläufe, ebenfalls die Traglast sehr gut getroffen.

Hier sei angemerkt, dass für den Versuch V19 selbst ohne eine Anpassung ein vergleichsweise gutes Resultat erzielt werden kann. Bei einer Amplitude von L/2100 ergibt sich ein ähnliches Ergebnis wie bei der Amplitude von L/3000 mit angepasster Fließgrenze, siehe Tabelle 4-8 und Abbildung 4-55. Für den Versuch V20 ergibt sich eine annähernd gleiche Traglast ohne Anpassung der Fließgrenze bei einer Amplitude von L/1000. Die Verläufe weisen dann hauptsächlich im Bereich vor Erreichen der Traglast eine gute Übereinstimmung auf, siehe Tabelle 4-8 und Abbildung 4-56.

Tabelle 4-8: Vergleich der numerischen und experimentellen Traglasten für den Versuch V19 ohne Anpassung der Fließgrenze

	Aplitude	Streckgrenze	Exp. Traglast	Num.Traglast	Abweichung
	[-]	$[N/mm^2]$	[kN]	[kN]	[%]
V19	L/2100	418	80.27	80.39	0.14
V20	L/2100	418	48.14	48.28	0.29





Abbildung 4-56: V20: Kraft F über w, v und  $\phi_x$  mit und ohne Modifikation der Fließgrenze

### Vergleich der Verformungsverläufe über die Trägerlänge

Ein letzter Schritt zur Verifizierung des Modells findet durch einen Vergleich der Verformungen und Verdrehung über die Trägerlänge statt. So werden für die fünf Messstellen die Verformungen und Verdrehung in Schwereachse des Profils ausgewertet und vergleichend mit den experimentellen Messungen gegenübergestellt. In den Abbildungen im Anhang E ist dies, für drei verschiedene Laststufen, siehe Abbildung 4-57 abgebildet, wobei die Laststufen identisch zu denen aus der experimentellen Auswertung sind.



Abbildung 4-57: Illustration der drei Laststufen anhand Versuch V18

Für Versuch V17 wird wegen bereits erläuterter Gründe auf einen Vergleich verzichtet.

Beim Versuch V18 findet, gleich zu der experimentellen Auswertung in Kapitel 3.3, für die horizontale Verformung und Verdrehung lediglich ein Vergleich zu einem Zeitpunkt bei Erreichen der Traglast statt, da erst ab dort die Messungen in einem Größenbereich liegen, in dem kleinste Schwingungen keinen maßgeblich störenden Einfluss besitzen. Abaqus [20] liefert zwar eine klar definierte Kurve, da eine Simulation nicht den Störungen aus Versuchsbedingungen unterliegt, ein Vergleich mit Versuchsdaten ist jedoch nicht sinnvoll.

Für die Versuche V19 und V20 kann eine fast vollständige Übereinstimmung für alle drei Messpunkte in allen Laststufen festgestellt werden. Dies gilt neben der vertikalen Verformung ebenfalls für die Verdrehung und die horizontale Verformung. Diese können über die Länge x für die experimentellen sowie für die numerischen Ergebnisse durch ein Polynom vierten grades beschrieben werden. Durch die symmetrische Belastung des Trägers sind auch die Verläufe symmetrisch zu erwarten, was neben der experimentellen Auswertung nun auch die numerische Auswertung ergeben hat. Das Modell liefert somit nachvollziehbare und mit den Versuchen übereinstimmende Ergebnisse.

Lediglich für die horizontale Verformung und Verdrehung bei Versuch V18 lässt sich feststellen, dass diese zwar vom Verlauf her gleich zu denen aus den Versuchen sind, jedoch etwas größer ausfallen. Diese Abweichung resultiert jedoch aus der Ergebnisdarstellung, dass für Numerik und Versuch die identische Last betrachtet wird. Dadurch, dass ab Erreichen der Traglast die seitliche Auslenkung und die Verdrehung nahezu horizontal verlaufen, ist selbst bei fast identischen Kraft-Verformungs-Verläufen, bei Betrachtung von Einzelwerten, eine große Abweichung die Folge, siehe auch Abbildung 4-58. Wenn für Numerik und Versuch nur leicht unterschiedliche Lasten gewählt werden würden, würden die Punkte wieder übereinanderliegen.



Abbildung 4-58: V18: Abweichung  $\Delta v$  bei Betrachtung eines Lastzustandes F<sub>i</sub> nach Erreichen der Traglast *Fazit* 

Insgesamt ist das FE-Modell somit mittels verschiedener Untersuchungen verifiziert worden. Die durchgeführte Verifizierung kann hierbei in drei Stufen gegliedert werden:

- 1) Eigenwertanalyse: Überprüfung der Eigenwertanalyse mit der bereits verifizierten Software LTBeam [14].
- Traglastanalyse ohne Imperfektion: Überprüfung der korrekten Modellierung des statischen Systems und einem Vergleich mit der Durchbiegung nach Balkentheorie. Zusätzlicher Vergleich der Traglast ohne Stabilitätsgefährdung nach nomineller und numerischer Berechnung.
- 3) Traglastanalyse mit Imperfektion: Vergleich der Traglasten, und Kraft-Verformungsverläufe mit denen aus durchgeführten Versuchen. Primärer Aspekt ist die Übereinstimmung der Traglast und der Verläufe bis zum Erreichen dieser.

In der dritten Stufe können leichte Abweichungen hingenommen werden, da das Modell mit perfekten Querschnittswerten modelliert wird und die geometrischen und strukturellen Imperfektionen des Versuchskörpers in einer geometrischen, eigenformaffiner Vorimperfektion gebündelt werden. Dies entspricht auch den analytischen Grundlagen, sodass sich hier bewusst für diese Vorgehensweise entschieden wurde. Nach erfolgreicher Verifizierung des FE-Modells wurde dieses im weiteren Verlauf des Forschungsvorhabens genutzt um das Parameterfeld auf weitere Belastungsfälle auszuweiten. Dies wurde parallel zu den numerischen Studien in [2] durchgeführt, bei denen ein Modell auf Basis von dreidimensionalen Balkenelementen benutzt worden ist. Die Ergebnisse beider Studien werden zusammenfassend in dem nächsten Kapitel dargestellt.

### 5 Vorgeschlagenes Bemessungskonzept

### 5.1 Leitfaden zum Stabilitätsnachweis aus der Haupttragebene

Die Stabilitätsbemessung von Bauteilen, Teiltragwerken und Gesamttragwerken aus Stahl ist grundsätzlich in DIN EN 1993-1-1 [1] geregelt. Dabei wird zwischen dem direkten Nachweis nach Theorie 2. Ordnung unter Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen, beschrieben in Kapitel 5 [1] und dem Ersatzstabnachweis mit Knickkurven (Kapitel 6.3 [1]) unterschieden. Beide Vorgehensweisen sollten bei mit dem Hintergrund eines mechanisch konsistenten Imperfektionsansatzes zum gleichen Bemessungsergebnis führen [2]. Zudem wird prinzipiell zwischen Biegeknick- und Biegedrillknicknachweisen unterschieden, die bei kombinierter Beanspruchung mittels Interaktion wiederum vermischt werden. Der Gedanke, mit einem Allgemeinen Verfahren gleichzeitig Biegeknick- und Biegedrillknicknachweise führen zu können, wird im EC3 [1] ebenfalls behandelt aber nicht zu Ende geführt. Genau hier setzt das in [2] entwickelte und im Rahmen des Forschungsvorhabens aufgearbeitete Bemessungskonzept an. Dieses wird in den nachfolgenden Kapiteln, getrennt für die beiden möglichen Vorgehensweisen, beschrieben. Es sei darauf hingewiesen, dass nachfolgend, zwecks Übersichlichkeit, das bereits aufbereitete Konzept gezeigt wird. Die Hintergründe und Herleitungen sind [2] zu entnehmen.

### 5.2 Stabilitätsnachweis nach Theorie 2. Ordnung

Für den Stabilitätsnachweis eines Tragwerks nach Theorie 2. Ordnung bestehen grundsätzlich 2 Möglichkeiten die Imperfektionen anzusetzen. So können die geometrischen und strukturellen Imperfektionen entweder getrennt voneinander oder durch die Definition einer geometrischer Ersatzimperfektion kombiniert angesetzt werden. Da sich nur mit Ansatz der letzteren Variante der Nachweis nach Theorie 2. Ordnung in einen Nachweis mit Knickkurven überführen lässt, wird nachfolgend nur das Konzept der geometrischen Ersatzimperfektionen beschrieben. Ein weiterer Vorteil dieser Vorgehensweise ist der direkte Bezug auf die im EC3 [3] angegebenen Imperfektionsbeiwerte, die so definiert sind, dass sie bereits beide Imperfektionsanteile beinhalten. [2]

Nachfolgend werden ausschließlich die zum Nachweis der Stabilität erforderlichen geometrischen Ersatzimperfektionen betrachtet. Imperfektionen zur Tragwerksberechnung (z.B. globale Anfangsschiefstellung), sowie die in der Regel damit verbundene Erhöhung der Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung in der Haupttragebene sind zusätzlich zu berücksichtigen. Als Referenzmodell wird ein beidseitig gabelgelagerter Einfeldträger unter konstanter Biegeund Normalkraftbeanspruchung betrachtet (siehe Abbildung 5-1), der im Ansatz einer Kombination der beiden Standardfälle für Biegekicken und Biegedrillknicken entspricht. [2]



Abbildung 5-1: Referenzmodell für den Imperfektionsansatz aus [2]

Der Stabilitätsnachweis kann mit einer linearen Querschnittsinteraktion, unter Berücksichtigung sämtlicher aus der Eigenform resultierenden Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung, wie folgt geführt werden:

$$\frac{N_E}{N_R} + \frac{M_{y,E}}{M_{y,R}} + \frac{M_{z,E}^{II}}{M_{z,R}} + \frac{M_{\omega,E}^{II}}{M_{\omega,R}} = 1$$
(5.1)

Die geometrische Ersatzimperfektion wird dabei stets eigenformaffin angesetzt und lässt sich somit entsprechend des Stabilitätsfalls wie folgt beschreiben.

Für Ausweichen in z-Richtung (in der Haupttragebene):

$$w_0(x) = w_0 \cdot \overline{w}(x) \tag{5.2}$$

Für Ausweichen in y-Richtung (aus der Haupttragebene):

$$v_0(x) = v_0 \cdot \bar{v}(x) \tag{5.3}$$

$$\varphi_{x,0}(x) = \varphi_{x,0} \cdot \bar{\varphi}_x(x) \tag{5.4}$$

$$\omega_0(x) = \omega_0 \cdot \overline{\omega}(x) \tag{5.5}$$

Dabei sind, für den Fall des Biegedrillknickens, die Verschiebung  $v_0$ , die Verdrehung  $\varphi_{x,0}$  und die Verwölbung  $\omega_0$  über den Drehradius *r* gekoppelt, Abbildung 5-2. [2]

Bei Betrachtung der analytischen Grundlagen wird deutlich, dass die Imperfektionsansätze konsistent sein müssen, mit folgenden Bedingungen: Sie sind erstens von der Schlankheit  $(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)$  abhängig. Zweitens hängen sie von dem Verhältnis des Widerstands der in der Theorie 2. Ordnung angeregten Schnittgröße zum Widerstand der Hauptbeanspruchung ab. Dabei sind  $M_{z,R}$  infolge von  $\varphi_{x,0}$  und  $M_{\omega,R}$  infolge von  $\omega_0$  in den Ansätzen mit  $M_{y,R}$  ins Verhältnis zu setzen. Und drittens ist der Imperfektionsbeiwert  $\alpha_{LT}$  aus  $\alpha$ , der Kernweite  $k_z$  und dem Drehradius r zu berechnen. Unter Beachtung dieser Zusammenhänge ergibt sich ein

einheitlicher Imperfektionsansatz, Abbildung 5-2. Die Ersatzimperfektion werden mit  $\bar{\lambda} = \sqrt{\alpha_{ult}/\alpha_{cr}}$  und  $\bar{\lambda}_0 = 0.2$ , sowie unter den Definitionen in Gl. (5.9) formuliert zu:

$$v_0 = k_y \cdot \alpha \left( \bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 \right) \tag{5.6}$$

$$\varphi_{x,0} = k_{\varphi} \cdot \alpha_{LT} \left( \bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 \right) = \frac{k_y}{k_z} \frac{k_z}{r_{\alpha_{LT}}} \alpha \left( \bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 \right) = v_0 \cdot \frac{1}{r}$$
(5.7)

$$\omega_0 = k_\omega \cdot \alpha_{LT} \left( \bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 \right) = \frac{k_y}{k_z} \cdot r^2 \rho^2 \cdot \frac{k_z}{r_{\alpha_{LT}}} \alpha \left( \bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 \right) = v_0 \cdot r \cdot \rho^2$$
(5.8)

Man sieht, dass die Vorfaktoren vor  $\alpha$  bzw.  $\alpha_{LT}$  die jeweiligen "Kerngrößen" in Richtung und Dimension der zugehörigen Imperfektion sind:

$$\frac{M_{z,R}}{N_R} = k_y \quad \frac{M_{y,R}}{N_R} = k_z \quad \frac{M_{z,R}}{M_{y,R}} = k_\varphi \quad \frac{M_{\omega,R}}{M_{y,R} \cdot h/2} \cdot r^2 \rho^2 = \frac{k_y}{k_z} \cdot r^2 \rho^2 = k_\omega$$
(5.9)



Abbildung 5-2: Konsistenter Imperfektionsansatz für Biegeknicken und Biegedrillknicken (Ausweichen aus der Haupttragebene) [2]

Dabei entspricht  $\rho$  dem Anteil des Torsionsabtrags über Verwölbung, welcher sich allgemein durch das Verhältnis des über Normalspannungen abtragenden Anteils  $M_{\omega}$  aus dem gesamtem Bimoment  $M_{\omega+\tau}$  beschreiben lässt. Alternativ kann  $\rho$  mit hinreichender Genauigkeit über das aus der Hauptbeanspruchung  $N_E$  und  $M_{y,E}$  resultierende Verhältnis der kritischen Lasterhöhungsfaktoren mit und ohne Berücksichtigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit  $\alpha_{cr}$  und  $\alpha_{cr}^*$  berechnet werden [2]:

$$\rho = \frac{M_{\omega}}{M_{\omega+\tau}} \approx \frac{\alpha_{cr}^*}{\alpha_{cr}}$$
(5.10)

Durch die genannte Kopplung von  $v_0$  und  $\varphi_{x,0}$  über den Drehradius r für den Fall des Biegedrillknickens:

$$\nu_0 = \varphi_{x,0} \cdot r \tag{5.11}$$

und Gleichsetzten von Gl. (5.6) und Gl. (5.7) ergibt sich der mechanische Zusammenhang zwischen den Imperfektionsbeiwerten für Biegeknicken und Biegedrillknicken:

$$\alpha_{LT} = \frac{k_z}{r} \alpha \tag{5.12}$$

Damit lassen sich fürs Biegedrillknicken, selbst bei kombinierter Beanspruchung,  $\varphi_{x,0}$  und  $\omega_0$  in Abhängigkeit von  $\nu_0$  und somit direkt über den Imperfektionsbeiwert  $\alpha$  für Biegeknicken aus der Haupttragebene beschreiben. Es wird mit  $\bar{\lambda}_0 = 0,2$  und den Imperfektionsbeiwerten  $\alpha$  stets der Bezug zum Biegeknicken nach EC3 [1] empfohlen.

### 5.3 Stabilitätsnachweis mit Knickkurven

Mit dem oben beschriebenen Imperfektionsansatz lässt sich der Nachweis mit linearerer Querschnittsinteraktion und Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung in einen Ersatzstabnachweis bzw. Nachweis mit Knickkurven überführen. Dabei sind als Leiteinwirkungen die Schnittgrößen definiert, die in der betrachteten Haupttragebene wirken und Theorie 2. Ordnungs Effekte aus der Haupttragebene heraus erzeugen. Somit muss dabei weiterhin, in Abhängigkeit des Stabilitätsversagens bzw. der maßgebenden Eigenform, zwischen Biegeknicken und Biegedrillknicken unterschieden werden. So ist die Haupttragebene für Biegeknicken allein durch die einwirkende Normalkraft  $N_E$  und für Biegedrillknicken durch die Normalkraft und das Hauptbiegemoment  $M_{y,E}$  definiert. Nachfolgend wird nur das resultierende Nachweiskonzept gezeigt, alle Hintergründe und Herleitungen sind [2] zu entnehmen. Mit dem vorgeschlagenen Nachweiskonzept werden grundsätzlich nur die Schnittgrößenerhöhungen nach Theorie 2. Ordnung betrachtet, die aus dem Stabilitätsversagen selbst bzw. dem Ausweichen aus der Haupttragebne entstehen. Theorie 2. Ordnungs Effekte in der Haupttragebene, die bei Betrachtung von Gesamttragwerken (z.B. Rahmen) entstehen, sind zusätzlich zu berücken. [2]

### 5.3.1 Biegeknicken

Für Bauteile, die in ihrer Haupttragebene auf Druck  $N_E$  beansprucht werden und aufgrund ihrer Lagerung und/oder Belastung in ihrer maßgebenden Eigenform keine Verdrehung um die Stabachse  $\varphi_x$  aufweisen, entspricht das Stabilitätsversagen dem Biegeknicken. Der Stabilitätsnachweis kann dann durch einen gezielten Nachweis an der Bemessungsstelle wie folgt geführt werden:

Tabelle 5-1: Biegeknicken - Nachweisformat mit Abminderungs- und Interaktionsbeiwe
--

Nachweisformat:	$\frac{\gamma_{M1}}{\chi \cdot \alpha_{ult}} \le 1$	$\alpha_{ult} = \frac{N_R}{N_E}$	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult}}{\alpha_{cr}}}$
Abminderungsbeiwert:	$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$		
	$\phi = 0.5 \big[ 1 + \alpha \big( \bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 \big) \big]$	$)+k_m+\bar{\lambda}^2]$	
Interaktionsbeiwert:	$k_m = \frac{e_z}{k_z} + \frac{e_y}{k_y}$		

Zur Berücksichtigung zusätzlicher Biegebeanspruchungen  $M_{y,E}$  und  $M_{z,E}$  werden die folgenden Hilfswerte definiert:

Tabelle 5-2: Biegeknicken - Hilfswerte zur Berücksichtigung zusätzlicher Belastungsfälle

Einwirkungsseite: (Lasthebelarme)	$e_z = \frac{M_{y,E}}{N_E}$	$e_{\mathcal{Y}} = \frac{M_{z,E}}{N_E}$
Widerstandsseite: (Kerngrößen)	$k_z = \frac{M_{y,R}}{N_R}$	$k_{y} = \frac{M_{z,R}}{N_{R}}$

### 5.3.2 Biegedrillknicken

Für Bauteile, die in ihrer Haupttragebene auf Biegung  $M_{y,E}$  beansprucht werden und in ihrer maßgebenden Eigenform eine Verdrehung um die Stabachse  $\varphi_x$  aufweisen, entspricht das Stabilitätsversagen dem Biegedrillknicken. Der Stabilitätsnachweis kann dann durch einen gezielten Nachweis an der Bemessungsstelle wie folgt geführt werden:

Tabelle 5-3: Biegedrillknicken	<ul> <li>Nachweisformat mit Abmi</li> </ul>	inderungs- und Interaktionsbeiwert
--------------------------------	---	------------------------------------

Nachweisformat:	$\frac{\gamma_{M1}}{\chi \cdot \alpha_{ult}} \le 1$	$\alpha_{ult} = \frac{M_{y,R}}{M_{y,E}}$	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult}}{\alpha_{cr}}}$
Abminderungsbeiwert:	$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$		
	$\phi = 0.5 \big[ 1 + \alpha_{LT} \big( \bar{\lambda} -$	$\bar{\lambda}_0\big)\cdot k_r+k_m+\bar{\lambda}^2\big]$	
	$\alpha_{LT} = \frac{k_z}{r} \cdot \alpha$	$k_z = \frac{M_{y,R}}{N_R}$	
Berücksichtigung der Verwöl- bung:	$k_r = 1 + \rho$	$\rho = \frac{M_{\omega}}{M_{\omega+\tau}} \approx \frac{\alpha_{cr}^*}{\alpha_{cr}}$	
Interaktionsbeiwert:	$k_m = \frac{e_{\varphi}}{k_{\varphi}} + \frac{e_{\omega}}{k_{\omega}}$		

Zur Berücksichtigung zusätzlicher Querbiegebeanspruchung  $M_{z,E}$ , sowie zusätzlicher Bimomentenbeanspruchung aus planmäßiger Torsion  $M_{\omega,E}(M_{T,E})$  werden die folgenden Hilfswerte definiert:

Tabelle 5-4: Biegedrillknicken - Hilfswerte zur Berücksichtigung zusätzlicher Belastungsfälle

Einwirkungsseite: (Lasthebelarme bzwwinkel)	$e_{\varphi} = \frac{M_{z,E}}{M_{y,E}}$	$e_{\omega} = rac{M_{\omega,E}}{M_{\mathcal{Y},E}}$	
Widerstandsseite: (Kerngrößen)	$k_{\varphi} = \frac{M_{z,R}}{M_{y,R}}$	$k_{\omega} = \frac{M_{\omega,R}}{M_{y,R} \cdot h/2}$	

### 5.3.3 Biegeknicken und Biegedrillknicken

Für Bauteile, die in ihrer Haupttragebene auf Biegung  $M_{y,E}$  und/oder Druck  $N_E$  beansprucht werden und in ihrer maßgebenden Eigenform eine Verdrehung um die Stabachse  $\varphi_x$  aufweisen, entspricht das Stabilitätsversagen dem Biegedrillknicken. Der Stabilitätsnachweis kann dann durch einen gezielten Nachweis an der Bemessungsstelle wie folgt geführt werden:

#### Tabelle 5-5: Biegedrillknicken - Nachweisformat mit Abminderungs- und Interaktionsbeiwert

Nachweisformat:	$\frac{\gamma_{M1}}{\chi \cdot \alpha_{ult}} \leq 1$	$\alpha_{ult} = \left(\frac{N_E}{N_R} + \frac{M_{y,E}}{M_{y,R}}\right)^{-1}$	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult}}{\alpha_{cr}}}$
Abminderungsbeiwert: (bezogen auf $\alpha$ )	$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$	<del>-</del> 2	
	$\phi = 0.5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} -$	$(-\bar{\lambda}_0) \cdot k_n + k_m + \bar{\lambda}^2$	
Berücksichtigung der Verwöl- bung:	$k_r = 1 + \rho$	$\rho = \frac{M_{\omega}}{M_{\omega + \tau}} \approx \frac{\alpha_{cr}^*}{\alpha_{cr}}$	
Interaktionsbeiwerte:	$k_n = \frac{e_z}{r} \cdot \frac{k_r + r/e}{1 + e_z/k}$		
	$k_m = \frac{e_{\varphi}}{k_{\varphi}} + \frac{e_{\omega}}{k_{\omega}}$		

Zur Berücksichtigung der Hauptbeanspruchung  $N_E$  und  $M_{y,E}$ , sowie der zusätzlichen Querbiege- und Bimomentenbeanspruchung  $M_{z,E}$  und  $M_{\omega,E}(M_{T,E})$  werden die folgenden Hilfswerte definiert:

#### Tabelle 5-6: Biegedrillknicken - Hilfswerte zur Berücksichtigung zusätzlicher Belastungsfälle

Einwirkungsseite: (Lasthebelarme bzwwinkel)	$e_z = rac{M_{y,E}}{N_E}$	
	$e_{arphi} = rac{M_{z,E}}{M_{y,E}}$	$e_{\omega} = rac{M_{\omega,E}}{M_{y,E}}$
Widerstandsseite: (Kerngrößen)	$k_z = \frac{M_{y,R}}{N_R}$	
	$k_{\varphi} = \frac{M_{z,R}}{M_{y,R}}$	$k_{\omega} = \frac{M_{\omega,R}}{M_{y,R} \cdot h/2}$

## 6 Beispielrechnungen

Die nachfolgend aufgeführten Beispiele werden zunächst nach aktuellem Stand der Technik (EC3 [1]) berechnet und später mit den Ergebnissen des vorgeschlagenen Verfahrens verglichen. Dabei wird ausschließlich ein Stabilitätsversagen betrachtet und auf die resultierende Traglast zurück gerechnet. Bei der Bemessung nach EC3 [1] werden hauptsächlich die Ergebnisse der am Projekt beteiligten Industriepartner zusammengefasst und Auszüge aus den Bemessungsprotokollen der verwendeten Software gezeigt.

6.1 Beispiel 1 - Einachsige Biegung (beidseitig gelenkig gelagerter Stab)

## System und Belastung

Mit dem ersten Beispiel soll der Stabilitätsnachweis anhand des Biegedrillknickversuchs V03 gezeigt werden. Es handelt sich um einen beidseitig gabelgelagerten Einfeldträger mit konstantem Querschnitt (IPE 330), der durch eine Einzellast in Feldmitte beansprucht wird. Der Lastangriffspunkt ist 5 mm oberhalb des Obergurtes, Abbildung 6-1. Um eine praxisnahe Nachrechnung zeigen zu können werden sämtliche Randbedingungen, sowie die Querschnittswerte, abweichend zu den Versuchsnachrechnungen, als ideell bzw. nominell angenommen. Mit Ausnahme der Streckgrenze, da hier die Abweichungen zu den nominellen Werten zu groß sind, vgl. Tabelle 3-3.



Abbildung 6-1: Beispiel 1 (Versuch V03)- System und Belastung

Die Lagerungsbedingungen bzw. Freiheitsgrade sind wie folgt anzunehmen:

- Lager A: Gabellagerung ohne Wölbbehinderung
  - $u, v, w, \varphi_x$  gehalten  $\varphi_y, \varphi_z, \varphi_\omega$  frei
- Lager B: Gabellagerung ohne Wölbbehinderung  $v, w, \varphi_x$  gehalten  $u, \varphi_y, \varphi_z, \varphi_\omega$  frei
- Lasteinleitung frei verschieblich  $u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \varphi_\omega$  frei

Die für die Stabilitätsbemessung maßgebenden Querschnittswerte ergeben sich nominell wie folgt:

$$W_{pl,y} = 804,3 \ cm^3$$
  $I_T = 27,6 \ cm^4$   
 $I_z = 788,2 \ cm^4$   $I_\omega = 199.877 \ cm^6$ 

### Kritisches Biegedrillknickmoment

Das kritische Biegedrillknickmoment wird hier mittels einer Eigenwertberechnung mit dem Programm LTBeamN [14] berechnet und ergibt sich zu:

$$M_{y,cr} = 398,62 \ kNm$$

### Ersatzstabnachweis nach DIN EN 1993-1-1

Der Stabilitätsnachweis kann für das gegebene Beispiel als Ersatzstabnachweis nach DIN EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.3 geführt werden. Der dazu erforderliche Imperfektionsbeiwert ergibt sich nach Tab.6.3 und 6.5 wie folgt:

$$h/b = 330/160 = 2,06 > 2$$
  
 $\rightarrow \alpha_{LT} = 0,49$ 

Die bezogene Bauteilschlankheit ergibt sich nach Gl. 6.56 zu:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{y,cr}}} = \sqrt{\frac{804,5 \cdot 40,9}{39.862}} = 0,909$$

Der Abminderungsfaktor ergibt sich nach Gl. 6.57 zu:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,935 + \sqrt{0,935^2 - 0,75 \cdot 0,909^2}} = 0,695$$

mit

$$\phi_{LT} = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^{2}\right]$$

 $\phi_{LT} = 0.5 \cdot [1 + 0.49 \cdot (0.909 - 0.4) + 0.75 \cdot 0.909^2] = 0.935$ 

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$$
 nach DIN EN 1993-1-1/NA [3]

$$\beta = 0,75$$
 nach DIN EN 1993-1-1/NA [3]

Um den Momentenverlauf zwischen den seitlichen Lagerungen zu berücksichtigen, darf der Abminderungsfaktor nach GI. 6.58 wie folgt modifiziert werden:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} = \frac{0,695}{0,932} = 0,746$$
  
mit  $f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[ 1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right]$   
 $f = 1 - 0,5 \cdot (1 - 0,86) \cdot [1 - 2,0 \cdot (0,909 - 0,8)^2] = 0,932$   
 $k_c = 0,86$  nach Tab.6.6

Somit lässt sich nun der Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit nach GI. 6.55 bestimmen:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,746 \cdot 804,5 \cdot \frac{40,9}{1,1} \cdot 10^{-2} = 223,14 \ kNm$$

Und die Traglast ergibt sich durch umstellen der Nachweisgleichung 6.54 zu:

$$maxF_{z,d} = \frac{M_{b,Rd} \cdot 4}{L} = \frac{223,14 \cdot 4}{2,5} = 357,0 \ kN$$

 $M_{Ed} = \frac{F_{z,d} \cdot L}{4}$ 

mit

Somit ergibt sich nach EC3 [1] eine maximale Traglast von  $maxF_{z,d} = 357,0 kN$ , was ohne Teilsicherheitsbeiwert einem Wert von  $maxF_{z,k} = 392,7 kN$  entspricht. Verglichen mit der im Versuch festgestellt Traglast von  $F_u = 443,5 kN$  (siehe Abbildung 3-21) liegt der Nachweis um 11,5 % auf der sicheren Seite.

### Stabilitätsnachweis mit Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung

Der Stabilitätsnachweis nach Theorie 2. Ordnung wurde mit dem Programm FE-STAB [27] durchgeführt. Dazu wurde die geometrische Ersatzimperfektion entsprechend den aktuell gültigen Regeln nach EC3 [1] in Form einer Vorkrümmung mit dem nach Tabelle 5.1 für die Knicklinie c und eine plastische Berechnung anzusetzenden Amplitude von  $e_{0,d} = L/150$ , welche weiter um den Faktor k = 0,5 nach Abs. 5.3.4 zu  $e_{0,d} = L/300$  reduziert wurde, angesetzt. Diese Vorgehensweise führt zu einem Bemessungswert der Traglast von  $maxF_{z,d} = 350,8 kN$  und einem entsprechenden charakteristischen Wert von  $maxF_{z,k} = 385,9 kN$ . Der Wert entspricht in Etwa dem Ergebnis aus der Bemessung mit Ersatzstabverfahren, wobei das Ersatzstabverfahren auf der sicheren Seite liegen sollte und nicht umgekehrt.

## 6.2 Beispiel 2 - Einachsige Biegung (einseitig eingespannter Stab)

Bei dem zweiten Beispiel (Versuch V10) handelt es sich um einen einseitig eingespannten Einfeldträger mit konstantem Querschnitt (IPE 160), der durch eine Einzellast bei  $x_F/L = 0.3$  beansprucht wird. Der Lastangriffspunkt ist ebenfalls 5 mm oberhalb des Obergurtes, Abbildung 6-2. Die Randbedingungen und Querschnittswerte werden ebenfalls als ideell bzw. nominell angenommen und die Streckgrenze mit gemessen Werten nach Tabelle 3-3.



### Abbildung 6-2: Beispiel 1 (Versuch V10)- System und Belastung

Die Lagerungsbedingungen bzw. Freiheitsgrade sind wie folgt anzunehmen:

- Lager A: Einspannung ohne Wölbbehinderung  $u, v, w, \varphi_x, \varphi_y$  gehalten  $\varphi_z, \varphi_\omega$  frei
- Lager B: Gabellagerung ohne Wölbbehinderung  $v, w, \varphi_x$  gehalten  $u, \varphi_y, \varphi_z, \varphi_\omega$  frei
- Lasteinleitung frei verschieblich

 $u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \varphi_\omega$  frei

Die für die Stabilitätsbemessung maßgebenden Querschnittswerte ergeben sich nominell zu:

$W_{pl,y} = 123,9 cm^3$	$I_T = 3,53 cm^4$
$I_z = 68,31 \ cm^4$	$I_{\omega} = 3.889 \ cm^6$

### Kritisches Biegedrillknickmoment

Das kritische Biegedrillknickmoment wird hier mittels einer Eigenwertberechnung mit dem Programm LTBeamN [14] berechnet und ergibt sich zu:

$$M_{v,cr} = 32,85 \ kNm$$

### Ersatzstabnachweis nach DIN EN 1993-1-1

Der Stabilitätsnachweis kann für das gegebene Beispiel als Ersatzstabnachweis nach DIN EN 1993-1-1, Abs. 6.3.2.3 geführt werden. Der dazu erforderliche Imperfektionsbeiwert ergibt sich nach Tab.6.3 und 6.5 wie folgt:

$$h/b = 160/82 = 1,95 < 2$$
  
 $\rightarrow \alpha_{LT} = 0,34$ 

Die bezogene Bauteilschlankheit ergibt sich nach Gl. 6.56 zu:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{y,cr}}} = \sqrt{\frac{123,9 \cdot 37,7}{3.285}} = 1,193$$

Der Abminderungsfaktor ergibt sich nach Gl. 6.57 zu:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{1,169 + \sqrt{1,169^2 - 0,75 \cdot 1,193^2}} = 0,583$$

m

nit 
$$\phi_{LT} = 0.5 \cdot [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2]$$
  
 $\phi_{LT} = 0.5 \cdot [1 + 0.34 \cdot (1.193 - 0.4) + 0.75 \cdot 1.193^2] = 1.169$   
 $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0.4$  nach DIN EN 1993-1-1/NA [3]  
 $\beta = 0.75$  nach DIN EN 1993-1-1/NA [3]

Um den Momentenverlauf zwischen den seitlichen Lagerungen zu berücksichtigen, darf der Abminderungsfaktor nach Gl. 6.58 wie folgt modifiziert werden:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} = \frac{0,583}{0,940} = 0,620$$
  
mit  $f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[ 1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right]$   
 $f = 1 - 0,5 \cdot (1 - 0,82) \cdot [1 - 2,0 \cdot (1,193 - 0,8)^2] = 0,940$   
 $k_c = 0,82$  nach Tab.6.6

Somit lässt sich nun der Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit nach Gl. 6.55 bestimmen:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,620 \cdot 123,9 \cdot \frac{37,7}{1,1} \cdot 10^{-2} = 26,35 \, kNm$$

Und die Traglast ergibt sich durch umstellen der Nachweisgleichung 6.54 zu:

$$maxF_{z,d} = \frac{M_{b,Rd}}{0.255 \cdot 0.7 \cdot L} = \frac{26.35}{0.255 \cdot 0.7 \cdot 3.5} = 66.9 \ kN$$

mit

$$M_{Ed} = F_{z,d} \cdot 0,255 \cdot 0,7 \cdot L$$

Somit ergibt sich nach EC3 [1] eine maximale Traglast von  $maxF_{z,d} = 42,2 kN$ , was ohne Teilsicherheitsbeiwert einem Wert von  $maxF_{z,k} = 46,42 kN$  entspricht. Verglichen mit der im Versuch festgestellt Traglast von  $F_u = 66,9 kN$  (siehe Abbildung 3-38) liegt der Nachweis um 30,6 % auf der sicheren Seite.

### Stabilitätsnachweis mit Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung

Auch für das zweite Beispiel wurde der Stabilitätsnachweis nach Theorie 2. Ordnung mit dem Programm FE-STAB [27] durchgeführt. Dazu wurde die geometrische Ersatzimperfektion, wie oben beschrieben, ebenfalls vereinfacht in Form einer Vorkrümmung mit der reduzierten Amplitude  $e_{0,d} = L/400$  angesetzt. Diese Vorgehensweise führt zu einem Bemessungswert der Traglast von  $maxF_{z,d} = 47,5 kN$  und einem entsprechenden charakteristischen Wert von  $maxF_{z,k} = 52,3 kN$ .

### 7 Computergestützte Umsetzung des Bemessungskonzeptes

Im Zuge des Forschungsvorhabens hat sich herausgestellt, dass die nun klare Vorgehensweise des vorgeschlagenen Bemessungskonzepts mit Knickkurven eine iterative bzw. computergestützte Nachweisführung obsolet macht. Beziehungsweise wäre eine programmiertechnische Umsetzung des in Kapitel 5.3 dargestellten Nachweiskonzeptes. ausreichend. Diese Umsetzung ist, da sich das Verfahren direkt an die bestehenden Bemessungsregeln nach DIN EN 1993-1-1 [1] anlehnt, ohne weiteres umsetzbar. Abbildung 7-1 zeigt diese einfachste Art der Umsetzung, anhand eines Beispiels, welches mit dem Tabellenkalkulationsprogramm MS Excel eingegeben wurde.



Abbildung 7-1: Beispiel 1 (Versuch V10)- System und Belastung

### Literaturverzeichnis

- DIN EN 1993-1-1: "Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau", Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005 + AC:2009, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2010.
- [2] Wieschollek, M., "Zum Stabilitätsnachweis von Tragwerken aus I-Profilen mit einheitlichen Nachweisverfahren", Dissertation RWTH Aachen, Schriftenreihe Stahlbau, Shaker Verlag, 2017 (unveröffentlicht).
- [3] DIN EN 1993-1-1/NA: "Nationaler Anhang National festgelegte Parameter Eurocode
   3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten Teil 1-1: Allgemeine
   Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau", Normenausschuss Bauwesen
   (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2015.
- [4] DIN EN 1990: "Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung" Deutsche Fassung DIN EN 1990:2002-10, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2002.
- [5] Naumes, J.C., "Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage", Dissertation RWTH Aachen, Schriftenreihe Stahlbau, Heft 70, Shaker Verlag, 2010.
- [6] Stangenberg, H., "Zum Bauteilnachweis offener, stabilitätsgefährdeter Stahlbauprofile unter Einbeziehung seitlicher Beanspruchungen und Torsion", Dissertation RWTH Aachen, Schriftenreihe Stahlbau, Heft 61, Shaker Verlag, 2007.
- [7] Feldmann, M., Eichler, B., Schaffrath, S., "Umdruck zur Vorlesung Stahlbau II", RWTH Aachen, Lehrstuhl für Stahlbau und Institut für Stahlbau und Leichtmetallbau, 2012.
- [8] Kuhlmann, U., "Stahlbau-Kalender 2016: Eurocode 3 Grundnorm, Werkstoffe und Nachhaltigkeit", Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2016.
- [9] Schulz, G., "Die Traglastberechnung von planmäßig mittig belasteten Druckstäben aus Baustahl unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen", Dissertation Technische Hochschule Graz, 1968.
- [10] Beer, H., Schulz, G., "Die Traglast des planmäßig mittig gedrückten Stabs mit Imperfektion", VDI-Zeitschrift 111 Seite 1537-1541, Seite 1683-1687 und Seite 1767-

1772, 1969.

- [11] Kuhlmann, U., Feldmann, M., Lindner, J., Müller, C., Stroetmann, R., Just, A., "Kommentar Eurocode 3 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Band 1: Allgemeine Regeln und Hochbau", DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2014.
- [12] Maquoi, R., Rondal, J., "Analytische Formulierung der neuen Europäischen Knickspannungskurven", Acier, Stahl, Steel, 1/1978.
- [13] Strohmann, I., "Zum Biegedrillknicken von biegebeanspruchten I-Profilen mit und ohne Voute", Dissertation TU Dortmund, 2010.
- [14] LTBeamN: Programm zur Berechnung von kritischen Eigenwerten biege- und normlakraftbeanspruchter Träger, CTISM, kostenloser Dowload unter www.ctism.com.
- [15] Papp, F., Rubert, A., Szalai, J., "DIN EN 1993-1-1-konforme integrierte Stabilitätsanalysen für 2D/3D-Stahlkonstruktionen (Teil 1)", Stahlbau 83, Heft 1, Ernst & Sohn Verlag, 2014.
- [16] Inventor 2015: 3D-CAD-Software, Autodesk, 2015.
- [17] DICKQ 6.52: Ermittlung der Profilkennwerte beliebiger Querschnitte, Berechnung der Spannungen und Bemessung, Dlubal.
- [18] DIAdem: Software zur Verwaltung, Auswertung und Darstellung von Messdaten, National Instruments, 2015.
- [19] RStab 8.02: 3D-Stabwerkssoftware zur Berechnung von Stabwerken aus Stahl, Beton, Holz, Aluminium oder anderen Materialien, Dlubal.
- [20] Abaqus 6.14: Finite Elemente Software zur Lösung linearer und nichtlinearer Probleme der Strukturanalyse, Wärmeleitung, Dynamik und Akustik, 3DS Simulia, 2014.
- [21] Priebe, J., "Stahlbau III Stabilitätsprobleme im Stahlbau", Skriptum zur Vorlesung, TUHH, Institut für Baustatik und Stahlbau, 2010.
- [22] Reese, S., "Finite Element Technology", Skriptum zur Vorlseung, RWTH Aachen, Institut of Applied Mechanics, 2016.
- [23] Bower, A.F., "Applied Mechanics of Solids: Introduction to Finite Element Analysis in Solid Mechanics", 2012.

- [24] Sun, E.Q., "Shear Locking and Hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS and ANSYS", 2006.
- [25] LTBeam Report on Validation Tests, CTICM, Juli 2002.
- [26] Feldmann, M., Naumes, J., Wieschollek, M., "BDK-Versuche an Durchlaufträgern", Prüfbericht unveröffentlicht, Aachen, 2010.
- [27] R. Kindmann, J. Laumann und J. Vette, FE-STAB, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Stahl-, Leicht- und Verbundbau, 2014.
- [28] DIN V ENV 1993-1-1: "Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten Teil
   1-1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau",
   Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.,
   Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1993.
- [29] DIN 18800-2: "Stahlbauten Teil 2: Stabilitätsfälle Knicken von Stäben und Stabwerken", Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2008.
- [30] Feldmann, M., Heinemeyer, C., Wieschollek, M., "Allgemeines Verfahren zum Nachweis gegen Stabilitätsversagen aus der Haupttragebene", AiF-Schlussbericht zum Forschungsvorhaben 17943 N, 2017.
- [31] Wieschollek, M., Heinemeyer, C., Feldmann, M., "Nachweis der Stabilität aus der Ebene mit dem Allgemeinen Verfahren", Tagungsband 20. DASt-Forschungskolloquium, Essen, 2016.
- [32] Bureau, A., Galéa, Y., "NCCI: Elastisches kritisches Biegedrillknickmoment", access steel, 2010.
- [33] Dorka, U.E., "Stahlbau Grundlagen: Das elastische Biegetorsionsproblem 2. Ordnung dünnwandiger Stäbe", Universität Kassel, Fachgebiet Stahl & Verbundbau.
- [34] Dankert, J., Dankert, H., "Technische Mechanik: Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik", 7. Auflage, Springer Vieweg Verlag, 2013.
- [35] Papula, L., "Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2", 12. Auflage, Vieweg & Teubner Verlag, 2009.
- [36] Krüger, U., "Stahlbau Teil 2 Stabilitätslehre, Stahlhochbau und Industriebau", 3. Auflage, Ernst & Sohn Verlag, 2004.

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: DIN EN 1993-1-1 [1] - Berechnungsgrundlagen für das Biegeknicken
Abbildung 1-2: DIN EN 1993-1-1 [1] - Berechnungsgrundlagen für das Biegedrillknicken 4
Abbildung 1-3: DIN EN 1993-1-1 [1] - Interaktion Biegeknicken und Biegedrillknicken 6
Abbildung 2-1: Stabilitätsprobleme: Arten des Gleichgewichts [7] 8
Abbildung 2-2: Gleichgewichtszustände und Verzweigungspunkt im Lastverformungs-
Diagramm [7]
Abbildung 2-3: Stabilitätsversagensfälle für Stäbe [2]
Abbildung 2-4: Tragwerksberechnung nach DIN EN 1993-1-1 [1]12
Abbildung 2-5: Biegeknicken senkrecht zur y-Achse bei einem imperfekten Stab [2]17
Abbildung 2-6: Biegeknicken: Knickspannungslinien nach EC3 [1]21
Abbildung 2-7: Fallbeispiel: System, Belastung und Profiltyp27
Abbildung 2-8: Fallbeispiel: Mögliche Knickspannungslinien nach
Kapitel 6.3.2.2 und 6.3.2.3 [1]
Abbildung 3-1: Poltreue Lasteinleitung
Abbildung 3-2: Unverschiebliche Lasteinleitung32
Abbildung 3-3: Versuchsreihe 1 - Beidseitig gelenkig
Abbildung 3-4: Versuchsreihe 2 - Einseitig teileingespannt
Abbildung 3-5: Versuchsreihe 3 - Biegung und Torsion
Abbildung 3-6: Übersicht Versuchsmatrix
Abbildung 3-7: Versuchstand und mögliche Freiheitsgrade [2]
Abbildung 3-8: Versuchsstand - Lasteinleitung oberer Teil [2]
Abbildung 3-9: Versuchsstand - Lasteinleitung unterer Teil, Lasteineitungdorn [2]37
Abbildung 3-10: Versuchsstand - Auflagerbock inklusive Grundplatte [2]
Abbildung 3-11: Einachsiger Neigungsmesser
Abbildung 3-12: Zweiachsiger Neigungsmesser
Abbildung 3-13: Querschnittsmessungen an den Messstellen 1-5
Abbildung 3-14: Messung der Auslenkung v und w an den Messstellen 2, 3 und 443
Abbildung 3-15: Vergleich Kraft F über Verformung w an der Messstelle 3 mit Balkentheorie
Abbildung 3-16: Vergleich Kraft F über Verformung v an der Messstelle 345

Abbildung 3-17: Vergleich Kraft F über Verformung $\phi_x$ an der Messstelle 345
Abbildung 3-18: Drehradius als Zusammenhang zwischen v und $\phi_x$ [2]46
Abbildung 3-19: Auswertung des Drehradius für V18-V2046
Abbildung 3-20: Beulen des Flansches bei V1747
Abbildung 3-21: Übersicht Versuchsreihe 1 - Beidseitig gelenkig
Abbildung 3-22: V01 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$ 49
Abbildung 3-23: V02 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$ 49
Abbildung 3-24: V03 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-25: V04 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-26: V11 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-27: V15 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-28: V17 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-29: V18 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-30: V19 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-31: V20 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-32: V21 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-33: V21b - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-34: V22 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-35: V22b - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-36: V23 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-37: V24 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-38: Übersicht Versuchsreihe 2 - Einseitig teileingespannt
Abbildung 3-39: V05 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-40: V06 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-41: V09 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-42: V10 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$
Abbildung 3-43: V13 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$ 60
Abbildung 3-44: V14 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$ 60
Abbildung 3-45: V07 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$ 61
Abbildung 3-46: V08 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$ 61
Abbildung 3-47: V16 - Kraft $F_z$ über $w_3$ , $v_3$ und $\phi_{x,3}$ 62

Abbildung 3-48: V12 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$	.62
Abbildung 3-49: Übersicht Versuchsreihe 3 - Biegung und Torison	.63
Abbildung 3-50: T01 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$	.64
Abbildung 3-51: T02 - Kraft $F_{z}$ über $w_{3},v_{3}$ und $\phi_{x,3}$	.64
Abbildung 3-52: T03 - Kraft $F_{z}$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$	.65
Abbildung 3-53: T04 - Kraft $F_z$ über $w_3,v_3$ und $\phi_{x,3}$	.65
Abbildung 4-1: Gesamte Partitionierung	.66
Abbildung 4-2: Partitionierung Querschnitt	.66
Abbildung 4-3: Partitionierung Lasteinleitung	.66
Abbildung 4-4: Partitionierung Lagerung	.66
Abbildung 4-5: FEM: Materialgesetze	.68
Abbildung 4-6: Realisierung der Lasteinleitung	.68
Abbildung 4-7: Wölbfreier Querschnitt [21]	.69
Abbildung 4-8: Nicht wölbfreier, offener Querschnitt [21]	.69
Abbildung 4-9: Realisierung der Lasteinleitung a) Seitenansicht b) Draufsicht	.70
Abbildung 4-10: C3D8: Lineares Volumenelement, C3D20: Quadratisches Volumenelemer	nt
	.71
Abbildung 4-11: Tatsächliche Abbildung der Biegung	.72
Abbildung 4-12: Approximierung der Biegung beim Elementtyp C3D8	.72
Abbildung 4-13: Approximierung der Biegung beim Elementtyp C3D20	.73
Abbildung 4-14: C3D8R: Reduzierte Integration beim linearen Volumenelement	.73
Abbildung 4-15: Incompatible Displacement – Bubble Function [22]	.73
Abbildung 4-16: System und Profiltyp für die Parameterstudie	.76
Abbildung 4-17: Einfluss des Elementtyps auf die Eigenwertanalyse	.77
Abbildung 4-18: Einfluss des Elementtyps auf die Traglastanalyse	.77
Abbildung 4-19: Mesh: Global Seeds 5mm	.78
Abbildung 4-20: Mesh: Global Seeds 20mm	.78
Abbildung 4-21: Befehl zum Erzeugen der Eigenformdatei	.78
Abbildung 4-22: Befehl zum Implementieren der Eigenformdatei (hier für V20_EA skaliert a 1,415)	auf .78
Abbildung 4-23:Parametrisiertes FE-Modell: Statisches System und Profiltyp	.79

Abbildung 4-24: Parametrisiertes FE-Modell: Grundeinstellungen	.80
Abbildung 4-25: Parametrisiertes FE-Modell: Manuelle Profileingabe	.80
Abbildung 4-26: Parametrisiertes FE-Modell: Abfrage für vorher definierte Versuchsreihen	.80
Abbildung 4-27: Versuch V17: Mehrfachüberhöhte Eigenform (Draufsicht Lager)	.81
Abbildung 4-28: Versuch V17: Mehrfachüberhöhte Eigenform mit Verschiebungsmagnitude in mm	e .82
Abbildung 4-29: EA V17: Eigenform $v_0$	.82
Abbildung 4-30: EA V17: Eigenform $\phi_{x,0}$	.82
Abbildung 4-31: EA V18: Eigenform $v_0$	.82
Abbildung 4-32: EA V18: Eigenform $\phi_{x,0}$	.82
Abbildung 4-33: EA V19: Eigenform $v_0$	.83
Abbildung 4-34: EA V19: Eigenform $\phi_{x,0}$	.83
Abbildung 4-35: EA V20: Eigenform $v_0$	.83
Abbildung 4-36: EA V20: Eigenform $\phi_{x,0}$	.83
Abbildung 4-37: EA V17 & V20: Eigenform $v_0$ über die Querschnittshöhe in Feldmitte	.84
Abbildung 4-38: TA ohne Imp.: Vergleich Balkentheorie mit numerischer Simulation	.86
Abbildung 4-39: V17-V20: Linear-elastisch-ideal-plastisches Materialgesetz	.86
Abbildung 4-40: TA ohne Imp.: Kraft-Verformungsverlauf mit IEiP. Materialgesetz	.87
Abbildung 4-41: TA V17 mit Imp.: Kraft-Verformungsverlauf für M1-M3	.89
Abbildung 4-42: TA V18 mit Imp.: Kraft-Verformungsverlauf für M1-M3	.89
Abbildung 4-43: TA V19 mit Imp.: Kraft-Verformungsverlauf für M1-M3	.89
Abbildung 4-44: TA V20 mit Imp.: Kraft-Verformungsverlauf für M1-M3	.89
Abbildung 4-45: V17 - Kraft F über die Verformungsgrößen w, v und $\phi_x$	.91
Abbildung 4-46: V18 - Kraft F über die Verformungsgrößen w, v und $\phi_x$	.91
Abbildung 4-47: V19 - Kraft F über die Verformungsgrößen w, v und $\phi_x$	.92
Abbildung 4-48 - V20: Kraft F über die Verformungsgrößen w, v und $\phi_x$	.92
Abbildung 4-49: V20 - Kraft F über vertikale Verschiebung w	.94
Abbildung 4-50: V20 - Kraft F über horizontale Verschiebung v	.94
Abbildung 4-51: V20: Plastische Dehnung ε <sub>pl</sub> in Feldmitte: a)L/3000, b)L/1500, c)L/500	.94
Abbildung 4-52: Unterschiedliche Versagensmechanismen für große und kleine Amplitude	'n
	.95

Abbildung 4-53: V19 - Kraft F über w, v und $\phi_x$ mit und ohne Modifikation der Fließgrenze97
Abbildung 4-54: V20 - Kraft F über w, v und $\phi_x$ mit und ohne Modifikation der Fließgrenze97
Abbildung 4-55: V19 - Kraft F über w, v und $\phi_x$ mit und ohne Modifikation der Fließgrenze99
Abbildung 4-56: V20: Kraft F über w, v und $\phi_x$ mit und ohne Modifikation der Fließgrenze99
Abbildung 4-57: Illustration der drei Laststufen anhand Versuch V18100
Abbildung 4-58: V18: Abweichung ∆v bei Betrachtung eines Lastzustandes F <sub>i</sub> nach Erreicher der Traglast101
Abbildung 5-1: Referenzmodell für den Imperfektionsansatz aus [2]
Abbildung 5-2: Konsistenter Imperfektionsansatz für Biegeknicken und Biegedrillknicken
(Ausweichen aus der Haupttragebene) [2]104
Abbildung 6-1: Beispiel 1 (Versuch V03)- System und Belastung
Abbildung 6-2: Beispiel 1 (Versuch V10)- System und Belastung
Abbildung 7-1: Beispiel 1 (Versuch V10)- System und Belastung

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 1-1: Interaktionsgleichungen nach DIN EN 1993-1-1 [1]	5
Tabelle 2-1: Biegeknicken nach Kap. 6.3.1 [1]	13
Tabelle 2-2: Biegedrillknicken nach Kap. 6.3.2 [1]	14
Tabelle 2-3: Interaktion von Biegeknicken und Biegedrillknicken nach Kap. 6.3.3 [1]	15
Tabelle 2-4: Allgemeines Verfahren nach Kap. 6.3.4 [1]	15
Tabelle 2-5: Imperfektionsbeiwert für das Biegeknicken nach EC3 [1]	20
Tabelle 2-6: Knicklinienauswahl (Tab. 6.2 in [1])	22
Tabelle 2-7: Imperfektionsbeiwert für den allgemeinen Fall des Biegedrillknickens [1]	25
Tabelle 2-8: Wahl der Knickspannungslinie für BDK nach Kap. 6.3.2.2 [1]	26
Tabelle 2-9: Wahl der Knickspannungslinie für BDK nach Kap. 6.3.2.3 [1]	26
Tabelle 2-10: Fallbeispiel: Knickspannungslinien nach Kapitel 6.3.2.2 und 6.3.2.3 [1]	27
Tabelle 3-1: Versuchsreihe 1-3 - Zusammenfassung der wichtigsten gemessenen Querschnittsabmessungen (Mittelwerte über die Messstellen 1-5)	40
Tabelle 3-2: Versuchsreihe 1-3 - Zusammenfassung der wichtigsten Querschnittswerte, berechnet auf Grundlage der gemessen Querschnittsabmessungen mit dem Programm DICKQ [17]	41
Tabelle 3-3: Versuchsreihe 1-3 - Ergebnisse der Werkstoffprüfung im Vergleich zu den Werten aus dem Materialprüfzeugnissen	42
Tabelle 3-4: Versuchsreihe 3 - Ergebnisse der 2. Werkstoffprüfung im Vergleich zu den Werten aus dem Materialprüfzeugnis	43
Tabelle 4-1: Eignung der Elementtypen für Stabilitätsanalysen	75
Tabelle 4-2: Vergleich der Eigenwerte aus Abaqus und LTBeam	85
Tabelle 4-3: Überprüfung einer eventuell erforderlichen Querkraftinteraktion	87
Tabelle 4-4: Vergleich nominelle Traglast mit numerischer Traglast	88
Tabelle 4-5: Traglasten bei Ansatz der Materialgesetze M1-M3	90
Tabelle 4-6: V20: Einfluss der Amplitude auf die Traglast, w <sub>ult</sub> und v <sub>ult</sub>	94
Tabelle 4-7: Vergleich der numerischen und experimentellen Traglasten	98
Tabelle 4-8: Vergleich der numerischen und experimentellen Traglasten für den Versuch Vornen Anpassung der Fließgrenze	√19 98
Tabelle 5-1: Biegeknicken - Nachweisformat mit Abminderungs- und Interaktionsbeiwert.	106
Tabelle 5-2: Biegeknicken - Hilfswerte zur Berücksichtigung zusätzlicher Belastungsfälle.	106
Tabelle 5-3: Biegedrillknicken - Nachweisformat mit Abminderungs- und Interaktionsbeiwert           107	
---	
Tabelle 5-4: Biegedrillknicken - Hilfswerte zur Berücksichtigung zusätzlicher Belastungsfälle	
Tabelle 5-5: Biegedrillknicken - Nachweisformat mit Abminderungs- und Interaktionsbeiwert	
Tabelle 5-6: Biegedrillknicken - Hilfswerte zur Berücksichtigung zusätzlicher Belastungsfälle	

### Anhang A Probekörpervermessung

Versuch	Versuch 01		2	3	4	5
1186-	h <sub>1</sub>	160.0	-	160.0	-	160.0
Holle	h <sub>2</sub>	160.0	-	160.0	-	160.0
<b>a</b>	b <sub>o</sub>	84.5	-	84.7	-	84.7
breite	b <sub>u</sub>	84.0	-	84.1	-	84.3
	t <sub>fo1</sub>	7.5	-	7.5	-	7.4
Floreshdieko	t <sub>fo2</sub>	7.2	-	7.3	-	7.3
Flanschulcke	t <sub>fu1</sub>	6.9	-	6.9	-	6.9
	t <sub>fu2</sub>	7.1	-	7.1	-	7.1
	t <sub>so</sub>	5.5	-	-	-	5.4
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	5.4	-	-	-	5.4
	t <sub>su</sub>	5.5	-	-	-	5.4
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> _u1 <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	43.0	-	43.2	-	43.5
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	43.8	-	43.8	-	44.1
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k <sub>u1</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	25.0	-	25.3	-	25.0
	$k_{u2}^{2}*$	25.0	-	25.0	-	25.0
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.2	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	650				
Länge	L <sub>2</sub>	650				
	L <sub>ges</sub>	1300				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-25.0

Versuch	02	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	160.0	160.0	160.0	160.0	160.0
нопе	h <sub>2</sub>	160.0	160.0	160.5	160.0	160.0
Breite	b <sub>o</sub>	84.4	84.3	84.5	84.5	84.3
	b <sub>u</sub>	84.2	84.0	84.2	84.0	84.0
	t <sub>fo1</sub>	7.3	7.3	7.3	7.2	7.3
Flavesh dista	t <sub>fo2</sub>	7.6	7.6	7.5	7.5	7.5
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	7.2	7.2	7.2	7.1	7.2
	t <sub>fu2</sub>	7.0	7.0	7.0	7.0	7.0
	t <sub>so</sub>	5.5	-	-	-	5.5
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	5.6	-	-	-	5.6
	t <sub>su</sub>	5.5	-	-	-	5.6
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Broito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	45.5	-	45.7	-	45.9
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	44.9	-	45.0	-	45.0
	k_01 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzentrizitäten	k <sub>u1</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	20.0	-	20.0	-	20.0
	$k_{u2}^{2}*$	21.0	-	21.0	-	20.6
	e <sub>o1</sub>	-	-	1.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	1.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1250				
Länge	L <sub>2</sub>	1250				
	L <sub>ges</sub>	2501				

1*	-5.0
2*	-20.0

Versuch	03	1	2	3	4	5
Liäha	$h_1$	330.0	331.0	331.0	331.0	330.0
none	h <sub>2</sub>	330.0	330.0	330.5	330.0	333.0
Ducito	b <sub>o</sub>	159.7	159.7	159.6	159.6	159.6
breite	b <sub>u</sub>	160.0	160.0	159.9	159.9	159.9
	t <sub>fo1</sub>	11.8	11.8	11.8	11.8	11.8
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	11.8	11.8	11.9	11.8	11.7
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	11.9	11.9	11.9	11.9	11.9
	t <sub>fu2</sub>	11.8	11.8	11.8	11.8	11.7
	t <sub>so</sub>	7.2	-	-	-	7.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.0	-	-	-	6.9
	t <sub>su</sub>	7.1	-	-	-	7.0
Durita	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	86.9	-	87.1	-	87.2
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	87.3	-	87.3	-	87.4
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	30.7	-	31.1	-	30.4
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	<0.5	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1250				
Länge	L <sub>2</sub>	1250				
	L <sub>ges</sub>	2501				

1*	-10.0
2*	-29.8

Versuch	04	1	2	3	4	5
Häha	h <sub>1</sub>	330.0	331.0	330.0	330.0	330.0
none	h <sub>2</sub>	330.0	331.0	330.0	331.0	331.0
Breite	b <sub>o</sub>	159.7	159.8	159.7	159.7	159.7
	b <sub>u</sub>	160.2	160.1	160.0	160.0	160.0
	t <sub>fo1</sub>	11.7	11.6	11.5	11.5	11.6
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	11.7	11.7	11.6	11.7	11.7
Fialischulcke	t <sub>fu1</sub>	11.6	11.7	11.5	11.5	11.5
	t <sub>fu2</sub>	11.7	11.7	11.6	11.7	11.7
	t <sub>so</sub>	7.2	-	-	-	7.2
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.0	-	-	-	7.0
	t <sub>su</sub>	7.2	-	-	-	7.1
Ducito	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	122.2	-	123.1	-	123.4
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	121.6	-	122.6	-	123.0
Dieite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	b <sub>u2</sub> 1*	-	-	-	-	-
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	2.0	-	2.0	-	2.0
Evzentrizitäten	k <sub>u1</sub> <sup>2</sup> *	0.0	-	0.0	-	0.0
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>u2</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	2500				
Länge	L <sub>2</sub>	2500				
	$L_{ges}$	5000				

1*	-45.0
2 <sub>*</sub>	0

Versuch	05	1	2	3	4	5
Uäha	h <sub>1</sub>	160.0	-	160.0	160.0	160.0
Hone	h <sub>2</sub>	160.0	-	160.5	160.5	160.0
Breite	b <sub>o</sub>	84.4	-	84.3	84.5	84.5
	b <sub>u</sub>	84.1	-	84.1	84.1	84.2
Flanschdicke	t <sub>fo1</sub>	7.5	-	7.5	7.5	7.5
	t <sub>fo2</sub>	7.2	-	7.2	7.3	7.3
	t <sub>fu1</sub>	7.0	-	7.0	7.0	7.0
	t <sub>fu2</sub>	7.1	-	7.2	7.2	7.1
Stegdicke	t <sub>so</sub>	5.4	-	-	-	5.5
	t <sub>sm</sub>	5.5	-	-	-	5.4
	t <sub>su</sub>	5.4	-	-	-	5.5
Durita	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
breite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	42.9	-	43.1	-	43.1
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	43.6	-	43.5	-	44.0
	k_01 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k <sub>u1</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Exzentrizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	25.0	-	25.2	-	25.4
	$k_{u2}^{2}*$	25.0	-	25.0	-	25.0
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	1.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	660				
Länge	L <sub>2</sub>	1540				
	L <sub>ges</sub>	2201				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-25.0

Versuch	06	1	2	3	4	5
Liöha	h <sub>1</sub>	160.5	160.0	160.5	160.5	160.5
none	h <sub>2</sub>	160.5	160.5	160.5	160.5	160.5
Breite	b <sub>o</sub>	84.7	84.6	84.7	84.6	84.5
	b <sub>u</sub>	84.3	84.1	84.2	84.2	84.0
	t <sub>fo1</sub>	7.5	7.4	7.5	7.6	7.4
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	7.4	7.3	7.4	7.3	7.3
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	7.0	7.0	7.0	6.9	6.9
	t <sub>fu2</sub>	7.1	7.1	7.2	7.2	7.1
	t <sub>so</sub>	5.4	-	-	-	5.4
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	5.4	-	-	-	5.4
	t <sub>su</sub>	5.3	-	-	-	5.3
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
breite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	43.2	-	43.1	-	43.4
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	43.9	-	43.7	-	44.0
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Exzentrizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	25.7	-	25.9	-	26.2
	$k_{u2}^{2}*$	25.0	-	25.0	-	25.0
	e <sub>o1</sub>	-	-	6.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	5.5	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1200				
Länge	L <sub>2</sub>	2800				
	L <sub>ges</sub>	4000				

1*	-5.0
2*	-25.0

Versuch	07	1	2	3	4	5
Liöha	$h_1$	329.5	330.0	330.0	330.0	330.0
Hone	h <sub>2</sub>	330.5	331.0	331.0	331.0	330.5
Dreite	b <sub>o</sub>	159.5	159.6	159.6	159.6	159.6
breite	b <sub>u</sub>	159.9	159.9	159.9	159.9	160.0
	t <sub>fo1</sub>	11.5	11.5	11.5	11.5	11.5
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	11.6	11.6	11.6	11.7	11.7
Fialischulcke	t <sub>fu1</sub>	11.5	11.5	11.6	11.5	11.6
	t <sub>fu2</sub>	11.7	11.6	11.6	11.7	11.7
	t <sub>so</sub>	7.2	-	-	-	7.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.9	-	-	-	7.0
	t <sub>su</sub>	7.0	-	-	-	7.1
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	89.0	-	88.6	-	88.9
Broito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	89.2	-	89.0	-	89.1
Dieite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	29.7	-	29.7	-	29.7
Evzentrizitäten	k_{u1}^{2}*	33.0	-	33.0	-	33.7
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>u2</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	e <sub>o1</sub>	1.5	-	1.8	-	1.5
	e <sub>u1</sub>	0.6	-	1.0	-	0.5
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1200				
Länge	L <sub>2</sub>	2800				
	L <sub>ges</sub>	4000				

1*	-11.5
2 <sub>*</sub>	-29.7

Versuch 08		1	2	3	4	5
Liöha	h <sub>1</sub>	330.0	331.0	330.5	330.5	330.5
Hone	h <sub>2</sub>	330.0	330.5	330.5	330.5	330.5
Breite	b <sub>o</sub>	160.1	160.1	159.9	160.0	159.9
	b <sub>u</sub>	159.8	159.8	159.6	159.6	159.6
	t <sub>fo1</sub>	11.8	11.8	11.8	11.8	11.7
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	11.8	11.8	11.8	11.8	11.8
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	11.8	11.8	11.8	11.8	11.8
	t <sub>fu2</sub>	12.0	12.0	11.9	11.9	12.0
	t <sub>so</sub>	7.1	-	-	-	7.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.9	-	-	-	7.0
	t <sub>su</sub>	7.1	-	-	-	7.1
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Broito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	86.9	-	87.8	-	87.6
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	86.3	-	87.2	-	87.2
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	29.8	-	29.8	-	29.8
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.9	-	30.1
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	1.5	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1860				
Länge	L <sub>2</sub>	4340				
	L <sub>ges</sub>	6200				

1*	-11.4
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch	Versuch 09		2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	160.5	-	160.5	-	160.5
Hone	h <sub>2</sub>	160.5	-	160.5	-	160.5
Proito	b <sub>o</sub>	84.7	-	84.9	-	84.4
breite	b <sub>u</sub>	84.1	-	84.2	-	84.1
	t <sub>fo1</sub>	7.6	-	7.6	-	7.6
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	7.3	-	7.2	-	7.3
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	7.0	-	6.8	-	6.9
	t <sub>fu2</sub>	7.2	-	7.2	-	7.2
	t <sub>so</sub>	5.5	-	-	-	5.4
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	5.6	-	-	-	5.4
	t <sub>su</sub>	5.4	-	-	-	5.5
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Proito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
breite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	43.4	-	43.8	-	43.6
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	43.9	-	43.8	-	44.1
	k_01 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Exzentiizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	25.0	-	25.0	-	25.0
	$k_{u2}^{2}*$	25.0	-	25.0	-	25.0
	e <sub>o1</sub>	-	-	1.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	900				
Länge	L <sub>2</sub>	900				
	L <sub>ges</sub>	1801				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-25.0

Versuch	10	1	2	3	4	5
Liöha	$h_1$	160.5	160.5	160.5	160.5	160.5
none	h <sub>2</sub>	160.5	160.5	160.5	160.5	160.5
Ducito	b <sub>o</sub>	84.1	84.2	84.5	84.1	84.3
breite	b <sub>u</sub>	84.4	84.5	85.0	84.6	84.5
	t <sub>fo1</sub>	7.2	7.2	7.2	7.1	7.2
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	7.0	6.9	6.9	7.0	7.0
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	7.4	7.3	7.2	7.3	7.3
	t <sub>fu2</sub>	7.5	7.6	7.5	7.6	7.6
	t <sub>so</sub>	5.4	-	-	-	5.5
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	5.4	-	-	-	5.4
	t <sub>su</sub>	5.5	-	-	-	5.4
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	44.6	-	44.9	-	44.8
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	45.6	-	45.9	-	46.1
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	25.0	-	25.0	-	25.0
	$k_{u2}^{2}*$	25.0	-	26.1	-	25.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.5	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	1.5	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1050				
Länge	L <sub>2</sub>	2450				
	L <sub>ges</sub>	3500				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-25.0

Versuch	11	1	2	3	4	5
Liöha	$h_1$	330.0	330.0	330.0	330.0	330.5
Hone	h <sub>2</sub>	330.0	331.0	331.0	331.0	330.5
Dreite	b <sub>o</sub>	159.8	159.6	159.7	159.5	159.6
Dielle	b <sub>u</sub>	160.0	159.9	159.9	159.9	160.1
	t <sub>fo1</sub>	11.8	11.8	11.9	11.7	11.8
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	11.8	11.8	11.8	11.8	11.7
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	11.8	11.9	11.8	11.8	11.7
	t <sub>fu2</sub>	11.9	11.9	11.9	11.9	11.9
	t <sub>so</sub>	7.2	-	-	-	7.0
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.0	-	-	-	7.0
	t <sub>su</sub>	7.2	-	-	-	7.0
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	87.4	-	87.7	-	87.5
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	87.3	-	87.4	-	87.5
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	30.2	-	30.7	-	30.1
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.5	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1050				
Länge	L <sub>2</sub>	2450				
	$L_{ges}$	3500				

1*	-11.4
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch	12	1	2	3	4	5
Liöha	$h_1$	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0
none	h <sub>2</sub>	330.5	331.0	331.0	331.0	330.5
Ducito	b <sub>o</sub>	159.8	160.0	159.6	159.7	159.7
breite	b <sub>u</sub>	159.9	160.2	159.8	160.2	160.0
	t <sub>fo1</sub>	11.9	11.8	11.8	11.9	12.0
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	11.9	11.8	11.8	11.8	11.8
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	11.9	11.7	11.7	11.7	11.6
	t <sub>fu2</sub>	12.0	12.0	12.0	11.9	11.9
	t <sub>so</sub>	7.2	-	-	-	7.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.0	-	-	-	7.0
	t <sub>su</sub>	7.2	-	-	-	7.1
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Proito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
breite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	87.8	-	86.7	-	87.0
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	87.5	-	86.7	-	87.1
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Exzentrizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	29.8	-	29.8	-	29.8
	k <sub>u2</sub> <sup>2</sup> *	30.4	-	30.4	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1860				
Länge	L <sub>2</sub>	4340				
	L <sub>ges</sub>	6200				

1*	-11.4
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch	13	1	2	3	4	5
Liöha	h <sub>1</sub>	239.5	-	239.5	239.5	239.5
Hone	h <sub>2</sub>	240.0	-	240.0	240.0	240.0
Breite	b <sub>o</sub>	121.9	-	121.2	121.6	122.1
	b <sub>u</sub>	121.1	-	121.1	120.3	121.0
	t <sub>fo1</sub>	9.3	-	9.5	9.5	9.3
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	9.9	-	10.0	9.9	9.9
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	9.6	-	9.7	9.8	9.6
	t <sub>fu2</sub>	9.2	-	9.2	9.3	9.1
	t <sub>so</sub>	6.2	-	-	-	6.2
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.0	-	-	-	6.1
	t <sub>su</sub>	6.3	-	-	-	6.3
Ducito	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	62.7	-	62.3	-	62.5
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	62.1	-	62.1	-	62.3
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	29.8	-	29.8	-	29.8
	$k_{u2}^{2}*$	30.8	-	31.7	-	31.2
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.3	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.5	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	900				
Länge	L <sub>2</sub>	2100				
	L <sub>ges</sub>	3000				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch	14	1	2	3	4	5
Liöha	h <sub>1</sub>	240.0	240.0	239.5	239.5	240.0
none	h <sub>2</sub>	239.5	239.0	239.0	239.0	239.5
Breite	b <sub>o</sub>	121.1	121.4	121.9	121.7	121.1
	b <sub>u</sub>	120.1	120.9	120.9	120.1	120.7
	t <sub>fo1</sub>	9.6	9.5	9.3	9.4	9.5
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	10.0	10.0	9.9	9.9	10.0
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	9.8	9.9	9.7	9.7	9.8
	t <sub>fu2</sub>	9.3	9.2	9.1	9.3	9.2
	t <sub>so</sub>	6.3	-	-	-	6.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.0	-	-	-	6.0
	t <sub>su</sub>	6.1	-	-	-	6.2
Ducito	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	62.0	-	62.6	-	61.9
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	61.8	-	62.1	-	61.7
	k_01 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	29.8	-	29.8	-	29.8
	$k_{u2}^{2}*$	31.1	-	30.8	-	31.2
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	2.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1800				
Länge	L <sub>2</sub>	4200				
	$L_{ges}$	6000				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch	15	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	452.0	453.0	453.5	453.0	452.0
Hone	h <sub>2</sub>	451.0	451.0	451.0	451.0	451.0
Breite	b <sub>o</sub>	189.0	189.0	188.8	188.8	188.9
	b <sub>u</sub>	190.1	190.1	190.0	189.9	190.0
	t <sub>fo1</sub>	14.2	14.2	14.3	14.4	14.3
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	13.3	13.4	13.4	13.5	13.4
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	13.2	13.4	13.3	13.3	13.2
	t <sub>fu2</sub>	13.7	13.8	13.8	13.8	13.8
	t <sub>so</sub>	9.8	-	-	-	9.9
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	9.7	-	-	-	9.7
	t <sub>su</sub>	9.7	-	-	-	9.7
Durita	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	93.6	-	94.0	-	95.1
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	94.5	-	95.3	-	95.3
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	32.8	-	35.5	-	34.3
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.5	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	1.5	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1600.5				
Länge	L <sub>2</sub>	1600.5				
	L <sub>ges</sub>	3201.0				

1*	-5.0
2*	-29.8

Versuch	16	1	2	3	4	5
Liöha	$h_1$	452.0	454.0	454.0	454.0	452.0
none	h <sub>2</sub>	451.5	451.0	451.0	451.0	451.5
Breite	b <sub>o</sub>	189.5	189.4	189.4	189.4	188.9
	b <sub>u</sub>	190.5	190.4	190.4	190.4	190.4
	t <sub>fo1</sub>	14.3	14.3	14.4	14.2	14.2
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	13.5	13.5	13.4	13.4	13.4
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	13.2	13.3	13.2	13.3	13.3
	t <sub>fu2</sub>	13.7	13.8	13.8	13.9	13.9
	t <sub>so</sub>	9.8	-	-	-	9.8
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	9.6	-	-	-	9.6
	t <sub>su</sub>	9.7	-	-	-	9.6
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	94.7	-	94.3	-	93.8
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	95.1	-	95.1	-	94.4
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	32.7	-	36.7	-	33.2
	$k_{u2}^{2}*$	29.7	-	29.7	-	29.7
	e <sub>o1</sub>	-	-	2.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	6.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1800				
Länge	L <sub>2</sub>	4200				
	$L_{ges}$	6000				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-29.7

Versuch	17	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	153.3	-	153.2	-	153.5
Hone	h <sub>2</sub>	153.5	-	154.0	-	153.9
Breite	b <sub>o</sub>	161.3	-	161.0	-	161.0
	b <sub>u</sub>	161.2	-	160.9	-	160.9
	t <sub>fo1</sub>	8.2	-	8.3	-	8.3
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	8.7	-	8.7	-	8.7
Fialischulcke	t <sub>fu1</sub>	8.8	-	8.7	-	8.6
	t <sub>fu2</sub>	8.5	-	8.5	-	8.5
	t <sub>so</sub>	6.1	-	-	-	6.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.1	-	-	-	6.1
	t <sub>su</sub>	6.2	-	-	-	6.2
	<b>b</b> _{01}^{1}*	-	-	-	-	-
Broito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	80.7	-	80.8	-	80.7
	b <sub>u2</sub> 1*	81.3	-	80.8	-	81.1
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzentrizitäten	k_{u1}^{2}*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	24.8	-	24.8	-	24.8
	$k_{u2}^{2}*$	26.0	-	25.8	-	25.9
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	950				
Länge	L <sub>2</sub>	950				
	L <sub>ges</sub>	1900				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-24.8

Versuch	18	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	153.6	154.1	154.1	154.1	153.7
нопе	h <sub>2</sub>	153.3	153.1	153.1	153.1	153.2
Breite	b <sub>o</sub>	161.0	161.0	161.0	161.0	161.0
	b <sub>u</sub>	160.8	160.7	160.7	160.7	160.7
	t <sub>fo1</sub>	8.6	8.6	8.7	8.7	8.6
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	8.3	8.3	8.2	8.4	8.3
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	8.5	8.4	8.5	8.6	8.5
	t <sub>fu2</sub>	8.6	8.6	8.6	8.7	8.6
	t <sub>so</sub>	6.0	-	-	-	6.1
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.1	-	-	-	6.2
	t <sub>su</sub>	6.1	-	-	-	6.2
Ducito	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dieite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	83.7	-	84.1	-	83.9
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	83.5	-	83.8	-	83.8
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	25.6	-	26.1	-	25.4
	$k_{u2}^{2}*$	24.8	-	24.8	-	24.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1450.5				
Länge	L <sub>2</sub>	1450.5				
	$L_{ges}$	2901				

1*	-5.0
2*	-24.8

Versuch	19	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	153.4	153.3	153.1	153.0	153.3
нопе	h <sub>2</sub>	153.8	154.0	154.1	154.3	153.8
Breite	b <sub>o</sub>	160.2	160.2	160.2	160.2	160.4
	b <sub>u</sub>	160.6	160.7	160.8	160.8	160.8
	t <sub>fo1</sub>	8.6	8.6	8.6	8.6	8.5
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	8.5	8.5	8.5	8.6	8.6
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	8.4	8.4	8.4	8.4	8.3
	t <sub>fu2</sub>	8.8	8.7	8.6	8.8	8.8
	t <sub>so</sub>	6.3	-	-	-	6.2
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	6.2	-	-	-	6.2
	t <sub>su</sub>	6.1	-	-	-	6.3
Ducito	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	80.3	-	81.0	-	81.0
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	80.7	-	81.0	-	81.3
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzentrizitäten	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	25.3	-	24.8	-	25.1
	$k_{u2}^{2}*$	24.8	-	24.8	-	24.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	2125				
Länge	L <sub>2</sub>	2125				
	L <sub>ges</sub>	4250				

1*	-5.0
2*	-24.8

Versuch 2	20	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	153.7	154.3	154.1	154.2	153.7
нопе	h <sub>2</sub>	153.4	153.0	153.3	152.8	153.3
Breite	b <sub>o</sub>	160.6	160.6	160.6	160.5	160.5
	b <sub>u</sub>	160.7	160.6	160.6	160.6	160.6
	t <sub>fo1</sub>	8.6	8.6	8.5	8.5	8.5
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	8.6	8.6	8.7	8.6	8.7
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3
	t <sub>fu2</sub>	8.9	8.8	8.7	8.8	8.8
	t <sub>so</sub>	6.2	-	-	-	6.4
Stegdicke	<b>t</b> <sub>sm</sub>	6.2	-	-	-	6.2
	t <sub>su</sub>	6.2	-	-	-	6.2
Ducito	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dieite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	83.5	-	83.3	-	83.5
	b <sub>u2</sub> 1*	83.6	-	83.5	-	83.6
	k_01 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	24.8	-	24.8	-	24.8
	$k_{u2}^{2}*$	24.8	-	24.8	-	24.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	1.0	-	-
	$e_{u1}$	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	2830				
Länge	L <sub>2</sub>	2830				
	L <sub>ges</sub>	5660				

1*	-5.0
2*	-24.8

Versuch 2	21	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	253.6	253.8	253.9	253.9	253.7
Hone	h <sub>2</sub>	253.8	254.7	254.9	254.6	253.8
Breite	b <sub>o</sub>	260.6	260.4	260.4	260.2	260.3
	b <sub>u</sub>	260.8	260.8	260.8	260.8	260.8
	t <sub>fo1</sub>	12.2	12.3	12.2	12.2	12.2
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	12.0	12.2	12.1	12.1	12.0
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	12.5	12.4	12.4	12.5	12.5
	t <sub>fu2</sub>	12.2	12.4	12.3	12.3	12.3
	t <sub>so</sub>	7.8	-	-	-	7.7
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.6	-	-	-	7.6
	t <sub>su</sub>	7.6	-	-	-	7.7
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
breite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	133.2	-	132.8	-	133.6
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	133.7	-	133.6	-	134.0
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Exzentrizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	29.8	-	29.8	-	29.8
	k <sub>u2</sub> <sup>2</sup> *	30.8	-	30.5	-	30.2
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.2	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1326.0				
Länge	L <sub>2</sub>	1326.0				
	L <sub>ges</sub>	2652.0				

1*	-5.0
2*	-29.8

Versuch 2	1b	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	253.4	253.6	253.8	254.0	253.8
Hone	h <sub>2</sub>	253.8	254.4	254.5	254.4	253.7
Breite	b <sub>o</sub>	260.6	260.6	260.5	260.4	260.5
	b <sub>u</sub>	260.6	260.6	260.5	260.6	260.6
	t <sub>fo1</sub>	12.3	12.2	12.2	12.2	12.2
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	12.0	12.1	12.0	12.1	12.1
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	12.4	12.5	12.5	12.5	12.5
	t <sub>fu2</sub>	12.1	12.1	12.2	12.2	12.2
	t <sub>so</sub>	7.8	-	-	-	7.8
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.6	-	-	-	7.6
	t <sub>su</sub>	7.6	-	-	-	7.7
Durita	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	133.5	-	133.0	-	133.9
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	133.8	-	133.5	-	134.0
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k <sub>u1</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	29.8	-	29.8	-	29.8
	$k_{u2}^{2}*$	30.8	-	30.8	-	31.2
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1325.0				
Länge	L <sub>2</sub>	1325.0				
	L <sub>ges</sub>	2650.0				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch 2	22	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	253.3	253.9	254.2	253.8	253.6
Hone	h <sub>2</sub>	253.7	253.8	254.0	253.9	253.3
Breite	b <sub>o</sub>	260.1	260.2	260.2	260.2	260.2
	b <sub>u</sub>	260.4	260.4	260.5	260.6	260.6
	t <sub>fo1</sub>	12.1	12.2	12.3	12.2	12.1
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	12.2	12.2	12.3	12.4	12.2
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	12.2	12.2	12.1	12.2	12.2
	t <sub>fu2</sub>	12.3	12.4	12.4	12.4	12.4
	t <sub>so</sub>	7.9	-	-	-	7.9
Stegdicke	<b>t</b> <sub>sm</sub>	7.5	-	-	-	7.6
	t <sub>su</sub>	7.7	-	-	-	7.7
Breite	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	128.9	-	129.1	-	129.1
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	128.6	-	128.8	-	128.9
	k_01 <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	30.4	-	30.6	-	30.7
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.5	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1830.0				
Länge	L <sub>2</sub>	1830.0				
	$L_{ges}$	3660.0				

1*	-5.0
2*	-29.8

Versuch 2	2b	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	253.8	254.6	254.3	254.5	253.9
нопе	h <sub>2</sub>	253.8	253.8	253.8	253.9	253.8
Breite	b <sub>o</sub>	260.4	260.4	260.4	260.4	260.4
	b <sub>u</sub>	260.8	260.8	260.8	260.8	260.7
	t <sub>fo1</sub>	12.2	12.1	12.1	12.2	12.2
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	12.1	12.2	12.1	12.2	12.2
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	12.3	12.3	12.2	12.3	12.3
	t <sub>fu2</sub>	12.4	12.5	12.5	12.5	12.6
	t <sub>so</sub>	7.7	-	-	-	7.8
Stegdicke	<b>t</b> <sub>sm</sub>	7.6	-	-	-	7.7
	t <sub>su</sub>	7.6	-	-	-	7.7
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Broito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	129.5	-	129.7	-	130.7
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	129.8	-	130.2	-	130.7
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
	k <sub>o2</sub> <sup>2</sup> *	30.6	-	30.9	-	31.0
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	0.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>v</sub>	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	1831.5				
Länge	L <sub>2</sub>	1831.5				
	L <sub>ges</sub>	3663.0				

1*	-5.0
2*	-29.8

Versuch 2	23	1	2	3	4	5
Liöha	$h_1$	253.4	253.5	253.4	253.7	253.5
none	h <sub>2</sub>	253.6	253.6	253.7	254.0	253.7
Droite	b <sub>o</sub>	260.6	260.6	260.8	260.6	260.6
breite	b <sub>u</sub>	260.4	260.4	260.4	260.3	260.3
	t <sub>fo1</sub>	12.4	12.4	12.3	12.3	12.4
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	12.2	12.1	12.2	12.2	12.2
	t <sub>fu2</sub>	12.1	12.2	12.1	12.2	12.1
	t <sub>so</sub>	7.7	-	-	-	7.7
Stegdicke	t <sub>sm</sub>	7.6	-	-	-	7.6
	t <sub>su</sub>	7.8	-	-	-	7.8
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Proito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
breite	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	133.4	-	133.2	-	132.9
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	133.2	-	133.3	-	132.7
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k <sub>u1</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Exzentrizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	30.2	-	30.3	-	30.4
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	1.5	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	2670.0				
Länge	L <sub>2</sub>	2670.0				
	L <sub>ges</sub>	5340.0				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-29.8

Versuch 2	24	1	2	3	4	5
1186 -	h <sub>1</sub>	253.4	253.9	254.0	253.8	253.8
нопе	h <sub>2</sub>	253.5	254.4	254.4	254.4	253.8
Proito	b <sub>o</sub>	260.8	260.8	260.6	260.8	260.8
Dielle	b <sub>u</sub>	260.4	260.4	260.4	260.6	260.5
	t <sub>fo1</sub>	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5
Elanschdicko	t <sub>fo2</sub>	12.1	12.2	12.2	12.2	12.2
FIGHISCHUICKE	t <sub>fu1</sub>	12.2	12.3	12.2	12.3	12.2
	t <sub>fu2</sub>	12.0	12.1	12.2	12.2	12.2
	t <sub>so</sub>	7.8	-	-	-	7.8
Stegdicke	<b>t</b> <sub>sm</sub>	7.6	-	-	-	7.6
	t <sub>su</sub>	7.8	-	-	-	7.8
	<b>b</b> <sub>01</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Broito	<b>b</b> <sub>u1</sub> <sup>1</sup> *	-	-	-	-	-
Dielle	<b>b</b> <sub>02</sub> <sup>1</sup> *	134.1	-	133.7	-	133.2
	<b>b</b> <sub>u2</sub> <sup>1</sup> *	133.8	-	133.7	-	132.9
	k <sub>01</sub> <sup>2</sup> *	-	-	-	-	-
Evzontrizitäton	k_u1 2*	-	-	-	-	-
Exzentrizitaten	k <sub>02</sub> <sup>2</sup> *	30.9	-	30.8	-	31.2
	$k_{u2}^{2}*$	29.8	-	29.8	-	29.8
	e <sub>o1</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u1</sub>	-	-	3.0	-	-
Exzentrizitäten	e <sub>o2</sub>	-	-	0.0	-	-
	e <sub>u2</sub>	-	-	0.0	-	-
	ev	-	-	0.0	-	-
	L <sub>1</sub>	3600.0				
Länge	L <sub>2</sub>	3600.0				
	L <sub>ges</sub>	7200.0				

1*	-5.0
2 <sub>*</sub>	-29.8

# Anhang B Materialprüfzeugnisse

AD1 ArcelorMittal Poland Oddział w Dąbrowie al. J. Piłsudskiego 92 41-308 Dąbrowa Gór	S.A. ŚWIADECTWO Gómiczej INSPECTION C ABNAHMEPRÜ micza EN 10204	ODBIORU 3.1 CERTIFICATE 3.1 IFZEUGNIS 3.1 Nr: 1001648057	Z01.1 Dąbrowa Gómicza, 16.09.2015 ArcelorMittal
A06.1 Zamawiający: ARC Purchaser: 422 Besteller: 66 F A05.2 Adres wysyłkowy: WAI Address: 498 Vorzadzierze: 7,1	ELORMITTAL COMMERCIAL SECTI 1 ESCH-SUR-ALZETTE Lukse RUE DE LUXEMBOURG 66 RUE DE L LERICH S.A. 403110 4 SANEM Luksemburg / Luxembourg Gadderschairt C2	IONS S A emburg / Luxembourg / Luxer LUXEMBOURG / Luxemburg	nburg
Nr zamówienia klient: No of purchase order No der Bestellung ALLVER_08_2015	a Nr kontraktu Contract No Vertrag No PL/277839653/15-1060272	Nr zlecenia/Poz Manuf. Order No/Pos Auftrag No/Pos 7 10602727/000001	Dowód dostawy Nr środka transportu Delivery Note Number of transport Lieferschein Nr Transportmittel-Nr 62180868 WGM41S3 / ST8773A
B01 Norma przedmiotowa	2015 LOT: SANEM According/Nach Norma klasyfikacyjno	(Gadderscheier) a/Classification standards/Materiainorm	PREBON: 1100408502/1 Norma wymiarowa/Toierance standards/Massnorm
DIN 1025 Ti 802-803 809-811 Dwuteowniki ciężkie Heavy I-beams IPE 1 807 Wytop/Heat/Charge 522907	L 5-1994 EN IPE 160 długość: 12500,00 m 60 length: 12500,00 mm ste Paczki/Sztuki - Bundles/Pieces - B 1 /	10025-2:2004 mm gat.stali: \$355J2+ eel grade: \$355J2+ М Bundel/Stuck віз Топаž/ 2	EN 10034:1993 M Weight/Gewicht 0,395 t
Razem/Total/Gesamtbetrag			
c71-c82 5 807 C Mn Si WytopiHeat Charge 522907 0,16 1,42 0,184	1 / Skład chemiczny - Chemical c P S Cu Cr Ni Al 0,008 0,009 0,04 0,03 0,01 0,030 0	Z composition - Chemische N <sub>2</sub> Mo Nb V Ti 0,0088 0,004 0,001 0,023 0,0	0,395 t 2 Zusammensetzung [%] Sn Pb As B O H <sub>2</sub> CEV 91 0,004 0,001 0,002 0,0002 0,40
Właśc B07 C11	ciz ci3 D73	nical properties - Mecha C41 C44. C42 -	anische Eigenschaften Praca lamania/Work of fracture/Schlagfestigkeit KV [J]
Wytop/Heat Re RD2 Charge [Mpa] [Mpa] 1 522907 402,0 522907 391,0	Rm A A Re/Rm R02/Rm [Mpa] [mm] [%] 534,0 29,2 0,75 541,0 32,5 0,72	Szer.próbki Pr.width n Robebrette Temp. Pr.1/Ter KV [mm] <sup>0</sup> C 1/Arb.1 5,0 -20 47, 5,0 -20 75,	Srednia         Srednia           t         Pr.2/Test         Pr.3/Test         avarage test           2/Arb.2         3/Arb.3         Mittelwert           0         44,0         42,0         44,0           0         45,0         53,0         58,0
Badany material nie wykazał radioz The tested material did not show a	idywnotol. Pomiar został wykonany przy użyołu any signs of radioactivity. The measurement was	systemu GENIE 2000, produkcja Canb s performed with the application of GE	erra-Paskard. HE 2000 system, manufastured by Canberra-Paskard.
in dem untersuchten Material wurd Proces wytwarzania stall Steelmaki Stal wytwarzana w czesasta trouw	e keine Radioaktivität gefunden. Die Messung wu ng process Stahlhersteilungsverfahren etomwym tienowym Steel opptivad in PCE opp	urde mit dem OBNE-2000-System gem	aont, Henteller: Canberta-Paokard.
was wysważznie w procese Końw	nasodym oenonym eten pooloea in BOF poo	2002 CLART RENJOCIONS EN COUNTRICTAUT	NAN YA KATE (TI)
Z01 Stwierdzenie o zgodn Statement of compliance: Konformitatserklarung: Der	ości: Producent deklaruje, że dostarcz The producer guarantees that deliver Hersteller dekliert dass die gelieferte	zone wyroby są zgodne z wa red goods are in accordance en Erzeugnisse den Bedingung	runkami zamówienia. with the conditions of the order. gen aus der Bestellung entsprechen.
A05, 202.2 Główny Specjałsta dz. Cangliasta Wyrotow i Dokumentacji Kotonimi, wyrotow i Dokumentacji Kotonimi, wyrotow iługie Zabrawa Kepiński		Deklaracja Włakiwości Użytkowych N Performance No/ Leistungserkifarung t AMDG-2/09-OPR-13-1 Kod typu wyn product type/ Kenncode des Produkty Wyrób zgodny z Rozporządzeniem nr Pariamentu Europejskiego I Rady (UB) The product conforms to Regulation ( of the European Parilament and of the Das Produkt entapricht Verordnung (E Europäischen Pariaments und des Rat	IDeclaration of trained by Code of the post 1.0577 305/2011         Z. D4           RU) No 305/2011         E. Council.           U) Nr. 305/2011 des composition of composition of trained by tr

Wystawił: Antoni Czechowski

A01 PL	anti								Ai Se 66 L-4	rvice ( , rue 1009 I	Mittal Gestion de Luxi Esch/Al:	Belva Qualité emboury zette	al & D 6 9	ifferdan	ge	Arce	elorMitt	Lal
ArcelorM Site de	fittal Belv Belval	al & D	)ifferda	ange					Ce	rtifi	cate	Nr)	(316	59662	2			A
L-4008	Esch/Alze	tte	_						Deliv	ery no	te num	ber 31	69662 1	from 10 l	Decemb	er 2015		A
408 Our	reference	:	1	90001	2050		_											
AR	CELOR PI	e : Rofil I	23 LUXEN	I.07.20	OJET A 15 3 S.A.	LLVER				DIN PO	/ISIO Box	N: R 141	ECHE	RCHES	MBO MBO	URG S	i.A.	
S355J2+ GALVAN	M ACCO	ORDING	а то	EN 100	25-2/20	004 SUI	TABL	e for		40	02 L	SCH-	30R-/	ALZEI	1E			
Inspectio A02	n certific	ate acc	cording	g to EN	10204	:2004 /	3.1											
	801							B13		E	107						808	AD
Ord.item	Product				Lengt	h		Weight		H	leat nr		v	Veight		Bund.	Bars	
000001	IPE 240				12.50	00 mm		0,38	4 to	0	2299			0,384	to			1
000004	HE 120	А			10.50	mm 00		0,41	8 to	0	2281			0,418	to			2
000005	HE 160	A			10.50	00 mm		0,958	8 to	0	1666			0,958	to			3
Heat nr									н	eat an	alysis (	(%)						
807	Min	C	Mn	5	8	0,14	1	Cu 1	41	Cr	V	Nb	Mo	CBV				
	Мах	0,20	1,60	0,030	0,030	0,25		0,55				0,060		0,45				
01666		0,09	1,17	0,018	0,012	0,18 0	,001	0,20 0	0,16	0,14	0,003	0,036	0,050	0,35				
02299		0,09	1,14	0,024	0,015	0,17 0	,001	0,32 (	0,13	0,15	0,003	0,035	0,040	D,39				
Heat or						T					1	00000		03800705				
near m	1	N/m	m2	N/mm2	5,65V	C40 K	v	Charj	UNAC	BED	test	J						
		R	eH	Rm	A (%)	Posit	ion	nm	•(	: 1	2	3	м					
807	ard a	25	11 F	C12	C1.	C01	CO	2 C41	COS	C4.	2		C43					_
	Max	33	2	630	22,00	80.17	3 1		-21		14		20					
01666		41	8	530	32,06	FL.1/	3 L	7,5	-20	154	173	163	163					
02281		42	3	534	31,51	FL.1/	3 L	7,5	- 20	160	158	164	161					
02299		38	5	496	26,84	FL.1/3	3 L	7,5	-20	132	159	133	141					
01666 02281 02299 Intendi Durabi Regula Weldal EAF-St Dimens	ed uses : lity ; No ated subsi bility ; ac test sion and Klecker F	41 42 38 Buildin perform tance : cording Shape Roberto	8 3 5 mance No p g to E tolera	530 534 496 nstructi detern verforma N 101 nces	32,06 31,51 26,84 ons or ( ined ance def I-2	FL.1/ FL.1/ FL.1/ civil engi	3 L 3 L 3 L	7,5 7,5 7,5	-20 -20 -20	) 154 ) 160 ) 132	173 158 159	163 164 133	163 161 141			204		
Porteu	r de sign	ature s	pēcial	203													0766 05	

EN 10168-2004

Page : 1 / 4

A01 Bant:	ArcelorMittal Belval & Differdange Arcelo Service Gestion Qualité 66, rue de Luxembourg L-4009 Esch/Alzette	orMittal
ArcelorMittal Belval & Differdange Site de Belval L-4008 Esch/Alzette	Certificate NrX 3169662 Delivery note number 3169662 from 10 December 2015	A0
AOB Our reference : 1900012050 AOB Our reference : ESSAI PROJET ALLVER 23.07.2015 ARCELOR PROFIL LUXEMBOURG S.A. S355J2+ M ACCORDING TO EN 10025-2/2004 SUITABLE FOR	ARCELOR PROFIL LUXEMBOURG S. DIVISION: RECHERCHES PO Box 141 4002 ESCH-SUR-ALZETTE	A.
GALVANIZING B02 Inspection certificate according to EN 10204:2004 / 3.1	-	
A02		
Angres I: EN10056 Part 1 and 2 U-Profiles: DIN 1026 and EN 10279 UB-und UC-Profiles und UBP-support piles: BS4 Part 1 and Environmental product declaration:EPD-BFS-2010111-E http://sections.arcelormittal.com/download-center/declaration-o	EN10034 f-performance-cpr-30511.html	
Klecker Roberto Porteur de signature spéciale Historic R.		E
EN 10168:2004	Page : 2	/ 4

Prese Prese	and:						Ar Sei 66	rvice ( , rue ( 009 E	Mittal Gestion de Luxe Esch/Ala	Belva Qualité embourg zette	1 & Di	fferdange	Arci	elorMitt	al
ArcelorM Site de	littal Belv Relval	al & Differd	ange				Ce	rtific	cate	Nr X	(316	9662		_	A
L-4008	Esch/Alze	tte					Deliv	ery no	te num	ber 316	59662 /	rom 10 Decen	nber 2015		A
A08 Our	reference	: 1	90001	2050	_			9,020	2273	120123	12221				
A07 Your	reference	e : ES 2: ROFIL LUXE/	SAI PR 3.07.20 MBOUR	OJET A 15 3 S.A.	LLVER			AR DIV PO	CELC /ISIO Box	N: RE		LUXEMB RCHES	OURG S	S.A.	
S355J24 GALVAN	M ACCO	ORDING TO	EN 100	25-2/20	04 SUITA	BLE FOR		400	JZ D	50H-	50R-/	ALZEITE			
Inspectio	n certific	ate accordin	g to EN	10204:	2004 / 3.	1									
Orditom	B01			Longth		Br3		8	07			6-1-14		808	AO
Station	riounet			Lenger	86 48	weight		8	our III		v	reight	Buna.	pars	
000002	IPE 330			12.50	0 mm	1,843	2 to	0	1600			1,842 to			3
000003	IPE 450			12.50	0 mm	0,970	) to	0.	2041			0,970 to			1
000006	HE 260	A		10.50	0 mm	2,148	3 to	0	1462			2,148 to			3
Heat nr		с ма	p	s	si ai	C1 1	H	eat an	alysis (	%) Nb	Mo	CRU			_
	Min	5		0	0,14		4.1.		*	140	no	-LY			
01462	Max	0,20 1,60	0,030	0,030	0,25	0,55				0,060		0,45			
01600		0.09 1.14	0.014	0,012	0,17 0,0	01 0,17 0	0,10	0,15	0,003	0,033	0,020	0,35			
02041		0,09 1,39	0,015	0,007	0,18 0,0	01 0,22 (	,14	0,11	0,032	0,025	0,050	0,38			
Heat nr		Tens	ile ter	at		Chart	v in	mact	test						
0.0220000		N/mn2	N/mm2	5,65VS	C40 KV	- and a	UNAG	ED	cobe	J					
		ReH	Rm	A (%)	Positio	n zm.	۰0	: 1	2	3	н				
807	Win	C11	C12	C23	C01	C02 C41	C03	C4:	2		C43				
	Max	335	630	66,00	FL.1/3	L	-20	E .	19		27				
01462		435	512	31,13	FL.1/3	L	- 20	42	65	175	94				
01600		408	508	30,97	FL.1/3	L	- 20	227	213	226	223				
02041		450	544	29,49	FL.1/3	L	-20	242	195	179	205				
02041 Intend Durabi Regula Weldal EAF-St Dimen	ed uses lity : No ited subs bility : ac teel sion and	450 Building co performance tance : No p ccording to B Shape tolera	544 nstructi e determ erforma EN 1011 ances	29,49 ons or c lined ance det 1-2	PL.1/3	L.	-20	242	195	179	205		1704		
Porteu Horko	Klecker F r de sign	Roberto ature spécial	e										C	0765	

EN 10168:2004

Page: 3 / 4

A01 Plant: ArcelorMittal Belval & Differdange Site de Belval		ArcelorMittal Belval & Differdange Service Gestion Qualité 66, rue de Luxembourg L-4009 Esch/Alzette Certificate NrX 3169662	ArcelorMittal
I-4008 Esch/Alzette		Delivery note number 3169662 from 10 December	r 2015
10000 Eschrazerte	2050	oundy note named of oroses. Nam to became	2010
A07 Your reference : 190001 A07 Your reference : ESSAI PF 23.07.20 ARCELOR PROFIL LUXEMBOURS S355J2+ M ACCORDING TO EN 100 GALVANIZING B02 Inspection certificate according to EN I02	2050 ROJET ALLVER 15 3 S.A. 225-2/2004 SUITABLE FOR 10204:2004 / 3.1	ARCELOR PROFIL LUXEMBOU DIVISION: RECHERCHES PO Box 141 4002 ESCH-SUR-ALZETTE	JRG S.A.
I- Profiles : EURONORM 19-57 an H-Profiles: EURONORM 53-62 and Angles I : EN10056 Part 1 a U-Profiles : DIN 1026 and EN 11	id EN10034 I EN10034 and 2 1279		
http://sections.arcelormittal.com/do	w nload-center/declaration-o	f-performance-cpr-30511.html	
Klecker Roberto Porteur de signature spéciale Winter L.		20	6 06
EN 10168:2004			

Page: 4 / 4

# Anhang C Werkstoffprüfberichte

Material	test repo ageber	rt no.			1	15.0					50050		Page	U
Client Bestel	Nr.:	· RV		acner	n Insti	ut tur S	tanibau · Mi	IES-\	/an-der-Ro ndandsdati	um:	27.09	Aache	n	
Order no.	toff	/3	8374			(Kund	enangahe)	Dat	e of order.		2016-09	-27		
Material:		S3	355 err Gub			(Clien	t Information)	Rer	nank: üfdatum:			2016		
Operator:	Prifund	Mr.	Gube	Drok	endo	ument	ation	Dat	e of testing:		2016-09	-29		
Additional	I tests see	en Geita e page	2	Samp	e docun	entation	auon							
Pos. Pos.	Pri	ifgege Test ot	enstand	) N	Anzahi lumber	Dicke Thickn. [mm]	Breite Width [mm]		Länge Length [mm]	Schr (Kund	nelzen Castrio. Ienanga	Nr. abe)	Be	emerkun Remark
P1	Tra	ägerab	schnitt	+	1	7.3	-	+	-	(Clien	it informati	on)	IPE	E160-S35
P2	Tra	agerab	schnitt	+	1	9,9		+					IPE	240-53
P3	Tra	ägerab	schnitt	+	1	11.9		+					IPE	E330-S35
P4	Tra	agerab	upon schnitt	+	1	14.2		+					IPE	450-53
Zugve Tensi	rsuch le test	Probe Shape of	enform: (specimen:		I	В	nach acc.to. DIN 5	5012	5 Prüf	temperatu temperature	ur:	+20 °C	Mas	schine Ni Machine n
DIN EN	ISO 689	2-1 B					nach DIN E	EN 1	0164	Prob Position	enlage: of sample			
Pos.	Abme Dime	ssung nsion b/da	S <sub>0</sub>	Stre Yield R.	ck-/De strength	hngrenz Proof stres	e Zugfestig s Tensile stre	jkeit Ingth	Dehnun Elongation	n l	Einsch Red	nürung uction 7	1	Bemer
	[mm]	[mm]	[mm²]	[MP	a] [MF	Pa] [MP	a] [MPa	]	%		4	%		Rema
Anforde	erung: ent:													
P1		4,0	12,6		37	7	558		30,0					
P2		4,0	12,6		37	9	524		29,0					
P3 P4		8,0	50,2	408			513		31,2					
Duisbu	ırg, dei	n												
Die Prüfer auszugsw der SLV D The test re Specimen	gebnisse else vervi julsburg a soults are s will be s	beziehen eifältigt w ufbewahr exclusive tored at \$	i sich auss verden. Sof rt. ely related SLV Duisb	chileGil fern nic to the tr urg two	ch auf di hts ande est spec weeks a	e Prüfgege res vereint men. It is p ind residua	nstände. Ohne s art, werden die f rohibited to repr i material one w	schrift Probe oduce eek fro 1 – Ge	iche Genehmig n zwei Wochen extracts of the om date of test, sellschaft für Sch	ung der SLV i und das Res test report wi unless othen weißtechnik rlassena SLV Di	Duisburg d tmaterial e thout the w wise agree	darf der We kne Woche ritten appr d.	erkstoffprü e nach der roval by th Tel.: +49 ( Fax: +49 (	ifbericht nich m Prüfdatum e SLV Duisb 203 3781-0 203 3781-0



Processe         RWTH Aachen Institut für Stahlbau - Mies-van-der-Rohe-Str. 1 - 52056 Aachen           Bestell Nr.:         738377         Eingangsdatum: Date of order.         27.09.2016           Werkstoff:         S355         (Kundenangabe) (Cilent intomaton)         Bemerkung: Remat:            Prüfer:         Herr Gube         Prüffatum: Date of order.         29.09.2016           Verkstoff:         Mit Gube         Sample documentation         Prüffatum: Date of order.         29.09.2016           Verkere Prüfungen Seite Pos.         Prüfgegenstand Test object         Anzahl Number [mm]         Dicke Remit         Breite Länge         Länge Castno.         Castno.           P5         Trägerabschnitt Joist oupon         1         8,8              P6         Trägerabschnitt Joist oupon         1         9,7           HEA200           P7         Trägerabschnitt Joist oupon         1         9,7            HEA200           P8         Trägerabschnitt Joist oupon         1         19,7             HEA200           P8         Trägerabschnitt Joist oupon         1         19,7           <	Material te	st report	no.					20101		010 // 0					Page	° of
Dock of the rule:         738377         Charge role:         2016-09-27           Werkstoff:         S355         (Kundenangabe)         Bemerkung:            Prüfer:         Herr Gube         Prüfater no:             Prüfer:         M.: Gube         Prüfater no:             Wertere Prüfungen Seite         2         Probendokumentation             Additional tests see page         2         Probendokumentation             Pos.         Prüfgegenstand         Arzahl Trickin.         Imickin.         Einigen geschreiter.            Pos.         Prüfgegenstand         Arzahl Trickin.         Imickin.         Imickin.             Pos.         Prüfgegenstand         Arzahl Trickin.         Imickin.         Imickin.         Imickin.             Pos.         Prüfgegenstand         Arzahl Trickin.         Imickin.         Imickin.         Imickin.          HEA160           Pos.         Trägerabschnitt         1         12,2            HEA260           P7         Trägerabschnitt         1         9,7	Client	Mr ·	RW	TH Aa	ache	en Insti	tut für	Stahlbau · Mi	es-v	an-der-Ro	he-Str	.1-	5205 27 00	6 Aache	n	
Vietnation         S355         (RUnderlangabe)         Demension	Order no.:		738	377			11	dan an saha)	Date	of order.	ann.		2016-09	9-27		
Pruffer:         Herr Gube         Prufdatum:         29.09.2016           Operator:         Mr. Gube         Date of testing:         2016-09-29           Wettere Prüfungen Seite Additoral tests see page         2         Probendokumentation         Dicke         Breite         Länge         Castno.           Pos.         Prüfgegenstand Test object         Anzahl Number         Dicke         Breite         Länge         Castno.         Bemei           P5         Trägerabschnitt         1         8,8           HEA160           P6         Trägerabschnitt         1         12,2           HEA260           P7         Trägerabschnitt         1         9,7           HEA260           P7         Trägerabschnitt         1         11,9           U220-           Zugversuch         Probenform:         B         nach act.to         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Maschir           DIN EN ISO 6892-1 B         Streck-/Dehngrenze         Zugfestigkeit         Dehnung         Eingation         Reduction           Pos.         Abmessung         So         Streck-/Dehngrenze         Zugfestigkeit	Material:	DIT:	S35	5			(Kun (Cil)	ent information)	Rem	merkung: ark:						
Wetere Profungen Seite Additional tests see page         2         Probendokumentation Sample documentation         Dicke         Breite With         Länge Length         Schmelzen Nr. Cast no. (Kundenangabe)         Bemel Rer           Pos.         Prüfgegenstand Test object         Anzahl Number         Dicke Immil         Breite With         Length         Cast no. (Clent information)         Bemel Rer           P5         Trägerabschnitt Joist oopon         1         8,8            HEA160           P6         Trägerabschnitt Joist oopon         1         12,2            HEA260           P7         Trägerabschnitt Joist oopon         1         19,7            U220-           P8         Trägerabschnitt Joist oopon         1         11,9            U220-           Zugversuch Probenform: Tensile test shape of specimen:         B         nach acc.to.         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature: Positon of sample:         +20 °C         Maschir Maschir Maschir Maschir Test strength         Probenlage: Positon of sample: <td< th=""><td>Operator:</td><td></td><td>Mr. G</td><td>r Gub ube</td><td>e</td><td></td><td></td><td></td><td>Date</td><td>of testing:</td><td></td><td></td><td>29.09</td><td>9.2016 929</td><td></td><td></td></td<>	Operator:		Mr. G	r Gub ube	e				Date	of testing:			29.09	9.2016 929		
Pos. Pos.         Prüfgegenstand Test object         Anzahl Number         Dicke Thickn. [mm]         Breite Width         Länge Length         Schmelzen Nr. Castro. (Kundenangabe) (Clent information)         Bermer Rem           P5         Trägerabschnitt Joist ooupon         1         8,8            HEA160           P6         Trägerabschnitt Joist ooupon         1         12,2            HEA260           P7         Trägerabschnitt Joist ooupon         1         9,7            HEA260           P8         Trägerabschnitt Joist ooupon         1         11,9,7            U220-           Zugversuch P8         Pröbenform: Tensile test able des singe of specimen:         B         nach acc.to         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Mac           DIN EN ISO 6892-1 B         Streck-/Dehngrenze (mm]         Streck-/Dehngrenze Ret         Zugfestigkeit Ret         Dehnung Rm         Einschnürung Reduction         Be           Pos.         Abmessung (mm]         S_0         Streck-/Dehngrenze Ret         Zugfestigkeit Ret         Dehnung Rm         Einschnürung Reduction         Be           Pos.         S_0         50,2 </th <td>Weitere P Additional t</td> <td>rüfunger ests see p</td> <td>n Seite xage</td> <td>2</td> <td>Pro Sam</td> <td>ibendo ple docur</td> <td>kumer nentation</td> <td>ntation</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>	Weitere P Additional t	rüfunger ests see p	n Seite xage	2	Pro Sam	ibendo ple docur	kumer nentation	ntation								
P5         Trägerabschnitt Joist coupon         1         8,8            HEA161           P6         Trägerabschnitt Joist coupon         1         12,2            HEA261           P7         Trägerabschnitt Joist coupon         1         9,7           HEA201           P8         Trägerabschnitt Joist coupon         1         11,9,7            HEA201           P8         Trägerabschnitt Joist coupon         1         11,9,7            U220-           Zugversuch Tensile test         Probenform: Shape of specimen:         B         nach acc.to         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Maschir Maschir Maschir Maschir Maschir Probenlage:         Probenlage: Postion of sampie:                   Maschir Maschir Maschir Postion of sampie:	Pos. Pos.	Prüf	gegen Test obje	stand ct		Anzahi Number	Dicke Thickn. [mm]	Breite Width [mm]		Länge Length [mm]	S (K	Ca Ca Unde	elzen strio. nang	Nr. abe)	B	emerkung Remark
P6         Trägerabschnitt Joist coupon         1         12,2            HEA26i           P7         Trägerabschnitt Joist coupon         1         9,7            HEA26i           P8         Trägerabschnitt Joist coupon         1         19,7            HEA20i           P8         Trägerabschnitt Joist coupon         1         11,9            U220-           Zugversuch Tensile tset         Probenform: shace of specimen:         B         nach acc.to         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Maschir Maschir Maschir           DIN EN ISO 6892-1 B         Imension a         So         Streck-/Dehngrenze Neid strength / Proof stress         Zugfestigkeit Tensile strength Re         Dehnung Reduction         Einschnürung Reduction         Be           Pos.         Abmessung (mm)         So         Streck-/Dehngrenze ReH         Zugfestigkeit Rep1,0         Dehnung Rm         Einschnürung Reduction         Be           Anforderung: Requirement:          -         551         30,0          -           P5          4,0         12,6         402          <	P5	Träg	gerabs	chnitt		1	8,8	-	$\square$	-	,	CHERT			HE	A160-S35
Abressing P7         Trägerabschnitt Joist coupon         1         9,7            HEA201           P8         Trägerabschnitt Joist coupon         1         11,9            U220-           Zugversuch Tensile tset         Probenform: snace of specimen:         B         nach acc.to         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Mac           DIN EN ISO 6892-1 B           DIN EN 10164         Probenlage: Postion of sample:         Maschir Test temperature:         +20 °C         Maschir Maschir Mac           Pos.         Abmessung a         b/do         S         Streck-/Dehngrenze Yeid strength / Proof stress ReH         Zugfestigkeit Tensile strength Rm         Dehnung A         Einschnürung Reduction         Be           Pos.         a         b/do         S         Streck-/Dehngrenze Yeid strength / Proof stress Ref         Rm         A         Z         Postion of sample:           Pos.         [mmn]         [mmn]         [mma]         [MPa]         [MPa]         [MPa]         Postion of sample:	P6	Träg	jerabs	chnitt	$\neg$	1	12,2		$\square$						HE	A260-S35
P8         Trägerabschnitt Joist coupon         1         11,9            U220-           Zugversuch Tensilie test         Probenform: shape of specimen:         B         nach acc.to         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Maschir Maschir           DIN EN ISO 6892-1 B           DIN EN 10164         Probenlage: Postion of sample:         Maschir Maschir Test temperature:         Probenlage: Postion of sample:         Maschir Maschir Maschir         Be           Pos.         Abmessung a         b/d <sub>0</sub> So         Streck-/Dehngrenze Neid strength / Proof stress ReH         Zugfestigkeit Rp0,2         Dehnung Rm         Einschnürung Reduction         Be           Anforderung: Requirement:           551         30,0             P5          4,0         12,6         402           561         30,0             P6          8,0         50,2         397           543         28,5              P7          8,0         50,2         397           523         28,0	P7	Träg	jerabs	chnitt		1	9,7		+						HE	A200-S23
Zugversuch Tensile tset         Probenform: Shape of specimen:         B         nach acc.to.         DIN 50125         Prüftemperatur: Test temperature:         +20 °C         Maschir Maschir Mac           DIN EN ISO 6892-1 B	P8	Träg	jerabs	chnitt		1	11,9		$\vdash$						U	220-S235
Admessing Dimension a         Streak/Denngenze b/do         Streak/Denngenze viel strength         Zuglestighen Tensie strength         Dennfull Elongation         Clinisci muturing Reduction         Clinisci muturing Reduction         Be           Pos.         [mm]         [mm]         [mm]         [mm]         [MPa]         [MPa]         [MPa]         Bit and Reference         A         Z         Be           Anforderung: Requirement:	Zugvers Tensile DIN EN IS	test s 50 6892-	Proben hape of sp -1 B	pecimen:	0		В	nach DIN 5 acc.to. DIN 5 acc.to DIN E	012 N 10	5 Pruf Test 0164	temper temper Pos	ratur ature: robe aton of	: nlage rsample	+20 °C :: ::	Ma	Machine no.
[mm]         [mm-]         [MPa]         [MPa]         [MPa]         [MPa]         %         %           Anforderung: Requirement:           561         30,0             P5          4,0         12,6         405           561         30,0            P6          8,0         50,2         429           527         30,7             P7          4,0         12,6         402           543         28,5             P8          8,0         50,2         397           523         28,0	Pos.	Dimens	sion b/d <sub>0</sub>	S	Me Re	eck-/De id strength H Rp	Proof st 0,2 R	ress Tensile stre p1,0 R <sub>m</sub>	ngth	Elongation	1		Re	duction Z		Bemerku
Requirement:         4.0         12.6         405          551         30.0            P6          8.0         50.2         429          527         30.7            P7          4.0         12.6         402          543         28.5            P8          8.0         50.2         397          523         28.0	Anforder	[mm] [ una:	mm] [	[mm²]	[MF	Pa] [M	Pa] [M	Pa] [MPa]	]	%	_			%		Reman
P5        4,0       12,0       405        501       30,0          P6        8,0       50,2       429         527       30,7          P7        4,0       12,6       402         543       28,5          P8        8,0       50,2       397         523       28,0	Requirement	nt: -		12.0	40		_			20.0	_					
P7          4,0         12,6         402           543         28,5            P8          8,0         50,2         397           523         28,0	P6	-	8.0	50.2	40	- 0 - 9	-	527		30,0	-					
P8 8,0 50,2 397 523 28,0	P7		4,0	12,6	40		-	543		28,5						
	P8		8,0	50,2	- 39	7 -	-	523		28,0						
Duisburg, den		a den														


D.P. 1810-03-00	Zugve	Prü rsuch r	ifberic nach D test repo	ht Nr. 20 IN EN IS rt of tensile	009179 0 6892 e test	-1:200	<b>9</b> В	Seite 1	von 1
Besteller: purchaser	RWTH A Mies-van-o	Aachen Un Jer-Rohe-Stra	iversity – aße 1, 52074	- Lehrstuhl Aachen	für Stahlb	au und L	eichtmeta	allbau	
Bestell-Nr.: order No.	26/7384	10	A	Auftrags-Nr eference No.		2009	9179		
Proben-Nr. Kunde: test No. client	P1, P2, I	P3	P	Prüfgegens est object	tand:	HEA	200 Profi	1	
Werkstoff: material	S235		V st	Verkstoff n tandard of mat	ach Norm: erial	1			
Charge-Nr.: batch No.	1		P	rüfgerät: esting device		Zwio (Ser	k Z250 ien-Nr. 17	6941-200	07)
Probenlage: postion of specimen	1		P	Probenform pecimen typ		B 4x	20		
rüfergebnisse: sting results									
	т [°С]	d₀ [mm]	S₀ [mm²]	L₀ [mm]	R <sub>p0,2</sub> [MPa]	R₀н [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	A [%]	Z [%]
Probe – P1 (Oberflansch)	RT	4,01	12,63	20,00	382	385	522	29,5) <sup>1</sup>	66
Probe – P2 (Unterflansch)	RT	3,99	12,50	20,00	390	398	526	25,5)²	65
Probe – P3 (Steg)	RT	4,00	12,57	20,00	379	382	510	32,0)1	67
			<u>Erti</u> 1: 2: 3:	<u>äuterung zu Br</u> Bruchlage i Bruchlage a Bruchlage a	uchlage A%) <sup>1,</sup> m mittleren 1/3 außerhalb des außerhalb der /	2.3 3 der Anfang mittleren 1/3 Anfangsmes	jsmesslänge 3 der Anfang islänge L₀	∙L₀ Ismessläng	e Lo

Datum: 9. Dezember 2016 date

Uwe Kranz Prüfaufsicht supervisor

Irina Alt Prüfer assayer

FB 47/02-10 Zugversuch Rev.5 11.02.2013

Ohne Genehmigung der W.S. Werkstoff Service GmbH ist die Vervielfältigung, auch auszugsweise, nicht gestattet. Die im Protokoll aufgeführten Prüfergebnisse beziehen sich ausschließlich auf die geprüften Objekte. Without authorization by W.S. Werkstoff Service GmbH II is not permitted to reproduce the certificate. The results label in the test report exclusively refer to the examined objects.

#### Anhang D Parameterstudie zur Elementtypenwahl – Simulationsergebnisse

#### Kraft-Verformungsverläufe – C3D8 - Elemente



#### Kraft-Verformungsverläufe – C3D8R - Elemente



#### Kraft-Verformungsverläufe – C3D8I - Elemente



#### Kraft-Verformungsverläufe – C3D20 - Elemente



#### Kraft-Verformungsverläufe – C3D20R - Elemente



Flomonttyn	Gl. Seeds	a. <sub>crit</sub>	T. CPU Time	Abweichung
Elementtyp	[mm]	[-]	[ <b>s</b> ]	[%]
C3D8	5.00	36.964	575	1.418
C3D8	7.50	37.329	228	2.420
C3D8	10.00	37.681	141	3.386
C3D8	12.50	38.144	95	4.656
C3D8	15.00	38.523	69	5.696
C3D8	17.50	38.785	55	6.415
C3D8	20.00	39.110	53	7.306
C3D8R	5.00	35.223	437	3.358
C3D8R	7.50	35.439	175	2.766
C3D8R	10.00	35.984	115	1.270
C3D8R	12.50	37.149	77	1.926
C3D8R	15.00	39.415	59	8.143
C3D8R	17.50	42.907	44	17.724
C3D8R	20.00	57.334	50	57.308
C3D8I	5.00	36.672	1645	0.617
C3D8I	7.50	36.705	821	0.708
C3D8I	10.00	36.741	508	0.807
C3D8I	12.50	36.772	339	0.892
C3D8I	15.00	36.806	251	0.985
C3D8I	17.50	36.851	192	1.108
C3D8I	20.00	36.818	216	1.018
C3D20	5.00	36.447	5294	0.000
C3D20	7.50	36.454	1942	0.019
C3D20	10.00	36.464	1083	0.047
C3D20	12.50	36.473	697	0.071
C3D20	15.00	36.488	483	0.112
C3D20	17.50	36.513	360	0.181
C3D20	20.00	36.519	413	0.198
C3D20R	5.00	36.443	5009	0.011
C3D20R	7.50	36.447	1816	0.000
C3D20R	10.00	36.449	1009	0.005
C3D20R	12.50	36.451	648	0.011
C3D20R	15.00	36.452	449	0.014
C3D20R	17.50	36.454	326	0.019
C3D20R	20.00	36.455	376	0.022

## Zusammenfassung Eigenwertanalyse

Flomonttyn	Gl. Seeds	$F_{ult}$	T. CPU Time	Abweichung
Elementtyp	[mm]	[kN]	[ <b>s</b> ]	[%]
C3D8	5.00	342.27	32904	1.39
C3D8	7.50	345.83	13096	2.44
C3D8	10.00	349.25	7469	3.45
C3D8	12.50	353.45	4820	4.70
C3D8	15.00	356.93	3425	5.73
C3D8	17.50	359.42	2544	6.47
C3D8	20.00	362.34	2763	7.33
C3D8R	5.00	328.07	29558	2.82
C3D8R	7.50	330.11	13577	2.22
C3D8R	10.00	334.71	9205	0.85
C3D8R	12.50	344.29	5916	1.99
C3D8R	15.00	362.19	4114	7.29
C3D8R	17.50	387.74	2893	14.86
C3D8R	20.00	460.99	3393	36.55
C3D8I	5.00	339.40	52939	0.54
C3D8I	7.50	339.99	21081	0.71
C3D8I	10.00	340.65	12260	0.90
C3D8I	12.50	341.13	8099	1.05
C3D8I	15.00	341.61	5815	1.19
C3D8I	17.50	342.16	4352	1.35
C3D8I	20.00	342.17	4819	1.36
C3D20	5.00	337.59	518856	0.00
C3D20	7.50	337.86	171580	0.08
C3D20	10.00	338.12	91827	0.16
C3D20	12.50	338.33	57691	0.22
C3D20	15.00	338.58	38992	0.29
C3D20	17.50	338.91	27929	0.39
C3D20	20.00	339.08	33640	0.44
C3D20R	5.00	337.38	406584	0.06
C3D20R	7.50	337.56	141193	0.01
C3D20R	10.00	337.72	73324	0.04
C3D20R	12.50	337.82	45076	0.07
C3D20R	15.00	337.91	30281	0.10
C3D20R	17.50	338.01	22814	0.12
C3D20R	20.00	338.14	28415	0.16

#### Anhang E Vergleich experimentelle und numerische Verformungsverläufe



■ Exp. Fz =128kN × Num. Fz =128kN





#### Versuch V20



### Anhang F Übersicht Schlussbericht

### 1. Durchgeführte Arbeiten und Ergebnisse im Berichtszeitraum

Arbeitsschritt 1: Aufbereitung des vorgeschlagenen Verfahrens

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse
Analytische Aufbereitung	Definition und Prüfung der analytischen Grundlagen für beliebige Randbedingungen
Entwurf eines normativen Gerüsts	Zusammentragung von Gleichungen und Bemessungs- hilfen als Entwurf des Normenvorschlags

Arbeitsschritt 2: Überprüfung des vorgeschlagenen Verfahrens mit numerischen Methoden

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse
Simulation der Versuche	Vordimensionierung der Probekörper und Aufstellung einer Versuchsmatrix
Vergleichsrechnungen	Numerische Vergleichsrechnungen mit weiteren FE- Programmen und unterschiedlichen Elementeinstellun- gen anhand der Probekörper sowie weiterer Bemes- sungsbeispiele
Gegenüberstellung der Ergebnisse	Gegenüberstellung der numerischen Ergebnisse mit bestehenden Bemessungsverfahren, sowie mit dem vorgeschlagenen Verfahren

Arbeitsschritt 3: Überprüfung des vorgeschlagenen Verfahrens mit Versuchen

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse
Bemessung der Probekörper	Festlegungen der Probekörperabmessungen, des Mate- rials, sowie notweniger Aussteifungen
Bestellung der Probekörper	Insgesamt wurden 24 Probekörper bei ArcelorMittal als vAW bestellt, nach Zeichnung gefertigt und geliefert.
Festlegung und Bestellung der Mess- technik	Zusammentragung der notwendigen Messtechnik sowie der Applikation von Dehnungsmessstreifen (DMS) zur Dokumentation der Versuchsergebnisse
Fertigstellung des Versuchsstandes	Fertigstellung aller relevanten Bauteile eines innovativen Lasteinleitungs- und Lagerungssystems. Das Material wurde dabei seitens Fa GOLDBECK als vAW zur Verfü- gung gestellt.
Installation der Regelungstechnik	Sämtliche, für die Versuchsdurchführung erforderliche Regelungstechnik wurde installiert und in Betrieb ge- nommen.
Kalibrierungsversuche an der Lastein- leitung	Die Lasteinleitungskonstruktion, die neben Ihrer eigentli- chen Aufgabe vertikal Kräfte einzuleiten zusätzlich die horizontal auftretenden Kräfte messen muss, wurde mit- tels Versuchen kalibriert.
Vorbereitung Tastversuche	Zur Überprüfung der Regelungstechnik wurden 2 unter-

	schiedliche Tastversuche vorbereitet.
Versuchsdurchführung	Insgesamt wurden 24 Biegedrillknickversuche mit ein- achsiger Biegung und 4 Versuche mit zusätzlicher Torsi- onsbeanspruchung durchgeführt.
Versuchsauswertung	Alle Versuche sind vollständig ausgewertet.

Arbeitsschritt 4: Erweiterung des Parameterfeldes der Experimente durch Simulationen

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse		
Definitionen weiterer Parameterstu- dien	Durch die in Arbeitsschritt 2 durchgeführten Vergleichs- rechnungen wurden weitere FE-Programme gefunden mit denen sich der Rechenaufwand deutlich reduzieren lässt. Es wurden die Parametereinstellungen einer weite- ren Parameterstudie festgelegt.		
Nachrechnung der Versuche	Es wurde ausgewählte Versuche numerisch nachge- rechnet und damit der Imperfektionsansatz des vorge- schlagenen Verfahrens validiert, sowie die numerischen Modelle kalibriert		
Erstellung parametrisierter FE- Modelle	Das anhand der Versuchsnachrechnung kalibriete FE- Modell wurde die Skript-Sprache Python parametrisiert		
Durchführung weiterer Parameterstu- dien	<ul> <li>Anhand der parametrisierten FE-Modelle wurden weitere Parameterstudien zur Klärung:</li> <li>der Elementwahl und Netzgröße,</li> <li>sowie zur Berücksichtigung weiterer Belastungsfälle und Interaktionen</li> <li>durchgeführt.</li> </ul>		

Arbeitsschritt 5: Entwicklung eines Normenvorschlags mit Bemessungshilfen

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse
Vorbereitung von Bemessungshilfen	Durch die klare analytische Aufbereitung des vorge- schlagenen Verfahrens konnten praxisrelevante Stan- dardfälle identifiziert werden, für die nun Bemessungshil- fen erstellt werden.
Aufbereitung des vorgeschlagenen Verfahrens	Das vorgeschlagene Nachweiskonzept wurde soweit aufbereitet und transparent gestaltet, dass es sich nun nahtlos in die bestehen Stabilitätsregeln der aktuell gülti- gen Bemessungsnorm (DIN EN 1993-1-1) eingliedern lässt was die Erstellung von umständlichen Bemes- sungshilfen weitestgehend überflüssig macht.
Erweitertes Nachweisformat	Im Zuge der Forschungsarbeit hat sich herausgestellt, dass es viel wichtiger ist das Nachweisformat weiter zu verallgemeinern anstatt "nur" Bemessungshilfen zu schaffen, so dass ein erweitertes Format entwickelt wur- de, welches für beliebig belastete Systeme gilt. Dieses wurde dann für den Arbeitsschritt 7 entsprechend vorbe- reitet.

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse		
Vorbereitung von Bemessungsbei- spielen	Durch die in Arbeitsschritt 2 durchgeführten Vergleichs- rechnungen wurden Bemessungsbeispiele definiert, die nun auch durch weitere Projektpartner (vAW's) nach Stand der Technik nachgerechnet werden, um letztend- lich die Bemessungsergebnisse mit den Ergebnissen des vorgeschlagenen Verfahrens anschaulich verglei- chen zu können.		
Nachrechnung der Bemessungsbei- spiel	Die Beispiele wurden seitens der Projektpartner nach aktuellen Stand der Technik nachgerechnet bzw. be- messen. Und Anschließend seitens der ausführenden Forschungsstelle mit dem vorgeschlagenen Verfahren gegengerechnet.		
Aufbereitung der Beispielrechnungen	Die Nachweisführung mit den vorgeschlagenen Verfah- ren wurde anhand der Beispiele nachvollziehbar aufbe- reitet und dargestellt		

Arbeitsschritt 6: Zusammenstellung von praxisnahen Berechnungsbeispielen

Arbeitsschritt 7: Entwicklung eines Leitfadens

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse
Kurzdarstellung in Form eines Leitfa- dens	Durch die klare Darstellung der Hintergründe zu Stabili- tätsnachweisen, konnte der Zusammenhang zwischen einer Bemessung mit Knickkurven und einer vollständi- gen Berechnung mit Schnittgrößen nach Theorie 2. Ord- nung, sowie die dazugehörige Vorgehensweise bei der Bemessung in Form eines Leitfadens zusammengefasst werden

Arbeitsschritt 8: Entwicklung von Softwarebausteinen

Durchgeführte Arbeiten	Erzielte Ergebnisse
Definition von Softwarealgorithmen	Für das im Arbeitsschritt 5 erweiterte Nachweisformat konnte die softwaretechnische Umsetzung beispielhaft gezeigt werden. Grundsätzlich hat sich im Zuge der For- schungsarbeit herausgestellt, dass durch die klare Auf- bereitung des Nachweiskonzepts eine Implementierung in bestehende Softwarelösungen ohne weitere Erklärun- gen möglich ist.

### 2. Verwendung der Zuwendung

Die von der Forschungsstelle zur Durchführung der obengenannten Arbeiten im gesamten Bewilligungszeitraum eingesetzten Mittel für Personalausgaben, Geräte und Leistungen Dritter sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Personalausgaben (A.1)	Geräteausgaben	Leistungen Dritter
[Mannmonate]	[€]	[€]
32,25	0,00	0,00

### 3. Notwendigkeit und Angemessenheit der geleisteten Arbeit

#### Arbeitsschritt 1: Aufbereitung des vorgeschlagenen Verfahrens

In Arbeitsschritt 1 wurden die analytischen Grundlagen des vorgeschlagenen Verfahrens aufbereitet, die Anwendung für beliebige Randbedingungen geprüft und die Schnittstellen zu bestehenden Bemessungsverfahren untersucht. Die Hintergründe und Zusammenhänge wurden anschaulich zusammengefasst und in Voraussicht auf Arbeitsschritt 5 wurde das Verfahren in eine normative Form gebracht, die die spätere Anwendung deutlich vereinfachen soll.

#### Arbeitsschritt 2: Überprüfung des vorgeschlagenen Verfahrens mit numerischen Methoden

In Hinblick auf die Optimierung der Rechenzeiten, wurden in Arbeitsschritt 2 die zuvor erzielten numerischen Ergebnisse durch Vergleichsrechnungen mit 2 weiteren FE-Programmen verglichen. Der Rechenaufwand konnte deutlich reduziert werden und gleichzeitig bietet die "neue" Berechnungsmethode weitere Ausgabeformte, die zur Überprüfung der analytischen Vorgehensweise genutzt werden konnten. Es wurden die geplanten Versuche und weitere Bemessungsbeispiele, die zur Validierung des vorgeschlagenen Verfahrens genutzt wurden, nachgerechnet.

#### Arbeitsschritt 3: Überprüfung des vorgeschlagenen Verfahrens mit Versuchen

In Arbeitsschritt 3 wurden die Probekörper inklusive aller notwendigen Details (wie z.B. Bohrungen an den Auflagern zwecks Einspannungen, Aussteifungen für die Lagerungen, Aufbauten für die Lasteinleitung etc.) bemessen. Insgesamt wurden 24 Probekörper bei ArcelorMittal als vAW bestellt, nach Zeichnung gefertigt und geliefert. Sämtliche Ergänzungen und Modifikationen zum vorhandenen Prüfstand, die für eine erfolgreiche Versuchsdurchführung zwingend notwendig sind (wie z.B. die seitliche Verschiebemöglichkeit des Prüfzylinders) wurden bestellt, geliefert und zusammengebaut. Die Material- und Herstellungskosten wurden dabei größtenteils von Projektpartnern in Form von vAW's übernommen. Die für die Versuchsdurchführung zwingend erforderliche Regelungstechnik (zweiter Regelkreis zur seitlichen Verschiebung des Prüfzylinders während des vertikalen Belastungsvorgangs) wurde erfolgreich installiert und in Betrieb genommen (Hard- und Softwarekomponenten). Zur Überprüfung des Regelsignals (horizontal auftretende Kraft an der Lasteinleitungsstelle) wurde die Lasteinleitungskonstruktion mit höchst sensiblen DMS ausgestattet und die Regelungsgenauigkeit anhand von Kalibrierungsversuchen überprüft. Um nun auch den gesamten Regelkreis prüfen zu können, ohne dabei Probekörper zu gefährden wurden 2 zusätzliche Tastversuche vorbereitet und durchgeführt.

Sämtliche Probekörper wurden vor der Versuchsdurchführung vorbereit und vermessen. Darüber hinaus wurden 4 weitere Probekörper zur Klärung des Nachweisproblems mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung bestellt, geliefert, vorbereitet und vermessen. Insgesamt wurden 30 Biegedrillknickversuche (24 Versuche mit reiner Biegebeanspruchung, 2 Versuchswiederholungen mit zusätzlichen Aussteifungen an der Lasteinleitungsstelle sowie 4 Versuche mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung) durchgeführt und vollständig ausgewertet.

### Arbeitsschritt 4: Erweiterung des Parameterfeldes der Experimente durch Simulationen

Im Arbeitsschritt 4 wurden die FE-Modelle anhand von Versuchsnachrechnungen ausgewählter Versuche kalibriert und weiter parametrisiert. Durch die in Arbeitsschritt 2 durchgeführten Vergleichsrechnungen wurden weitere FE-Programme gefunden mit denen sich der Rechenaufwand deutlich reduzieren lässt. Es wurde die Parametereinstellungen weiterer Parameterstudien festgelegt und diese dann anschließend durchgeführt und voll ständig ausgewertet.

### Arbeitsschritt 5: Entwicklung eines Normenvorschlags mit Bemessungshilfen

Zur Entwicklung von Bemessungshilfen für das vorgeschlagene Verfahren wurde in Arbeitsschritt 5 durch einen energetischen Ansatz zur Bestimmung der kritischen Lasten erweitert. Dadurch ergeben sich weitere Algorithmen, die in Arbeitsschritt 8 weiter aufbereitet wurden. Es wurden weiterhin praxisrelevante Standardfälle identifiziert, für die eine vereinfachte zielführende Bemessung nun direkt möglich ist. Das vorgeschlagene Nachweiskonzept wurde soweit aufbereitet und transparent gestaltet, dass es sich nun nahtlos in die bestehen Stabilitätsregeln der aktuell gültigen Bemessungsnorm (DIN EN 1993-1-1) eingliedern lässt was die Erstellung von umständlichen Bemessungshilfen weitestgehend überflüssig macht. Im Zuge der Forschungsarbeit hat sich herausgestellt, dass es viel wichtiger ist das Nachweisformat weiter zu verallgemeinern anstatt "nur" Bemessungshilfen zu schaffen, so dass ein erweitertes Format entwickelt wurde, welches für beliebig belastete Systeme gilt. Dieses wurde dann für den Arbeitsschritt 7 entsprechend vorbereitet.

### Arbeitsschritt 6: Zusammenstellung von praxisnahen Berechnungsbeispielen

Durch die in Arbeitsschritt 2 durchgeführten Vergleichsrechnungen wurden in Arbeitsschritt 6 Bemessungsbeispiele definiert. Anhand dieser Beispiele wurde zum einen die Ergebnissicherheit und Wirtschaftlichkeit des vorgeschlagenen Verfahrens überprüft, als auch deren Vorgehensweise verdeutlicht. Diese Beispiele durch Projektpartner (vAW's) nach aktuellen Stand der Technik nachgerechnet, um letztendlich den Berechnungsaufwand und die Ergebnisqualität mit dem vorgeschlagenen Verfahren anschaulich vergleichen zu können. Die Nachweisführung mit den vorgeschlagenen Verfahren wurde anhand der Beispiele nachvollziehbar aufbereitet und dargestellt.

### Arbeitsschritt 7: Entwicklung eines Leitfadens

In Arbeitsschritt 7 wurden die wesentlichen Zusammenhänge zwischen der allgemein bekannten Nachweisführung mit Schnittgrößen nach Theorie 2. Ordnung und dem hier vorgeschlagenen Nachweiskonzept mit Knickkurven in Form eines Leitfadens zusammengefasst. Durch einen klaren Imperfektionsansatz ist das Verfahren nun mechanisch konsistent führt bei iden Bmesungsmethoden zum gleichen Ergebnis.

### Arbeitsschritt 8: Entwicklung von Softwarebausteinen

In Arbeitsschritt 8 wurde die analytische Vorgehensweise des vorgeschlagenen Verfahrens in Hinblick auf die erforderlichen Rechenalgorithmen aufbereitet. Die Vorgehensweise wurde in einzelne Rechenbausteine aufgeteilt und programmiertechnisch mittels MS-Excel und VBA umgesetzt. Das Verfahren ist nun für weitestgehend beliebige Radbedingungen geschlossen lösbar und die Vorgehensweise wurde mittels Darstellung der Rechenalgorithmen verdeutlicht. Grundsätzlich hat sich im Zuge der Forschungsarbeit herausgestellt, dass durch die klare Aufbereitung des Nachweiskonzepts eine Implementierung in bestehende Softwarelösungen ohne weitere Erklärungen möglich ist.

Zur Bearbeitung des Projektes wurde im gesamten Bewilligungszeitraum insgesamt 32,25 Mannmonate wissenschaftliches-technisches Personal laut eingesetzt, es wurden keine Geräte beschafft und auch keine Leistungen Dritter beansprucht. Der zuvor nicht eingeplante Mehraufwand bei der Versuchsdurchführung konnte größtenteils durch die kostenneutrale Verlängerung der Projektlaufzeit bis zum 31.10.2016 kompensiert werden. Durch längere Lieferzeiten für Material zum Versuchstand und den Probekörpern befand sich das Projekt jedoch wieder nicht im angestrebten Zeitrahmen. Um dem entgegenzuwirken wurde mit verstärkten Personal an der Versuchsdurchführung gearbeitet und parallel durch das wissenschaftliche Personal die numerischen Untersuchungen durchgeführt sowie Darstellung der Endergebnisse vorgenommen. Sämtliche durchgeführten Arbeiten waren notwendig und angemessen.

### 4. Plan zum Ergebnistransfer in die Wirtschaft

Nachfolgend wird der in der Antragsphase vorgesehene und während der Projektlaufzeit angepasste Plan zum Ergebnistransfer in die Wirtschaft dargestellt:

Transfermaßnahme	Ziel	Wann
PBA Sitzungen	Information des PBA über den Projekt- fortschritt (Diskussion, Festlegungen, Abstimmungen)	halbjährlich
Projektbeschreibung im In- ternetauftritt des Antragstel- lers	Information zum Projekt mit Kurzbe- schreibung und Ansprechpartner	November 2013
Zwischenbericht 2014	Information des PBA	Januar 2015
Zwischenbericht 2015	Information des PBA	März 2016
DASt-Forschungskolloquium	Vorstellung des Projektes (Zielsetzung, Versuchsergebnisse und Bemessungs- konzept)	März 2016
Veröffentlichung in Fachzeit- schrift	Wissenschaftliche Publikationen der Zwischenergebnisse (Vergleich der experimentellen und numerischen Er- gebnisse)	II. Quartal 2016
Endbericht	Zusammenstellung sämtlicher For- schungs-ergebnisse	I. Quartal 2017
Veröffentlichung in Fachzeit- schrift	Wissenschaftliche Publikationen der Forschungsergebnisse	nach Projektabschluss
Veröffentlichung eines Leit- fadens	Anleitung und Hintergrundvermittlung für Anwender aus der Praxis	nach Projektabschluss
Seminar, Workshop	Anleitung und Hintergrundvermittlung für Anwender aus der Praxis	nach Projektabschluss

### 5. Ergebnistransfer in die Wirtschaft

### 5.1 Durchgeführte spezifische Maßnahmen

Die erzielten Forschungsergebnisse wurden während der gesamten Projektlaufzeit mit dem Projektbegleitenden Ausschuss (PbA) diskutiert.

Im Berichtszeitraum wurde der folgende Ergebnistransfer durchgeführt:

Transfermaßnahme	Ziel	Wann
Projektbeschreibung im In- ternetauftritt der Forschungs- stelle	Information zum Projekt mit Kurzbeschrei- bung und Ansprechpartner	01.11.2013
1. PbA Sitzung (Berlin)	Information des PbA über den Projektfort- schritt (Diskussion, Festlegungen, Abstim- mungen)	05.12.2014
Zwischenbericht 2013/2014	Information des PbA über den Projektfort- schritt	19.01.2015
2. PbA Sitzung (Berlin)	Information des PbA über den Projektfort- schritt (Diskussion, Festlegungen, Abstim- mungen)	05.05.2015
3. PbA Sitzung (Berlin)	Information des PbA über den Projektfort- schritt (Diskussion, Festlegungen, Abstim- mungen)	01.12.2015
DASt-Forschungskolloquium	Vorstellung des Projektes mit Beschreibung der Zielsetzung, der Versuchsdurchführung und des Bemessungskonzepts	09.03.2016
Veröffentlichung im Ta- gungsband zum 20. DASt- Forschungskolloquium, Seite 123-128 ISBN 978-3-941687-19-6	Erste Veröffentlichung der erzielten For- schungsergebnisse mit Beschreibung der weiteren Zielsetzung	09.03.2016
Zwischenbericht 2015	Information des PbA über den Projektfort- schritt	14.03.2016
Veröffentlichung in der Fach- zeitschrift Stahlbau 07/2016, Seite 477-482, ISSN 1437-1049	Veröffentlichung weiterer Forschungsergeb- nisse mit Beschreibung des Versuchstandes, Versuchsdurchführung und Ansatz des Be- messungskonzeptes	01.07.2016
Vortrag beim CEN TC250 SC3 WG1	Vorstellung der Forschungsergebnisse auf europäischer Ebene zwecks Implementie- rung des Verfahrens in DIN EN 1993-1-1	12.10.2016
Masterarbeit zu Fragestel- lungen des Forschungsvor- habens	Vermittlung von Kenntnissen und Methoden zum selbstständigen wissenschaftlichen Ar- beiten	20.10.2016
4. PbA Sitzung (Berlin)	Information des PbA über den Projektfort- schritt (Diskussion, Festlegungen, Abstim- mungen)	01.12.2016

Transfermaßnahme	Ziel	Wann
Vortrag beim CEN TC250 SC3 WG1	Vorstellung der Forschungsergebnisse auf europäischer Ebene zwecks Implementie- rung des Verfahrens in DIN EN 1993-1-1	06.03.2017
5. PbA Sitzung (Berlin)	Information des PbA über die erzielten For- schungsergebnisse	25.04.2017
Schlussbericht	Vorstellung bzw. Zusammenfassung der er- zielten Forschungsergebnisse	28.04.2017

### 5.2 Geplante spezifische Maßnahmen

Die erzielten Forschungsergebnisse sollen auch nach der Projektlaufzeit bzw. Nach Abschluss des Forschungsvorhabens weiter vorgestellt werden.

Transfermaßnahme	Ziel	Wann
Vortrag beim CEN TC250 SC3 WG1	Vorstellung der Forschungsergebnisse auf europäischer Ebene zwecks Implementie- rung des Verfahrens in DIN EN 1993-1-1	Mai 2017
Veröffentlichung in der Fach- zeitschrift Stahlbau	Veröffentlichung der Forschungsergebnisse mit Beschreibung des Bemessungskonzep- tes sowie des entwickelten Leitfadens	September 2017
Dissertation	Nachweis der wissenschaftlichen Qualifikati- on eines Bearbeiters des Forschungsvorha- bens	Dezember 2017
Ingenieurwissenschaftliche Ausbildung	Wissensvermittlung im Rahmen von Lehr- veranstaltungen und Seminaren zur Stabili- tätsbemessung im Stahlbau	fortlaufend

Der geplante Ergebnistransfer ist in der nachfolgenden Tabelle dargestellt:

# 5.3 Einschätzung zur Realisierbarkeit des vorgeschlagenen und aktualisierten Transferkonzepts

Aufgrund der oben genannten vielfältigen Transfermaßnahmen in die Wirtschaft werden die Anforderungen zum Ergebnistransfer in die Wirtschaft und insbesondere zu kleinen und mittleren Unternehmen erfüllt. Außerdem wird angestrebt, die Forschungsergebnisse in einen Normungsvorschlag zu überführen und für die spätere Implementierung in DIN EN 1993-1-1 dem CEN/TC 250, in dem die Forschungsstelle Mitglied ist, zur Verfügung zu stellen. Durch die Mitgliedschaft der Forschungsstelle in weiteren relevanten, die Stabilitätsbemessung betreffenden, nationalen und internationalen Normungsausschüssen, den Evolution Groups zur EN 1993-1-1 und den Fachausschüssen des DASt, DSTV und EKS kann der Ergebnistransfer in die entsprechenden Arbeitsgruppen auf direktem Weg erfolgen. 5.4 Darstellung des wissenschaftlich-technischen und wirtschaftlichen Nutzens der erzielten Ergebnisse insbesondere für KMU sowie ihres innovativen Beitrags und ihrer industriellen Anwendungsmöglichkeiten

Das Forschungsvorhaben wird für die mittelständische Wirtschaft einen entscheidenden Beitrag zur Verbesserung der gegenwertigen Normungssituation im Bereich der Stabilitätsbemessung von schlanken Bauteilen leisten. Dadurch wird die internationale Wettbewerbsfähigkeit des Mittelstandes gestärkt. Hiervon profitieren in erster Linie Ingenieurbüros und Stahlbaufirmen, die im Hochbau und im Brückenbau tätig sind, aber auch Stahlhersteller, sowie stahlverarbeitende Betriebe.

Durch die Entwicklung und Validierung eines mechanisch konsistenten und transparenten Bemessungskonzepts, welches durch eine Öffnungsklausel in der derzeit vorgeschriebenen Bemessungsnorm bereits angewendet werden darf, sowie dessen Aufbereitung zu einem praxisorientierten und anwenderfreundlichen Anwendungskonzept werden die Erkenntnisse des Forschungsvorhabens für KMU umgehend nutzbar. Durch die Bereitstellung von weiteren Bemessungshilfen, sowie eines Leitfadens wird die Nachweisführung auch komplexester Stabilitätsnachweise im Stahlbau für klein- und mittelständische Unternehmen wesentlich vereinfacht und Ihre Wettbewerbsfähigkeit gegenüber großen Unternehmen, bedingt durch folgende Faktoren, gesteigert:

- Zeit-, Kostenersparnis für Stahlbauten
- Zeit- und Kostenersparnis bei den Stabilitätsuntersuchungen
- Wirtschaftlichere Ergebnisse auch ohne Spezialwissen im Bereich der Stabilität
- Erhöhte Planungssicherheit durch genauere Abschätzungen der Stabilitätsprobleme in einer frühen Phase der Bauwerksplanung

Durch die beschriebene Aufbereitung der Forschungsergebnisse, ist von einer unmittelbaren industriellen Umsetzung auszugehen. DASt-Richtlinien (deutscherstahlbau.de)

Forschungsberichte (deutscherstahlbau.de)